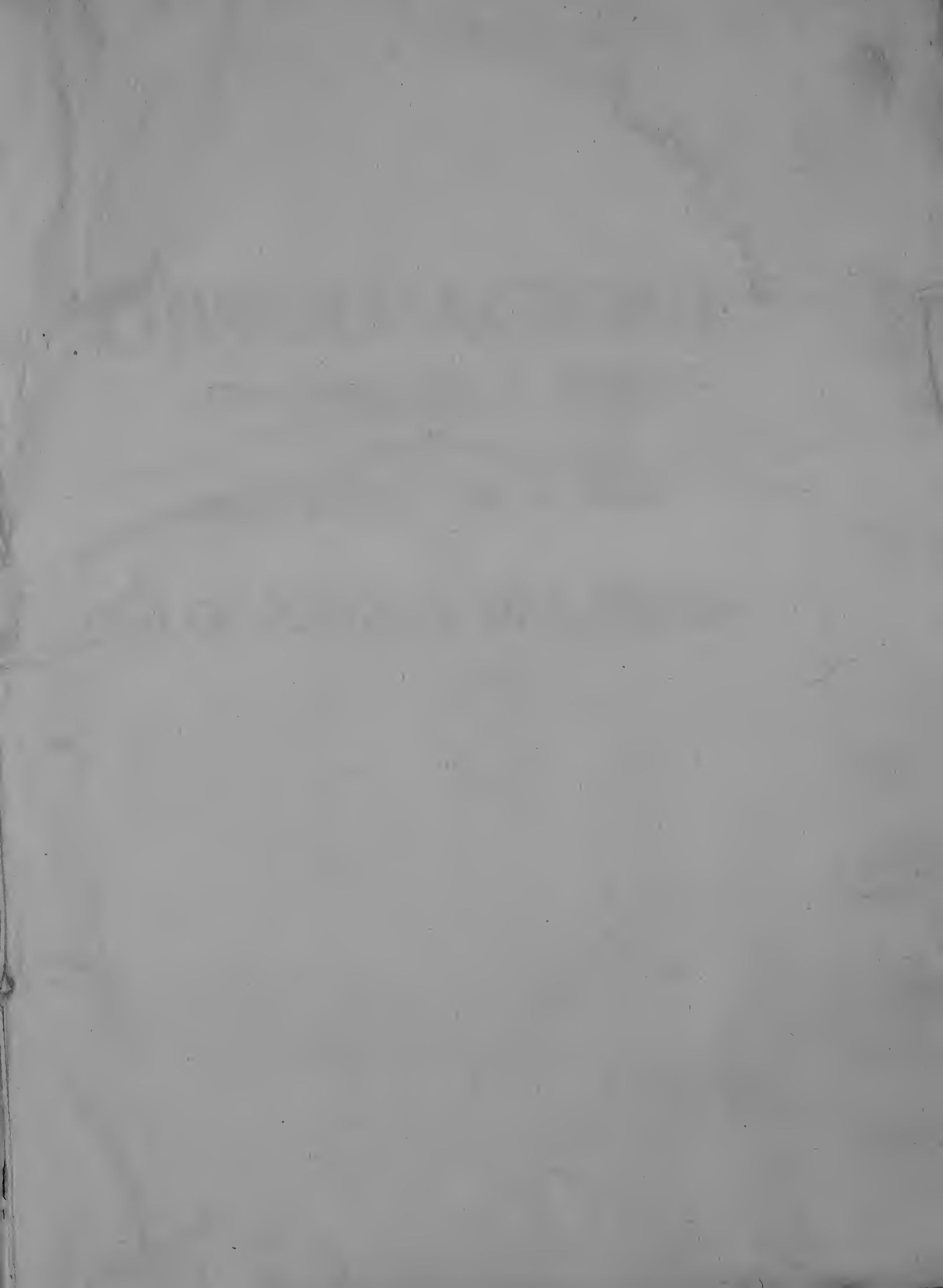








OBSERVACIONES
ASTRONOMICAS, Y PHISICAS
HECHAS
DE ORDEN DE S. MAG.
EN
LOS REYNOS DEL PERÚ.







I.s á Palom.o sculp.r Reg.s inv. del. et incidit.

OBSERVACIONES
ASTRONOMICAS, Y PHISICAS
HECHAS
DE ORDEN DE S. MAG.
EN
LOS REYNOS DEL PERÙ

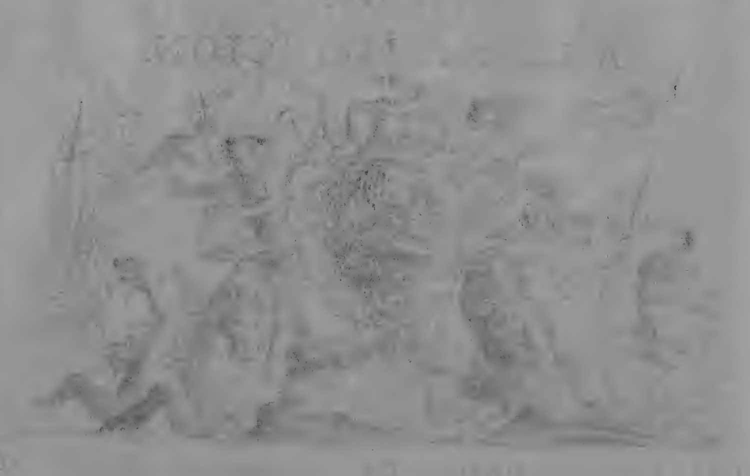
Por D. JORGE JUAN, *Comendador de Aliaga en el Orden de S. Juan, Socio Correspondiente de la R. Academia de las Ciencias de Parìs, y* D. ANTONIO DE ULLOA, *de la R. Sociedad de Londres, ambos Capitanes de Fragata de la R. Armada.*

DE LAS QUALES SE DEDUCE

LA FIGURA, Y MAGNITUD
DE LA TIERRA,
Y SE APLICA
A LA NAVEGACION.



IMPRESSO DE ORDEN DEL REY NUESTRO SEÑOR
EN MADRID
Por JUAN DE ZUÑIGA, Año M.D.CC.XL.VIII.



PROLOGO.

UNo de los teſtimonios mas relevantes del zelo, con que ſolicitò el adelantamiento de las Ciencias en Eſpaña el Rey N. S. Don Phelipe Quinto, que eſtà en el Cielo, fuè ſin duda la generoſa reſolucion, con que no ſolo permitiò paſſar à ſus Reynos de la America Meridionàl los Academicos Franceſes deſtinados à tomar en ellos la medida del grado terreſtre debaxo del Equador; ſino que quiſo tambien, que los acompañaſſen Vaſſallos ſuyos, que à ſus Reales expenſas executaſſen eſtas, y otras Obſervaciones. La eleccion de Sugetos recayò en *Don Antonio de Ulloa*, y en mì, que la eſtimamos, aun mas que por las particularidades, que en tan dilatado Viage ſe nos ofrecìan examinar, por la recomendacion ſingular, que en sì miſma traía tan ſoberana dignacion.

Salímos de Europa por Mayo de 1735, y eſtuvimos en ella de regreſſo, deſpues de

dàr

dàr cumplimiento à nueſtra comiſsion en el de 1746. Pero todo el trabajo de una peregrinacion de once años, hecha con tantas incomodidades, y peligros, como ſe podràn vèr en la parte hiſtorica de eſta Obra, huviera ſido inutil, à lo menos al Publico de nueſtra Nacion, por faltarnos la alta proteccion, y amparo del Monarcha, que nos embiò, ſi yà que à nueſtra vuelta, lloramos ſu falta, no tuvieramos el conſuelo de vèr ſobre ſu Trono un tan eſclarecido Suceſſor, aun mas que de ſu Cetro, y de ſu Sangre, de ſu Zelo, y de ſus Virtudes. Pues apenas ſe hallò informado S. M. por el zeloſo, y ſabio Miniſtro el Ex.mo Señor *Marquès de la Enſenada* de nueſtro regreſſo à *Madrid*, y quan util ſería al adelantamiento de las Ciencias, y bien univerſal de las Naciones de Europa, ſe publicaſſe eſta Obra, quando no ſolo diſpuſo con ſu Real magnificencia ſe dieſſe al publico à coſta de ſu Real Erario; ſino que la honrò conſtituyendoſe Protector de ella.

En conſequencia de ſus ſoberanas Ordenes, hemos diſpueſto nueſtro trabajo con la mayor brevedad, que nos ha ſido poſsible;

por

por eſte motivo, y para mayor claridad, y buen methodo le hemos dividido en dos partes. La una (de que ſe ha encargado *Don Antonio de Ulloa*) contiene la relacion del Viage, Mapas, Deſcripciones de Paìſes, y noticias de todo lo que ſe halla de particular en los Reynos del Perù, por donde hemos tranſitado. La otra, que es la que comprehende eſte Volumen, ha corrido à mi cargo, y encierra todas las Obſervaciones Aſtronomicas, y Phiſicas, que executamos, yà para el fin principal de nueſtro Viage, yà para otros, que ſe ſirviò ordenarnos en ſu Real Inſtrucion S. M.

El principal fin del Viage, fuè el averiguar el verdadero valor de un grado terreſtre ſobre el Equador, para que cotejado èſte con el que reſultaſſe tener el grado, que havìan de medir los Aſtronomos, embiados para eſto al Norte, ſe infirieſſe ſin duda, de uno, y otro, la figura de la Tierra, y demàs de ſu utilidad, ſe decidieſſe de una vez, con tan iluſtres experiencias, eſta ruidoſa queſtion, que ha agitado à todos los Mathematicos, y aun à las Naciones enteras por caſi un Siglo. Pe-

Pero porque al miſmo tiempo nos ordenò S.M. que hicieſſemos otras varias Obſervaciones muy importantes para la Geographía, y Navegacion, teniendo èſtas, como tienen, total dependencia de la medida, y figura de la Tierra, y ſiendo bien, que vayan delante, para deſembarazarnos de ellas, y para llegar con las luces neceſſarias al objeto principal, el methodo, que nos hemos propueſto obſervar, es el ſiguiente.

La Introduccion dà una breve idèa de la queſtion principal, y de los motivos cientificos de tan largas, y tan coſtoſas jornadas.

El Libro primero contiene las Obſervaciones ſobre la maxima Obliquidad de la Ecliptica, y determinacion de ella, con la deſcripcion del Inſtrumento, con que ſe hicieron.

El ſegundo contiene las Obſervaciones de Latitud hechas en todo el diſcurſo del Viage, con una breve deſcripcion del Quarto de Circulo, con que ſe executaron; y una Tabla de las Declinaciones del Sol para cada 15 minutos de la Ecliptica, con diferencias para cada minuto, y otras, para cada 10 ſegun-

gundos de mayor, ò menor Obliquidad, nuevamente calculada, y diſtinta de las antiguas.

El tercero, las Obſervaciones de las Immerſiones, y Emerſiones de los Satelites de Jupiter, como aſsimiſmo de los Eclipſes de Luna; de las quales ſe deduce la Longitud de los Lugares.

El quarto, las Experiencias hechas ſobre la dilatacion, y compreſsion de los Metales por cauſa de el Calor, ò Frio; con la Tabla de lo que ſe dilatan, por cada 10 grados de diferencia del Thermometro de *M. de Reaumur*.

El quinto, las Experiencias del Barometro ſimple, de las quales ſe deduce la ley con que ſe dilata, y comprime el Ayre; el methodo de hallar la altura de los Montes, ò Cerros en la Zona Torrida, y la de la Atmoſphera ſenſible.

El ſexto, las Experiencias ſobre la velocidad del Sonido, y determinacion de lo que corre en un ſegundo de tiempo en la Zona Torrida; todo aplicado à varios caſos de Geographía, y Navegacion.

El ſeptimo, la medida del grado de Meridiano terreſtre contiguo al Equador, con la explicacion del methodo que ſe tuvo en medirle, conſtruccion, y uſo del Inſtrumento de 20 pies de radio, con que ſe hicieron las Obſervaciones Aſtronomicas, y concluſion de la razon del Exe de la Tierra al Diametro del Equador.

El octavo, las Experiencias del Pendulo ſimple; la deſcripcion del Inſtrumento, con que ſe executaron; y determinacion de la Figura de la Tierra; ſobre la qual ſe dàn Tablas del valor de cada grado del Meridiano terreſtre, y de la longitud del Pendulo para cada Latitud.

El noveno, y ultimo, la practica de la Navegacion ſobre la figura de la Tierra, yà determinada; con una nueva Tabla de partes Meridionales, para el uſo de la miſma practica.

Adviertо ultimamente, que ſiendo muchas de las coſas, que ſe tocan en eſta Obra de muy ſublime Geometría, he procurado explicarme del modo mas claro, y perceptible, para que me entiendan aun los no muy

ver-

verſados en ſus abſtruſas eſpeculaciones. De eſto ſe deberàn hacer cargo los grandes Geometras, à quienes parecieſſen algunas explicaciones demaſiado largas, ò poco neceſſarias; y por el contrario, ſi los no muy verſados en Geometrìa no comprehendieſſen algunos Calculos, podràn hacernos la juſticia de ſuponer la demonſtracion de la Propoſicion, como dada, enterados, de que no ſerà facil hallar explicacion, que les ſoſſiegue, ſin adquirir otros principios. Con el que ningunos tuvieſſe, no puede hablar una Obra, en que no ſe dàn èſtos, ſino que ſe ſuponen; pues para darlos todos, fueran ſin duda neceſſarios otros volumenes, y aun acaſo no ſe darían con ellos por ſatisfechos.

ERRATAS.

Paginas.	Lineas.	Erratas.	Lee.
xiij	7	que accion	que la accion
xv	23	es de	desde
xv	23	ddicho	dicho
3	8	exictud	exactitud
9	10	KS	Ks
13	23	en	de
17	20	$37\frac{1}{2}$	$17\frac{1}{2}$
42	ultima	Boguer	Bouguer
44	14	00 01 24 $00\frac{2}{3}$	$00^{\circ}\ 01'\ 24''\ 00'''\frac{2}{3}$
44	25	*Cuenta*	*Cuenca*
52	26	duda	dada
97	1	VI.	V.
127	21	termino	terminos
127	26	le reduce	la reduce
133	6	Si andan	Si anda
135	18	*Hamsteed*	*Flamsteed*
141	23	*M.Huguens*	*M.Huygens*
147	17	se le clavaron	se les clavaron
154	Nota	*M. Huguens*	*M.Huygens*
167	1	examinada	examinado
205	6	à la qual se le añaden	à la qual si se le añaden
208	19	$\omega\gamma$	$\alpha\gamma$
209	9	Distencia	Distancia
268	22	1283	$1267\frac{1}{2}$
306	16	à esto	à este
313	17	de longitud	de la longitud
328	17	sobra	sabrà
377	6	è infinitamente inmediata à ella, y tambien la ON,	è infinitamente inmediata à ella la ON,
338	10	resula	resulta.

IN-

INDICE
DE LOS LIBROS,
y Capitulos.

LIBRO I.

Observaciones sobre la maxima Obliquidad de la Ecliptica.

LIBRO II.

Observaciones de Latitud.

LIBRO III.

Observaciones de las Immersiones, y Emersiones de los Satelites de Jupiter, como de los Eclipses de Luna.

IV.

LIBRO IV.

LIBRO V.

Sobre las Experiencias del Barometro simple.

LIBRO VI.

De la Velocidad del Sonido.

LIBRO VII.

De la medida del grado de Meridiano contiguo al Equador.

SECCION I.

Determinacion de la medida geometrica, segun las Observaciones de Don Jorge Juan.

IV.

SECCION II.

Determinacion de la mèdida geometrica segun las Observaciones de *Don Antonio de Ulloa.*

SECCION III.

Sobre la amplitud del Arco comprehendido entre los dos Observatorios.

LIBRO VIII.

De las Experiencias del Pendulo ſimple, y concluſion de la Figura de la Tierra.

LIBRO IX.

De la Navegacion ſobre la Elipſoide.

OBSER-

INTRODUCCION.



N todos los Siglos, desde el principio del tiempo, ha sido combatida la ignorancia, sin que aun en los mas remotos dexasse de haver alguno, que, atraìdo de la hermosura de la Sabiduría, buscasse con continuadas especulaciones la verdad; pero especialmente de un Siglo à esta parte, uniendo à las noticias de nuestros mayores, y à sus passadas especulaciones, otras de nuevo, no solas, y desamparadas, sino, que ademàs de un tenàz estudio, gasto de sumas inmensas, cuydado, y zelo de Principes, las ha acompañado la practica mas solicita, y mas exacta, que cabe en cuydado, y diligencia humana; à fin de averiguar, si se unían entre sì, y se concordaban aquella especulativa con esta practica, para sacar de su combinacion, y con el riego de estos sudores el fruto de la verdad.

No harémos ahora una fastidiosa induccion de lo que todos saben; el Mundo està lleno de Libros en que se vèn los varios examenes, que ha hecho la razon, y la experiencia, de la naturaleza, y de todas sus partes en estos ultimos tiempos. Contentarémonos pues con proponer una de las mas ilustres pruebas de esta verdad en la question sobre la figura de la Tierra, que acaba de decidirse con nuestras Observaciones, la qual explicarémos brevemente, tomando el agua de algo mas arriba, para que el Lector entre à oìr la decision, y la prueba instruìdo yà de la razon de la duda.

 An-

Antes que ſe tuviera la luz clara de las Ciencias, y que ſe emprehendieran grandes Viages ſobre la ſuperficie del globo terraqueo, es natural, que fueſſe general entre los hombres la opinion del famoſo *Heraclito*, que juzgaba ſer la Tierra una grande, y caſi inmenſa llanura: pues aun haſta poco ha los Philiſophos Chinos, encerrados ſiempre en ſu Imperio, aunque por otra parte tan aplicados al cultivo de las Ciencias, han tenido por proverbio el decir *tien*, *yuen*, *ti fam*: eſto es, el Cielo es redondo; pero la Tierra quadrada. A eſta opinion induce el primer examen de nueſtra viſta; pues por mas que ſe camine ſobre la Tierra, ſiempre parece llana en lo que ſe deſcubre, y aun mas llanas las Aguas, quando ſe navega; ſin que deban ſer de conſideracion las desigualdades de los Montes, y Valles, comparadas con la vaſtiſsima extenſion de la ſuperficie. Con todo eſſo no parece, que paſsò mucho tiempo deſpues de haver empezado el cultivo de las Ciencias con mas exactitud, ſin que por otras reflexiones mas ſólidas ſe conocieſſe la falſedad de eſta imaginacion. No hablémos ahora de los Caldéos, y Egypcios, cuyas Obſervaciones de prodigioſa antiguedad ſon dudoſas, y deſconocidas. Entre los Griegos miſmos no durò mucho la opinion de *Heraclito*, ni las monſtruoſas ſentencias de *Anaximandro*, y de *Leucippo*, que creìan ſer la Tierra, el primero una Coluna redonda, y el ſegundo un Cilindro, ò en forma de una Caxa militar; ni las extravagancias de *Cleanthes*, y de *Democrito*, que la creyeron concava, uno en figura de una Barca, y otro de un Diſco; ni tampoco las otras opiniones, que pueden verſe en *Ariſtoteles*, *Plutarcho*, y *Diogenes Laercio*: pues *Parmenides*, Diſcipulo, y Amigo de *Xenophanes*, cuyo nombre diò *Platòn* à ſu Dialogo de las

idèas

idèas, fuè el primero, que demonstrò, segun dice *Aristoteles*, la esphericidad, ò redondèz de la Tierra; y despues de èl *Thales Mylesio*, que floreciò casi seiscientos años antes de Christo, siguiendo la misma sentencia, aunque añadiendo, que la Tierra sobrenada en las Aguas, predixo los Eclipses el primero de todos los Griegos, segun el testimonio de *Plinio*. Es creìble, que les hiciesse persuadir la esphericidad de el globo terraqueo à aquellos antiguos Maestros el advertir el orden con que se descubren, y se ocultan à quien camina, ò à quien navega las alturas de los Montes, las Torres, y las cumbres de los edificios, y las demàs eminencias de la Tierra; que à esto se añadiesse, el notar la mutacion de altura de las Estrellas circumpolares, segun los varios lugares mas, ò menos distantes de los Polos desde donde las observassen; lo que no sucederìa siendo perfectamente llana la Superficie; y que ultimamente à alguno se le ofreciesse la razon, con que fundados en diversos principios, pretendieron demonstrar por diversos medios la esphericidad de la Superficie de las Aguas *Aristoteles*, y *Arquimedes*. Pero la razon mas simple para atribuir à la Tierra esta figura se tomarìa sin duda de que asi aparece su sombra en los Eclipses Lunares; sombra, que no podìan dexar de atribuir à la Tierra, despues que dexaron los Sabios para sola la credulidad del vulgo los vanos terrores, que sobre los Eclipses engendrò la ignorancia, y su fiel compañera la superstición. Al fin de qualquier modo quedò establecida desde entonces la esphericidad, ò redondèz perfecta de la Tierra tan solidamente, que no se ha dudado de ello en todos los Siglos siguientes hasta el passado.

Sentada yà como inconteſtable la figura de la Tierra, reſtaba aun otra mayor dificultad, que era el medir ſu magnitud, aſsi para deducir la extenſion de ſu Circunferencia, como la de ſu Diametro; conocimiento tan eſſencial para las Ciencias, como dificil en ſu execucion. El medirla totalmente era impoſsible, ſiendo tan enorme la extenſion de ſu Superficie, cortada por todas partes con Mares, Lagos, Rios, Montes, y precipicios impenetrables à las limitadas fuerzas humanas. Pero aunque eſtos inconvenientes hicieſſen impoſsible la operacion total, quedaba el hacerla por partes. Y en efecto parece, que en tiempo de *Ariſtoteles*, no ſolo ſe havìan dado eſpecies para allanar la dificultad; ſino que tambien ſe havìan hecho operaciones, y medidas: pues en el Libro 2 de *Cœlo* text. ult. alegando las experiencias de los Mathematicos de ſu tiempo ſeñala 400000 Eſtadios à la Circunferencia de la Tierra; y reprobando el ſentir de *Xenophanes*, que la tenìa por inconmenſurable, dice, que por poco que ſe camine àcia el Medio dia, ò Septentrion, ſe alteraba manifieſtamente el Horizonte; y que las Eſtrellas, que ſe veìan en *Egypto*, y las cercanìas de *Chipre*, no ſe veìan en los Paìſes Septentrionales; y algunas, que parecìan continuamente ſobre eſtos Paìſes, ſe ponìan en *Egypto*, y *Chipre*; por lo que debìa inferirſe no ſolamente, que la Tierra era eſpherica, ſino que no era de la magnitud, que ſe diſcurrìa.

No explica eſte gran Philoſopho, como llegaron los Geometras de ſu tiempo, à determinar la dicha magnitud de la Tierra de 400000 Eſtadios; pero ſin embargo parece, que ſu idèa ſobre la mutacion de los Aſtros en altura, ſugiriò deſpues el methodo de medir la Tierra, que deſ-

pues

pues practicaron los Geometras posteriores con algunas correcciones, y enmiendas. Porque una de las propiedades de los Circulos de la Esphera, cuya figura se suponìa tener la Tierra, es la de corresponder iguales arcos de su Circunferencia à iguales angulos, ò mutaciones del Horizonte; con que midiendo una porcion de Circulo, y examinando, à què angulo le correspondía, se tenìa la total circunferencia, aumentando la cantidad medida en la misma razon, que se hallasse el angulo observado con quatro rectos.

De este methodo se valiò *Eratosthenes Prefecto*, de la famosa Bibliotheca de Alexandrìa, en tiempo de *Ptolomeo Evergetes*, casi tres Siglos antes del nacimiento del Señor, el qual, segun el elogio de *Plinio*, excediò à los demàs en todo genero de literatura, y particularmente en las Ciencias Mathematicas, que debieron singulares descubrimientos à su ingenio, y aplicacion. El methodo, con que hizo *Eratosthenes* su hallazgo, tan altamente celebrado de los antiguos, nos ha quedado escrito en *Cleomedes*, y se puede vèr à la larga en los modernos, especialmente en el *Eratosthenes Bastavo* de *Snellio*, y en la *Geographia reformada* del *P. Ricciolo*; reducido à compendio es de este modo. Sabìa este grande Astronomo, que *Syene*, Ciudad de *Egypto* àcia los confines de la *Ethiopia*, estaba perfectamente debaxo del Tropico, y que por consiguiente al tiempo del Solsticio Estival passaba el Sol por su Zenith. Confirmabase esto, yà por un Pozo profundo, que para esta Observacion tenìan hecho, cavado perpendicularmente, el qual en el Medio dia del Solsticio se iluminaba todo, herido por todos lados de los rayos del Sol hasta el Agua; y yà porque en 150 Estadios al rededor de *Syene*,

no

no hacían ſombra alguna à la miſma hora los Eſtilos, ò Gnomones, levantados tambien perpendicularmente al Horizonte. Suponìa además de eſſo *Eratoſthenes*, que *Alexandrìa*, y *Syene* eſtaban baxo un miſmo Meridiano, y que la diſtancia entre las dos Ciudades era de 5000 Eſtadios. El dia pues del Solſticio Eſtival colocò en *Alexandrìa* un Emiſpherio concavo, de cuyo centro ſalìa un Eſtilo, levantado perpendicularmente al plano del Horizonte, y notando la ſombra, que à la hora miſma del Solſticio hacìa el Eſtilo dentro del Emiſpherio, viò, que el arco, que comprehendìa èſta, era la quinquageſsima parte del Circulo, cuyo centro era el apice del Eſtilo, y que por conſiguiente la diſtancia entre *Alexandrìa*, y *Syene* era la quinquageſsima parte del Circulo maximo, ò circunferencia de la Tierra; y aſsi multiplicando los 5000 Eſtadios por 50, ſacò ſer la magnitud total de 250000; cuyo numero partido luego en 360 grados, en que ſe divide todo Circulo, cupo à cada grado terreſtre la cantidad de $694\frac{4}{9}$; bien que por evitar el embarazo de los numeros quebrados ſe alargò cada grado haſta 7000 Eſtadios, y aſsi la ſuma total es de 252000 en la Circunferencia; y de eſte modo la cuentan *Plinio*, *Eſtrabon*, *Vitrubio*, y otros.

Otras muchas medidas pudieramos añadir de los antiguos, como la del cèlebre *Poſsidonio* de *Rhodas*, que mereciò la viſita del gran *Pompeyo*, à cuya ſabidurìa ſometiò los haces lictorios, al volver de la guerra contra *Mithridàtes*, aquel à quien adoraba el Oriente, y Occidente, como dice *Plinio*; la famoſa, que mandò hacer el Sabio, y magnifico *Maymon*, ò *Almamon*, *Califa* de *Babylonia*, en *Singàr*, ò Campos de *Senaar* en la Meſopotamia, y otras, que ſe pueden vèr en los citados Authores. Baſta para nueſ-

nuestro assumpto haver dado una idèa del modo con que se hicieron, y haver apuntado quanta diligencia pusieron en esto nuestros mayores; si bien por lo demàs sirven de poco aquellas medidas, hechas por suposicion, en el tiempo presente, en que se executan con tal delicadeza, que no parece puede llegar à mas la diligencia humana. Ademàs de que, aun quando huviessen sido hechas con mucha mayor exaccion, restarìa siempre la dificultad de ajustar la razon en que se hallan sus medidas con las nuestras; y aun teniendo seguro este conocimiento, es cierto, que jamàs las antiguas tuvieron el grado de precision, que se pide en las del dia de hoy.

Tampoco nos detendrèmos en algunas de las que se han hecho, despues del restablecimiento de las Ciencias en Europa, como la de *Fernelio* en *Parìs*, por los años de 1525; la de *Norvood* en *Londres*, y *Yorch*, por los de 1635, aunque de las mas exactas; ni en los methodos por *Clavio*, *Keplero*, *Grimbergero*, y otros. Bastarà decir, que *Wilebrordo Snellio*, y el *P. Juan Bautista Ricciolo* hicieron en *Holanda*, y en *Italia* los mas ingeniosos esfuerzos, para determinar el valor de un grado. Midiò el primero geometricamente la distancia entre *Alcmaer*, y *Bergopzom*, cuya diferencia en Latitud halló ser de un grado, y once minutos y medio, de donde determinò el grado terrestre de 28473 pertigas del *Rhin*; y por la distancia entre *Alcmaer*, y *Leyden* distantes, segun sus calculos 35400 passos de 28510; y tomando un medio entre estas dos determinaciones, concluyò el grado terrestre de 28500 pertigas del *Rhin*, que equivalen à 55021 toesas [a] del *piè de Rey de Parìs*; medida que despues repitiò, y corrigiò *M. Muschenbroch*, determi-

a La toesa de *Parìs* consta de 6 pies de Rey de *Parìs*.

minando el grado entre *Alcmaer*, y *Bergopzom* de 29514 pertigas, 2 pies, y 3 pulgadas del *Rhin*, que ſon 57033 toeſas, 00 pies, y 8 pulgadas de *Parìs.*

El ſegundo, deſpues de prolixas, y repetidas Obſervaciones en *Bolonia* con el *P. Grimaldi*, hallò el grado terreſtre de 64362 paſſos de *Bolonia*, que equivalen à 62650 toeſas del *pié de Rey de Parìs.*

A primera viſta ſe deſcubre la enorme diferencia de eſtas dos cèlebres medidas, que es de 7629 toeſas por grado, y hacen à la Tierra caſi la octava parte mayor por la una, que por la otra. Intolerable era la duda, que nace neceſſariamente de eſta diferencia, ſobre un aſſumpto tan importante à la Geographìa, y Navegacion, ò por decirlo mejor, de que dependen como de principio; y en un tiempo en que con la proteccion de los Soberanos iban floreciendo las Ciencias, y las Artes haſta el punto increíble, en que las admira la Europa, paſmada de sì miſma. Y aſsi la Academia Real de *Parìs*, fundada por aquel tiempo, y promovida por la incomparable munificencia del gran *Luis* XIV, tuvo por uno de ſus principales objetos deſde ſu ereccion, el examen de eſte punto tan deſeado, como controvertido; y à ſu repreſentacion aquel Monarcha, mayor que todo elogio, mandò à *M. Picard*, uno de los Miembros mas diſtinguidos de la Academia, que ſin perdonar trabajo, ni coſta alguna executaſſe con quanta delicadeza fueſſe poſsible la medida deſeada. Hizolo *M. Picard* con todo el cuidado, que pedìa el deſempeño de la confianza de tan gran Rey, midiendo geometricamente las diſtancias entre *París*, *Molvoeſine*, *Sourdon*, y *Amiens*, que determinò aſsimiſmo aſtronomicamente, con no menos ſutileza; y hallò por ellos el grado terreſtre de 57060 toe-

toesas. El explicar el delicadisimo primor, con que practicò sus operaciones, y concluyò su medida, no es de este lugar; los curiosos pueden verlo en sus Obras, y en las *Memorias de la Academia*; solo no dexarè de añadir, que èl fuè el primero, que aplicò à los Quartos de Circulo, de quien nos debemos valer para la practica de medidas como la suya, anteojos,[a] con los que llegò este Instrumento al grado mayor de perfeccion.

Todo el Mundo hasta entonces havìa creìdo, y creìa, que el Globo terraqueo era perfectamente esphérico, excepto las desigualdades de los Montes, de ninguna consideracion en tanta magnitud; à nadie hasta entonces se havìa ofrecido, que la figura de la Tierra dexasse de ser una redondisima bola, y por consiguiente, en esta suposicion, se creyò, que *M. Picard* havìa yà decidido la question del valor de cada grado, pues no se dudaba, que fuessen del todo iguales los 360, en que se divide la Circunferencia de la Tierra, y que cada uno tuviesse la misma longitud de 57060 toesas, que havìa hallado *M. Picard* en los que midiò.

Pero como yà el dia de hoy los Philosophos, y Mathematicos, sacudida la antigua servidumbre, lexos de seguir ciegamente las sentencias de los mayores, las desamparan sin dificultad, siempre que las experiencias bien justificadas persuaden à lo contrario, no tardò mucho tiempo en dexar de ser tenida por concluyente para toda la Circunferencia la determinacion de *M. Picard*; porque no tardò en dudarse, si la Tierra era, ò no perfectamente esphérica; y bien presto se decidiò, que ciertamente no lo era, aunque

a Historia de la Academia de las Ciencias de *Parìs*, Tom. I. pag. 127.

que ſe dudò por mucho tiempo de ſu verdadera figura, divididos los Philoſophos en diſtintas, y contrarias opiniones. Dos experiencias, ſobre que ſe formaban muy diverſas reflexiones, fueron el fundamento de la diviſion. Una fuè el hallazgo de la diverſa gravedad en los Pendulos; y otra la medida de los grados de todo el Meridiano, que atravieſſa la *Francia*, hechas por *M. M. Caſsini* Padre, è Hijo, con *M. M. de la Hire*, *Maraldi*, *Couplet*, *Chazelles*, y aſſociados. Una, y otra ſon dignas de que nos detengamos algo mas en ſu explicacion, y en las reflexiones, que ſobre ellas hacìan los Philoſophos, y Mathematicos, pues en eſto conſiſte la controverſia, que hemos de decidir.

Apenas havìa publicado el cèlebre *Chriſtiano Huygens* de *Zulichem* ſu doctiſsimo *Oſcilatorio*, en que perfeccionando la ingenioſa invencion de los Pendulos, pretendìa dàr en ellos una medida cierta, ſegura, invariable, y univerſal para todas las partes del Mundo (porque ſe creìa, que en todas ellas, ſiendo perfectamente eſphérica, havìan de hacer las miſmas oſcilaciones, ù vibraciones los Pendulos de igual longitud) quando *M. Richer*, haviendo navegado deſde la *Francia* à la *Cayenna*, que eſtà en la America Meridional ſolo diſtante $4^{\circ}\ 56'\ 17\frac{1}{2}''$, ò caſi 5 grados del Equador, hallò en el mes de Agoſto del año de 1672, que la Pendula del Relox, que havìa ſacado de *París*, ſiendo de la miſma longitud, tardaba mas tiempo en hacer las oſcilaciones; ò por el contrario, que no hacìa las miſmas oſcilaciones en el miſmo tiempo, que en *Parìs*, y que el Relox ſe atraſſaba por conſiguiente cada dia dos minutos, y veinte y ocho ſegundos. Repitiò diariamente ſus experiencias con la miſma perſpicaz precaucion por el eſpacio de 10 meſes, y hallò, que para que vibraſſe la Pendula del

del Relox los ſegundos de tiempo medio, del miſmo modo, que en *Paris*, era preciſo acortarla una linea, y quarto de la longitud, que debe tener para tales vibraciones en dicha Corte. No es decible lo que eſta novedad moviò los animos de todos los Philoſophos, y Mathematicos. La habilidad, la precaucion, y la repeticion de experiencias de *M. Richer* no dexaban dudar de el hecho, ni daban lugar à creer, que ſe huvieſſe engañado.

Quiſieron algunos atribuir eſta variedad à la que ſe havìa deſcubierto no ſolo en las Cuerdas, Cordeles, Papel, y otras coſas, que facilmente dàn de sì; ſino tambien en los Metales, en el Vidrio, en las Piedras, y en otros Cuerpos sólidos, que ſe alargan, ò ſe acortan, tranſportados de unos Lugares à otros, y ſienten los efectos del calor, frio, humedad, y demàs mutaciones de la Atmoſphera, como ſe verà en el Libro IV; pero no era poſsible aprovecharſe de eſta doctrina para el caſo preſente, porque yà *M. M. Picard*, y *de la Hire* havìan hecho ſutiliſsimas experiencias ſobre eſta dilatacion, y compreſsion, y ſe ſabìa, que jamàs la variedad originada de ellas podrìa llegar à la linea, y quarto, que *M. Richer* havìa notado de diferencia.

Supuſieron pues todos como cierto, que eſta diverſidad no podia tener otro principio, que peſar el miſmo Pendulo menos en *Ceyenna*, que en *Parìs*; y que por conſiguiente todos los Cuerpos peſarìan menos àcia el Equador, que àcia los Polos. La razon de creer eſto ſe fundaba en el principio, de que la duracion de las oſcilaciones de un Pendulo, depende de la longitud de èl, y de la peſadèz del Cuerpo, que oſcila, còmo ſe demueſtra en la Eſtatica. Dos Pendulos de igual longitud, y peſadèz, es preciſo que gaſten igual tiempo en ſus oſcilaciones; ſi varían en

 èſtas,

èſtas, es preciſſo, que exerza menor peſadèz el que las hiciere mas lentas; y al contrario, ſi las oſcilaciones ſe cumplieren en igual tiempo, teniendo los Pendulos longitudes iguales, ſeràn èſtas como ſus peſadezes: eſto es, aſsi como fuere menor la longitud, ſerà tambien menor la peſadèz.

Confirmò poco deſpues el deſcubrimiento de *M. Richer* otra ſemejante experiencia de *M. Halley* el año 1677 en la Isla de *Santa Helena*; añadiendoſe las de *M. M. Varin, Deshayes*, y *Glos* en la *Gorèa*, *Guadalupe*, y *la Martinica* en 1682; de *M. Couplet* en *Lisboa*, y *Parà* en 1697; del *P. Feüilleè* en *Portobelo, la Martinica*; y otras de otros en otras partes, que tampoco podìan atribuirſe à la variedad de los Climas.

En fin no dudandoſe yà de la mayor peſadèz de los Cuerpos àcia el Polo, que àcia el Equador, entraron los dos cèlebres Mathematicos *M. M. Huygens*, y *Newton* à determinar por ella otra figura à la Tierra, negando, que pudieſſe ſer perfectamente eſphérica. Preſumieron haver hallado la cauſa de eſte phenomeno en aquella ſu decantada *fuerza centrifuga* de los Cuerpos, movidos, y agitados en torno. Todo Cuerpo, decìan eſtos grandes Philoſophos, que ſe mueve en circulo, hace un esfuerzo continuo, para huir, y apartarſe del centro del circulo, que deſcribe, y en torno del qual ſe mueve. Eſte principio, que demueſtra la razon, y la experiencia, ſe ſiente palpablemente en la Honda. Dando vueltas con la Honda la Piedra pueſta en ella, ſiempre và forcejando por deſpedirſe, y huir del centro en torno del qual rueda, tanto mas, quanto es mayor la velocidad con que ſe mueve; y por eſto, pueſta en libertad corre velozmente, ſin otra nueva fuerza que la impela.

Eſta fuerza ſe manifieſta, ſi ſe hace atencion à las tres Leyes, ò Axiomas del Movimiento. El primero dice, que todo Cuerpo perſevera en ſu eſtado de quietud, ò de movimiento uniforme, mientras otra fuerza no le obliga à mudarle. El ſegundo, que el movimiento es proporcional à la fuerza, que imprime el motor, y que ſe hace por la recta, àcia la qual imprime dicha fuerza. Y el tercero, que accion, y reaccion ſon ſiempre iguales: [a] eſto es, ſi yo hago fuerza contra un Cuerpo, èſte me reſiſtirà con igual fuerza contraria à la mia: ſi un Navio impele el Agua del Mar con cierta fuerza, el Agua le reſiſte con la miſma; y ſi ſe aumenta el impulſo de la Nave, ſe aumentarà tambien ſu velocidad; pero ſolo haſta que ſe aumente la reſiſtencia que el Agua hicieſſe proporcionalmente al aumento, que tuvo el impulſo de la Nave.

Si ſe halla pues en A* un Cuerpo, y ſe impele con cierta fuerza dirigida conforme à la linea AK, el Cuerpo ſe moverà por eſta linea, y permanecerà moviendoſe en ella, haſta que otra fuerza le diſtraiga; y al contrario, ſi eſte Cuerpo ſe diſtrae de la linea AK, deſpues de pueſto en movimiento, ſegun ſu direccion, havrà otra fuerza ademàs de la primera, que le obliga à dexar ſu primer direccion; y aſsi, quando un Cuerpo percurre una Curva como AGQ, lo hace por medio de dos fuerzas, una con que ſe dirigiò ſegun la tangente AK, y otra, que le arroja, ò detiene àcia el Centro C; [b] y por eſſo el Cuerpo A eſtando atado con un hilo AC hecho firme en el Centro C, ſi ſe arroja ſegun la direccion AK, deſcribe el Circulo AGQ, pues el hilo, haciendo fuerza ſobre èl, le detiene, ò arroja

* Fig. 2. Lam. 3.

a *Newton Philoſophiæ Naturalis* pag. 13.
Mechanica de *Wolfio* §§. 527. 528.
Obras de *Juan Bernouli*, Tom. 1. pag. 484. Tom. 2. pag. 14. Tom. 3. pag. 16. Tom. 4. pag. 484.
Leçons de Phyſique expèrimentale del Abate *Nollet*. Tom. 1. pag. 261.

b Mechanica de *Wolfio* §. 74.

ja continuamente àcia el Centro; pero por el tercer Axioma, la accion, y reaccion ſon ſiempre iguales; con que el hilo no puede emplear fuerza alguna en el Cuerpo, que èſte no emplee otra, igual, y contraria ſobre el hilo; el Cuerpo pues tiende continuamente à huir, y apartarſe del centro del Circulo que deſcribe, con una fuerza igual à la del hilo: y aſsi todo Cuerpo, que percurre un Circulo, tira à apartarſe de ſu Centro, con una fuerza, que ſerà mayor, ò menor, ſegun fuere mayor, ò menor ſu velocidad. Eſta es pues la fuerza que aquellos dos cèlebres Philoſophos *M. M. Huygens*, y *Newton* llamaron *centrifuga*, porque tira à huir del Centro; y èſta, ſegun ellos, es la cauſa, que hace à la Tierra Lata. Porque ſentada eſta doctrina, ſuponen ambos, que la Tierra ſe mueve, revolviendoſe diariamente ſobre ſu proprio Exe. Por eſte movimiento, cada particula de la Tierra hace esfuerzo para apartarſe del Exe; y eſte esfuerzo es tanto mayor, quanto es mayor la velocidad, ò quanto es mayor el Circulo, que cada una deſcribe; y ſiendo, tanto circulo, como velocidad àcia el Equador mayores, que àcia los Polos, es neceſſario, que los Cuerpos mas cercanos al Equador hagan mas esfuerzo para apartarſe del Exe, que los que eſtàn mas cercanos à los Polos, y que ſu fuerza centrifuga ſea allì mas violenta. Como por otro lado, todo Cuerpo por ſu primitiva gravedad, ò fuerza *centripeta*, tiende àcia el Centro de la Tierra, ò por mejor decir perpendicularmente al Horizonte, en un miſmo Cuerpo ſe encuentran dos fuerzas; una la gravedad, ò fuerza centripeta, por razon de la qual ſe dirige al Centro de la Tierra, y cae àcia ella; y otra la fuerza centrifuga, originada del movimiento de la Tierra, por la qual ſe esfuerza à apartarſe, y à huir del Exe, ò centro del

Cir-

Circulo que percurre ; y como eſtas dos fuerzas ſe hacen mas , y mas contrarias una à otra , al paſſo que los Cuerpos eſtàn mas cercanos al Equador , reſulta , que ſe diſminuye la gravedad mas , y mas , al paſſo que los Cuerpos eſtàn mas cercanos al Equador , tanto por eſte motivo , como porque la fuerza centrifuga es mayor , quanto mas cercanos eſtàn los Cuerpos à el Equador. De aquì nace , decìan los miſmos Philoſophos , que los Pendulos , y por la miſma razon todos los Cuerpos , tengan en igual cantidad de maſa menos peſadèz en *Parìs* , y Lugares ſituados àcia los Polos , que en *Cayenna* , y Lugares ſituados àcia el Equador. Sobre eſte principio paſſaron tan adelante , que calcularon la quantidad de fuerza centrifuga , que correſponde à cada grado terreſtre , ſegun ſu mayor , ò menor Latitud , y tambien , la diminucion , que en cada uno de ellos reſpectivamente , debe cauſar èſta en la gravedad de los Cuerpos.

De eſta Theorica inferìan neceſſariamente , que el Globo terraqueo no puede ſer perfectamente eſpherico; porque ſiendolo , aſsi como todas las lineas tiradas del centro à qualquiera parte de la Superficie ſon iguales , aſsi las porciones de maſa , que ſe comprehendan en Cilindros de iguales Diametros , y vayan eſde ddicho Centro àcia qualquier parte de la Superficie miſma , ſeràn tambien iguales ; y como , por otro lado , las porciones de maſa en aquellos que vàn al Equador , tienen menos peſadèz , por razon de la diminucion , que la fuerza centrifuga cauſa en ſu gravedad , que las porciones de maſa en aquellos que vàn à los Polos , donde es menor eſta diminucion , ſaldrìa , que ſiendo iguales las porciones de maſa en una , y en otra parte , no ſerìan iguales las peſadezes ; pues peſarìan

rìan mas las porciones àcia los Polos , y menos las porciones àcia el Equador ; por consiguiente no havrìa equilibrio entre ellas ; absurdo intolerable , cuya dissonancia perciben bien los que han saludado la Estatica. Para que se conserve pues el equilibrio es preciso , que haya mas porcion de masa àcia el Equador , para que la pesadèz, correspondiente à la mayor quantidad , contrabalance el peso mayor , que en menor quantidad tengan las porciones àcia los Polos ; y es bien facil de vèr , que en esta suposicion la Tierra estarà mas elevada àcia el Equador, que àcia los Polos ; y que asi su figura serà , no una Esphera, ò Bola perfectamente redonda , sino es una Espheroide plana , ò una Bola chata àcia los Polos , ò por decirlo asì, tendrà figura de una Naranja.

Asi discurrìan estos grandes ingenios en la Hypotesis del movimiento diurno de la Tierra ; pero aunque esta Hypothesis sea falsa , la razon del equilibrio siempre probaba contra la perfecta esphereidad de la Tierra , una vez admitida la Observacion de que los Cuerpos , segun la experiencia de los Pendulos , exercen menos pesadèz en las cercanìas del Equador , que en mayores Latitudes. Supuesto el equilibrio de las aguas , se prosigue asi , para demonstrar , que la Tierra debe ser una Espheroide Lata, con los principios de la Hydrostatica. Imaginense dos canales de materia fluìda , y homogenea , que vàn el uno desde el centro de la Tierra al Equador , y el otro desde el mismo centro hasta el Polo , en los quales la pesadèz de cada particula de materia se exerza àcia el centro ; y se verà , que para que se mantengan èstos en equilibrio, es preciso , que pesen igualmente ; pero como la pesadèz de cada particula de materia en el primero sea menor, que en

en el ſegundo , es preciſo , que para que queden en equilibrio , haya mas cantidad de materia en el primero , que en el ſegundo : luego debe ſer mas largo aquèl , que èſte: eſto es , el radio del Equador mayor , que el Semi-exe: luego la figura de la Tierra , en toda ſupoſicion , ſerà una Eſpheroide chata àcia los Polos , como ya diximos.

Tan ſeguros penſaban eſtàr *M.M. Huygens* , y *Newton* de la fuerza de ſus diſcurſos , que paſſaron à ſeñalar, aunque con alguna diferencia , los Diametros , y Semidiametros de la Tierra ; y creyeron , que por ſolas las experiencias de la peſadèz bien juſtificadas ſe averiguarìa , no ſolo la figura de la Tierra ; ſino tambien la magnitud de cada uno de los grados de qualeſquiera Latitudes.

Un nuevo phenomeno , deſcubierto por eſte tiempo en el Cielo , les pareciò , que confirmaba ſu Theorìa ſobre la figura de la Tierra. Deſcubrièronſe con perfectiſſimos Teleſcopios ciertas manchas en el diſco de Jupiter, y por ellas obſervò la delicadiſsima curioſidad de los Aſtronomos , que eſte Planeta hacìa una revolucion ſobre ſu propio exe en diez horas. Eſta revolucion ſiendo mucho mas rapida , que la que ellos ſuponìan en la Tierra, debìa imprimir à todas las partes de eſte Planeta reſpectivamente una fuerza centrifuga correſpondiente à ſu velocidad , y por tanto mucho mayor que la de la Tierra: Eſta fuerza por la analogìa de un Cuerpo à otro , ſiguiendo la razon de la Theorìa debìa achatar , para decirlo aſsi, la figura de Jupiter ; y en efecto midiendo ſus Diametros, con quanta delicadeza cabe por medio de buenos Micrometros , ſe hallò , que eſte Planeta era ſenſiblemente chato àcia ſus Exes , ò Polos.

Aſsi philoſophaban ſobre la experiencia de la diferencia

en peſadèz de los Pendulos *M. Huygens* , y el Cavallero *Newton* ; pero los Mathematicos Franceſes llegaron à ſer de parecer enteramente contrario , fundados , no en Theorías ſutiles , que por ingenioſas , que fueſſen , podìan eſtàr muy lexos de la verdad , ſino en experiencias , y en hechos poſitivos , que entonces parecìan à muchos inconteſtables.

Yà la medida de *M. Picard* no podìa ſer regla fixa para todos los grados , pues ſi acaſo eſtos eran desiguales, por no ſer eſphérica la Tierra , aunque fueſſe exactiſsima en el que èl havìa medido , no podìa adaptarſe à los demàs , mientras no conſtaſſe por otro lado , que eran iguales al ſuyo. Propuſoſe pues medir la linea Meridiana , que atravieſſa toda la Francia ; y de orden del gran Luis XIV, empezò en 1683 eſta obra *M. Caſsini* baxo la proteccion de aquel cèlebre *M. Colbert* , Secretario entonces , y Miniſtro de Eſtado. Tomóſe por principio de la medida el Obſervatorio Real de *Parìs* ; y aunque con varias interrupciones comprehendiò deſde *Dunkerke* haſta *Colibre* , dividiendo en dos arcos el Meridiano de toda la *Francia* , el uno deſde *Dunkerke* à *Parìs* , y el otro deſde *Parìs* à *Colibre*. Acabóſe la obra en 1718 , aunque deſpues ſe hicieron otros reconocimientos. La Hiſtoria , y methodos, que ſe ſiguieron , pueden verſe à la larga en la Hiſtoria de la Academia , y en el Libro , que con titulo *de la Magnitud , y Figura de la Tierra* diò à luz *M. Caſsini* el miſmo año de 1718. Baſtarà decir aquì lo miſmo , que de eſtas, y las ſiguientes medidas eſcribe el ſabio *M. de Maupertuis* en ſus Elementos *de Geographía* , es à ſaber : *Eſtas medidas fueron repetidas por M.M. Caſsinis en diferentes tiempos , en diferentes Lugares , con diferentes Inſtrumentos , y por diferen-*

rentes methodos ; el Govierno hizo prodigamente todos los gastos , y diò toda la proteccion imaginable , por espacio de 36 años ; y la resulta de seis operaciones hechas en 1701 , 1713 , 1718 , 1733 , 1734 , *y* 1735 *fuè siempre , que la Tierra es alargada , y no chata , àcia los Polos.*

Por estas Observaciones pues , resultaron dos cosas; la primera , no ser la Tierra perfectamente esphérica , en lo qual convenìan los Franceses con *M. Huygens* , y el Cavallero *Newton* ; la segunda , ser una Espheroide longa , ò estendida àcia los Polos , lo qual era del todo opuesto à la determinacion de estos cèlebres Philosophos, que decìan ser una Espheroide lata , ò chata àcia los mismos Polos.

La razon para esto era demonstrativa , si el principio era verdadero. Hallò *M. Cassini* el Padre por sus medidas, que el grado terrestre en el arco de Meridiano desde *Parìs* à *Colibre* , que es la parte , que mira desde el Real Observatorio àcia el Equador , ò Medio dia , era de 57097 toesas [a] , y por consiguiente 37 toesas mayor , que el que havìa medido *M. Picard* hasta *Amiens* , el qual havìa determinado , como diximos , de 57060 toesas. *M. Cassini* el Hijo , repitiendo la medida de *M. Picard* , la continuò hasta *Dunkerke* , ò por la parte , que mira desde el Real Observatorio àcia el Norte , ò Polo ; y hallò ser el grado terrestre de este arco de 56960 toesas [b] : esto es 137 toesas menor , que el que havìa determinado en el otro arco su Padre , aunque 100 toesas mayor , que el determinado por *M. Picard.* Los Instrumentos, y exactitud , que se emplearon en estas medidas fueron tales , que no solo à *M.M.*

Cas-

a De la grandeur & de la figure de la Terre. pag. 148.
b De la grandeur & de la figure de la Terre. pag. 236.

Casſinis, ſino tambien à otros muchos no les quedò duda de lo juſtificado de ſus Operaciones.

Como nos hemos propueſto inſtruir en quanto ſea poſsible aun à los menos verſados en eſtas materias, ſerà preciſo detenernos algo mas en la razon de eſta determinacion de *M. M. Caſsinis.*

Siendo mayores los grados àcia el Equador, que àcia el Polo; era preciſo, que fueſſe larga la Tierra àcia los Polos. Para entender eſto no es meneſter mas, que eſtàr en el principio, de que la altura Meridiana de una Eſtrella ſobre el Horizónte, no es otra coſa, que el angulo, que forma con el plano de eſte Circulo la linea tirada del ojo del Obſervador à la miſma Eſtrella, quando eſta ſe halla en el Meridiano; y hacer atencion, à que ſi la Tierra fuera exactamente plana, aunque ſe caminaſſen ſobre ella diſtancias conſiderables debaxo de un miſmo Meridiano, jamàs ſe percibirìa diferencia ſenſible en la altura Meridiana de las Eſtrellas: reſpeto, de que las lineas tiradas de qualquiera puntos de la Tierra à una Eſtrella ſon ſenſiblemente paralelas, à cauſa de la caſi infinita diſtancia de las Eſtrellas, y à que en dicha ſupoſicion, permaneciendo conſtante el miſmo Horizonte, aquellas lineas formarìan en todas partes el miſmo angulo con eſte Circulo; muy al contrario, que ſi fueſſe la Tierra muy Curva; pues aunque permanecieran en eſte caſo, ſin embargo, las lineas tiradas de qualeſquiera puntos de la Superficie à una Eſtrella ſenſiblemente paralelas, como antes, à cauſa de la curvidad, ſe variarìa cada inſtante de Horizonte, y por conſiguiente, ſe debìa variar igualmente de altura Meridiana de la Eſtrella, y hallarſe eſta variacion proporcional à la curvidad de Tierra: de ſuerte, que por eſte

eſte principio, ſi la Tierra no es igualmente curva en todas partes, lo ſerà mas en aquellas, donde ſe perciba igual mutacion en la altura Meridiana de las Eſtrellas, que ſe llama *amplitud de un arco*, haviendoſe caminado menor diſtancia baxo del miſmo Meridiano; y al contrario.

El haver hallado *M. Caſsini* los grados Septentrionales de la *Francia* menores que los Meridionales, no es otra coſa, que el haver hallado igual mutacion en la altura Meridiana de las Eſtrellas en la parte Septentrional, que en la Meridional, haviendo hecho, ſin embargo, menos camino en la del Septentrion; luego la Tierra, por lo dicho, debe ſer mas curva en eſta parte, que en la otra.

Por el miſmo argumento ſe debe inferir, que ſi los grados de Meridiano Septentrionales fueſſen por el contrario mayores que los Meridionales, la Tierra debe ſer menos curva en las partes mas cercanas à los Polos, que en las mas remotas.

Teniendo ſegun eſto por exacta la medida de *M. Caſsini*, no havìa duda en que la Tierra fueſſe mas curva àcia las partes Septentrionales, que àcia las Meridionales; y por eſto le aplicò la figura de una Eſpheroide longa, producida por la revolucion de un Ovalo como BECQ[a], que ſe ſupone rodar ſobre ſu Exe EQ; pues en eſte Cuerpo, ò lo que es lo proprio, en el Ovalo todas las partecillas de ſu circunferencia, mas inmediatas à los Polos E, y Q, tienen mayor curvidad, que las que eſtàn mas inmediatas al Equador BC: determinacion totalmente opueſta à la de *M. Huygens*, y el Cavallero *Newton*, que hacìan la Tierra una Eſpheroide chata, ſemejante à la de la miſma fi-

[a] Fig. 14. Lam. 7.

figura 14; pero ſuponiendo en ella, que BC ſea el Exe, y EQ el Equador; la qual no puede concederſe, ſin ſer la Tierra por el contrario menos curva en las partes que caen àcia à los Polos, que en las que caen àcia el Equador, cuya propriedad es eſſencialiſsima; y por ella es evidente, que ſiempre que ſe pruebe lo opueſto à la determinacion, ò medida de *M. Caſsini*: eſto es, que los grados de Meridiano ſon mayores, quanto mas cerca ſe hallen de los Polos, la Tierra ſerà una Eſpheroide Lata, ò chata àcia los Polos, conforme à lo concluìdo por aquellos dos cèlebres Philoſophos.

Pero no ponìan duda la mayor parte de Mathematicos à la medida, ò experiencia de *M. Caſsini*; pues en ella no havìa diſcurſos, y raciocinaciones, que pudieſſen ſer falſas, y expueſtas al error, por fundarſe, ſegun toda apariencia, ſobre experiencias innegables, que ſien dojuſtificadas, por sì miſmas, eran una palpable demonſtracion de la magnitud total, y de la figura de la Tierra alargada àcia los Polos. Y aſsì eſte Aſtronomo, no ſolo determinò la magnitud del Globo terraqueo, ſino que hizo Tablas del valor de cada uno de los grados de Meridiano ſegun ſus Latitudes, ò diſtancias del Equador [a]; y en efecto todos los que no dudaron de la preciſion, y delicadeza de la medida de *M. Caſsini*, creyeron firmemente con èl, que la Tierra era de la figura, que èl havìa determinado; por lo qual no es de maravillar, que muchos de los Authores, que han eſcrito en eſtos años haſta el de 1736, en que ſe hicieron las medidas del grado en la *Laponia*, hayan defendido la figura Longa, determinada por *M. Caſsini*, co-

mo

[a] De la grandeur & de la figure de la Terre pag. 245.

mo indubitable, y aſsi con razon fundadiſsima por entonces la defendieron en nueſtra Eſpaña los Sapientiſsimos P. P. M. M. Feijòo, y Sarmiento, Benedictinos, aquèl en ſu *Theatro Critico* tom. 3. Diſcurſo 7. §.VII. èſte en la *Demonſtracion Critico Apologetica* de dicho *Theatro*, tom. 2. Diſcurſo 38. §§. XI. XII. y XIII.

Pero con todo eſſo, no cediò *M. Newton*, y otros muchos de ſu partido à tan plauſible experiencia. Confeſſaron, que la medida del Meridiano de *Francia* ſe havìa hecho con mucha delicadeza, y preciſion; pero afirmaban, que aunque la medida comprehendieſſe todo el Meridiano, que atravieſſa la *Francia*, eſtando unidos los grados de los dos arcos, en que ſe partiò la medida, la diferencia del valor, y longitud de unos grados à otros era muy corta, y por conſiguiente poco ſenſible, y expueſta à confundirſe entre el error à que toda Obſervacion eſtà expueſta, por mas delicada que ſea. Examinando ademàs de eſſo mas en particular la medida miſma, ſu methodo, y los Inſtrumentos, con que ſe havìa executado, hallaban, que aunque *M. Caſsini* pretendia no caber error conſiderable en ſus operaciones, y que no le permitian ſus Inſtrumentos; no obſtante no era facil perſuadirſe à que fueſſe aſsi en realidad, y que llegaſſe à tan alto punto de perfeccion la exactitud de que *M. Caſsini* ſe liſongeaba; y que eſte error no conocido de *M. Caſsini* era baſtante, para que en èl ſe envolvieſſe, no ſolo la diferencia de 37 toeſas, en que ſu medida àcia *Colibre* excedìa à la determinacion de *M. Picard*, y la de 137 en que excedìa à la de ſu Hijo àcia *Dunkerke*, ſino tambien la diferencia, que debìan tener fuera de eſto los grados, ſiendo la Tierra Lata, como ellos pretendìan.

M.

M. de Mairan por el contrario se empeñò con otros muchos Mathematicos Franceses en defender, no solo la exactitud en general de la medida de *M. Cassini* (de la que nadie dudaba) sino tambien la particular en orden à la diferencia hallada en los grados, pretendiendo, que esta no podìa atribuirse à error, y que assì era real, è indubitable. Como *M. Cassini* en su Libro, no havìa hablado del Phenomeno de los Pendulos en que fundaban *M. M. Huygens*, y *Newton* sus Theorìas, *M. de Mairan* tomò à su cargo componer este Phenomeno con la figura Longa de la Tierra, lo que hizo en una Memoria, presentada à la Academia el año de 1720, que puede verse en las de dicho año. Impugnò su Systhema como impossible *M. Des-aiguiliers* en *Inglaterra*, el año 1726 en una Memoria, que se puede vèr en las *Transacciones Philosophicas* n.° 386. 387. y 388. Bien es verdad, que debemos advertir aquì, que *M. Clairaut* en su precioso y cientifico Libro [a] demuestra geometricamente, como pudiera componerse, que la Tierra fuesse Longa, y que con todo esso los Pendulos fuessen mas cortos en el Equador, que àcia los Polos, ò que las pesadezes de los Cuerpos fuessen allì menores, que en mayores Latitudes; aunque segun su demonstracion en tal caso, la diminucion de los Pendulos en el Equador debìa ser mucho mayor, que la que se experimenta: esto es, de 8, ò 9 lineas, en la suposicion de la medida de M. *Cassini*, y su determinacion del valor respectivo de los grados.

En fin entre estas disputas de una, y otra parte, quedaba indecisa para los imparciales la figura, que se debìa atribuir à la Tierra. La importancia de este assumpto no podìa ser mayor para la perfeccion de las Ciencias especu-

la-

[a] Theorie de la figure de la Terre tirèe des principes de l'Hydrostatique, part. 2. cap. 2. §. LIII.

lativas, y no menos para los uſos humanos en muchas practicas. De ſu neceſsidad para el perfecto uſo de la Navegacion hablarémos en el Libro 9 mas à la larga; ahora baſtarà decir, que ſiendo diferentes las diſtancias de los Lugares, dadas unas miſmas Longitudes, y Latitudes, en el un Syſthema, que en el otro, ſon faciles de vèr los errores, que cometerìan los Navegantes en tal incertidumbre; y no eſtando determinada la figura de la Tierra, quièn ſabìa, haſta què punto podrìa llegar eſte error, y quan perniciosas podrìan ſer las conſequencias, à que induxeſſe.

La Geographìa eſtaba expueſta à los miſmos errores en colocar las diſtancias de los Lugares en las Cartas; y mas ſi era la opinion verdadera contraria à la que ſiguieſſe el que las formaſſe; pues en una diſtancia de 100 grados ſe errarìa en 2 grados por lo menos, el que ſupuſieſſe la Tierra Lata, y conforme à *M. Newton*, ſiendo Longa, y conforme à *M. Caſsini*, ò al contrario.

En la Aſtronomìa es aſsimiſmo viſible la neceſsidad de fixar de una vez eſte principio, pues de èl depende el conocimiento de la verdadera paralaxe de la Luna, que ſirve para medir ſus diſtancias, determinar exactamente ſus lugares en el Cielo, y conocer perfectamente ſus movimientos, y quièn no ſabe, que ſobre el conocimiento exacto de eſtos movimientos, eſtà fundada la mas razonable eſperanza de hallar algun dia la ſuſpirada Longitud geographica ſobre el Mar?

Dexo à parte el conocimiento de la gravedad, y de la peſadèz de los Cuerpos, acaſo el mas importante de toda la Phiſica, pues eſte es el Agente univerſal de que Dios ſe ſirve, mas principalmente para el govierno de la naturaleza, ò movimiento de los Planetas en los Cielos, y en la

d   Tier-

Tierra para todas las Machinas de que ſe ſirven los Hombres.

Omito la perfeccion del Nivèl, para traer de lexos las Aguas, abrir Canales, dàr paſſo à los Mares, y mudar las corrientes à los Rios, con otros muchos conocimientos, que las Ciencias por el neceſſario encadenamiento de unas con otras pueden ſacar de la verdadera determinacion de la figura de la Tierra.

En fin baſte decir, que unos Reyes tan ſabios, y circunſpectos como los de la Real Caſa de Borbòn, generoſa Madre, ſin diſputa de las Ciencias en Europa, han expendido ſumas increìbles; y unos hombres tan habiles como los miembros de la Academia Real de *Parìs*, Cuerpo ſin duda de los mas reſpetables del Mundo, han emprendido guſtoſos, por eſpacio de mas de 40 años, los mas trabajoſos afanes, ſolo por averiguar eſta verdad; peleando à porfia la incomparable magnificencia de los Monarchas con la zeloſa obediente diligencia de los Vaſſallos, por hacerſe utiles, no ſolamente à la Patria, ſino tambien à todo el reſto del Orbe.

El ultimo esfuerzo de eſta liberalidad, y de eſte zelo, fuè la generoſa reſolucion, que el Rey Chriſtianiſsimo hizo comunicar à la Academia, por medio del Conde de *Maurepas*, Miniſtro, y Secretario de Eſtado de la Marina de Francia, de que determinaſſe, del modo mas plauſible, eſta cèlebre queſtion, embiando à ſus expenſas dos tropas de los Miembros mas iluſtres de ſu ſabio Cuerpo, una al Norte, para medir un grado, lo mas cercano, que pudieſſe ſer al Polo, y otra à la America, para medir otro, lo mas cercano, que pudieſſe ſer al Equador. Eſte era el unico medio de determinar la figura de la Tierra, de modo, que no quedaſſe para en adelante duda alguna; pues, ò bien fueſſe

La-

Lata, ò bien Longa, los grados debìan ir aumentando, ò disminuyendo desde el Equador, hasta el Polo; y si comparando entre sì los grados vecinos, podìa la diferencia de ellos confundirse, por ser muy pequeña, con los errores precisos de las Observaciones; comparando dos grados lo mas distantes entre sì, que fuesse posible, serìa la diferencia de ellos tan considerable, que no pudiesse ocultarse à los Observadores; y si fuesse perfectamente esphérica, los grados, por distantes que entre sì fuessen, se hallarìan iguales, con la corta diferencia del error, que las Observaciones pudiessen producir.

Para executar esta empressa, verdaderamente Real, señalò S. M. Christianissima los Academicos, que debìan ir al Norte, y fueron *M. M. de Maupertuis*, *Clairaut*, *Cames*, *le Monnier*, y el Abate *Outhier*, correspondiente de la Academia, à quienes despues se juntò, con beneplacito del Rey, *M. Celsius*, cèlebre Professor de Astronomìa en *Upsal*, y por Secretario *M. de Sommereaux*, y *M. de Kerbelot* por dibujante. El Viage, y Observaciones hechas baxo el Circulo Polar sobre el Rio *Tornea*, que desagua en el Golfo *Bothnico*, se pueden vèr en las *Memorias de la Academia Real*, y en el Libro de la *Figura de la Tierra*, que publicò à su vuelta el año 1738 *M. de Maupertuis*.

Para ir al Equador fueron señalados los Academicos *M.M. Godin*, *Bouguer*, y *la Condamine*, para hacer Observaciones Botanicas *M. de Jussieu*, Doctor en Medicina de la facultad de *Parìs*, por Ayudantes *M. M. Verguin*, *Desodonais*, y *Couplet*, por dibujante *M. de Morainville*, por Cirujano *M. Seniergues*, y por Reloxero à *M. Hugot*. Pareciò el Lugar mas à proposito, para hacer las Observaciones sobre el Equador, el territorio de *Quito* en la America Meridionàl, en

en los Reynos del *Perù*, que eſtà baxo de la Equinoccial. Pidióſe licencia para paſſar à eſtos ſus dominios al Rey N.S, el qual, no ſolo la concediò benigniſsimo, ſino que quiſo, que noſotros los acompañaſſemos, como yà dixe en el Prologo, è hicieſſemos con ellos las miſmas Obſervaciones, y otras, que S. M. ſe ſirviò ordenarnos en ſus Reales Inſtrucciones.

Groſera ruſticidad ſerìa no dàr aquì algun pequeño teſtimonio de nueſtro aprecio, y eſtimacion al merito de los que por tanto tiempo hemos logrado por Compañeros, y de nueſtro reconocimiento à las luces, que hemos debido à ſu comunicacion. Nueſtros elogios ninguna recomendacion pueden añadir à ſus talentos, ſobre la Soberana, que les dà la elecion de ſu Rey; y aſsi nos contentarémos con hacerles la juſticia de decir, que hacen juſta la ſuperior confianza de ſu Monarcha.

Ultimamente debémos advertir, que deſpues del regreſſo à *Francia* de los Academicos embiados al Norte, ſe volviò à medir de orden del Rey la linea Meridiana, que atravieſſa la *Francia*, con Inſtrumentos mas exactos, y con mayor delicadeza, que ſe havìa executado antecedentemente. Encargóſe eſta medida à *M. Caſsini de Thury*, nieto de *M. Caſsini*, que la emprendiò la primera vez, y à M. el Abate *de la Caille*; y haviendo èſtos executado ſu medida, con quanta preciſion es imaginable, hallaron, que èſta ſe conformaba, con las medidas hechas en el Circulo Polar, y deſpues con las nueſtras, hechas en el Equador, como ſe puede vèr en las *Memorias de la Academia de las Ciencias*, y como noſotros dirémos en la Obra, que vamos à empezar.

OBSER-



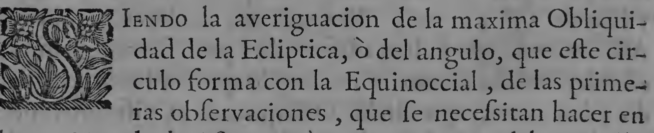
Vicente de la Fuente F. en Madrid.

OBSERVACIONES
ASTRONOMICAS, Y PHYSICAS, hechas de Orden de S. M.

LIBRO I.
Sobre la maxima Obliquidad de la Ecliptica.

CAPITULO I.

De lo util, y neceſſario que es el obſervar la maxima Obliquidad de la Ecliptica.



SIENDO la averiguacion de la maxima Obliquidad de la Ecliptica, ò del angulo, que eſte circulo forma con la Equinoccial, de las primeras obſervaciones, que ſe necesſitan hacer en la practica de la Aſtronomìa, parece, que debemos dàr

 prin-

principio por ella à nuestra Obra. De este conocimiento sin duda dependen casi todos los fundamentos de esta Ciencia, y su puntual exactitud. Las Ascensiones rectas, y Declinaciones del Sol, tan utiles, y precisas para la correccion de los tiempos, y guia unica de la Geographìa, y Navegacion, estàn fundadas sobre la Obliquidad de la Ecliptica; y sin èsta no pudieran dàr passo aquellas Ciencias. El curso de los Planetas, su verdadero lugar en el Cielo, sus Eclipses, y aspectos dependen igualmente de este principio: y no menos las Declinaciones de las Estrellas, tan necessarias con las del Sol, para determinar las Latitudes de los Lugares. Assimismo, el govierno de los Reloxes, con quienes se determinan las Longitudes, y la correccion de la variacion de la Aguja en la Navegacion, dependiendo de las Ascensiones rectas, y Declinaciones del Sol, no necessitan menos de la Obliquidad de la Ecliptica; la qual, hablando generalmente, se puede decir, que es la base de la Astronomìa, y por consiguiente de la Geographìa, y Navegacion, y assimismo de otras muchas partes dependientes de esta Ciencia.

Con este interès se aplicaron varios, y aun de los mas antiguos à examinar la Obliquidad de la Ecliptica: pero la mas antigua memoria, que tenemos, es de las observaciones hechas por *Pitheas*, y *Eratosthenes*, que florecieron, el primero 324 años antes de Jesu Christo, y el segundo 230: aquèl diò la maxima Obliquidad de 23° 52′ 41″, y èste de 23° 51′ 20″. Despues acà ha havido muchos Astronomos, que la han observado; pero siempre han ido estableciendola menor, y menor: lo que ha hecho persuadir à los mas, que dicha Obliquidad và disminuyendo anualmente, y hà obligado à dedicarse todos à examinarla con

con mas atencion; los unos por aſſegurarſe de la primera cantidad eſtablecida, y los otros de la pretendida diminucion; à la qual muchos ſe oponìan, atribuyendo las diverſas aſsignaciones, que ſe le daban à la maxima Obliquidad, à yerro de las obſervaciones de los antiguos; cuyo ſentir no iba muy diſtante de lo veridico, pues ciertamente, no debemos eſperar de los Inſtrumentos antiguos la exictud deſeada. En fin, que fueſſe, ò no cierta una, ù otra opinion, no ſe podìa comprobar mas, que por un conſiderable numero de obſervaciones exactas, y diſtantes.

Entre los varios methodos, que hay, de obſervar la maxima Obliquidad de la Ecliptica, el mas propio es, el obſervar en los dos Solſticios la diſtancia Meridiana del centro del Sol al Zenith; pues la mitad de la ſuma de ambas diſtancias debe ſer la maxima Obliquidad.

En eſtas dos obſervaciones ſe debe hacer atencion à la refraccion, la qual es muy conſiderable en el Solſticio hyemal, y expueſta à graves alteraciones, à cauſa de lo muy baxo, que en Europa vemos à eſte Aſtro en la ſazon: y como eſte inconveniente es mucho menor en el territorio de *Quito*, pues ſe halla la Ciudad capital caſi ſobre el Equador, pareciò, que no ſe debìa deſpreciar eſta conveniencia; antes bien en caſo tan apropoſito, y que ſe tenìan los Inſtrumentos neceſſarios para el intento, ſe diſcurriò como preciſo el nuevo examen de la maxima Obliquidad de la Ecliptica, tan util, y aun neceſſario para caſi todas las Ciencias en general; cuyas reflexiones hicieron, que ſe emprendieſſen las operaciones neceſſarias para ſu concluſion, como ſe verà en los Capitulos ſiguientes.

CAPITULO II.

Obſervacion del Solſticio hyemal del año 1736.

COn los motivos dichos antecedentemente, ſe montò ſobre una loſa de piedra en la miſma Ciudad de *Quito*, y en una Caſa proxima à la Parroquia de *Santa Barbara*, el Inſtrumento, que llevaron los Academicos Franceſes, deſtinado à obſervar la amplitud del arco de la Meridiana; el qual tenìa doce pies de radio, ſiendo conſtruído ſegun mueſtra la figura I.[a] En eſta AF repreſenta el anteojo montado con el Micrometro A; CB el limbo dividido en grados, minutos, y ſegundos, por medio de las tranſverſales; el qual comprehendía un arco de 30 grados; D el centro, de donde pendía un hilo caſi todo de pita DE, que mantenía el peſo E: dixe caſi todo de pita, porque en el parage que batía en el limbo era dicho hilo de plata, y muy delicado, para que con eſſo cortára limpiamente la tranſverſal, y ſe pudiera juzgar de la altura mas facilmente. El todo del Inſtrumento eſtaba montado ſobre un piè, como los de los Quartos de circulo, cuya deſcripcion ſe dà en el libro ſiguiente; y hablando generalmente, no ſe diferenciaba de eſtos mas, que en contener ſolo un arco de 30 grados, quando los otros le contienen de 90 y mas grados: de donde ſe puede colegir, que no ſe diferencia el uſo del un Inſtrumento, al del otro.

[a] Lamina I.

El unico defecto, que deſpues ſe le notò, fuè, que la barra de hierro KD, ſiendo tan larga, y eſtando tan poco ſujeta, pues no tenía mas del anteojo, que le pudiera ſervir de apoyo, al menor movimiento temblaba, ù oſcila-

ba

ba de ſuerte, que comunicandole el propio movimiento al perpendiculo DE, hacìa dificultoſo el eſtimar el parage de la tranſverſal, que cortaba èſte.

Eſtando pues el Inſtrumento montado, como he dicho, en el mes de Diciembre de 1736, ſe hicieron con èl las obſervaciones de la diſtancia Meridiana del Sol al Zenith ſiguientes.

Dia 21 diſtancia del limbo Auſtral del Sol al Zenith	23°	{19′ 03″ [a] / 18 53}
23		17 49
24		16 41
25		14 51
27		09 51

Eſtas es neceſſario corregirlas del error à que eſtàn expueſtas, à cauſa de la ſituacion del anteojo; porque, para que fueſſen legitimas era preciſo, que la viſual del anteojo eſtuvieſſe paralela à la linea, que tirada del centro del Inſtrumento, paſſa por el punto cero de la diviſion. Eſta correccion ſe averiguò como de ordinario, por medio de obſervar la diſtancia de un objeto al Zenith dos veces; practicando la primera obſervacion con los grados internos del Inſtrumento reſpecto del anteojo, y la ſegunda con los externos; pues la mitad de la ſuma de ambas obſervaciones, ſe diferencia de qualquiera de las dos en el error deſeado: eſto es, ſi en la figura I. el angulo ODI es el que ſe hallò en la primera obſervacion, que diſtaba el objeto del Zenith, y en la ſegunda el ODG; la mitad de la ſuma de ambos, ò el angulo IDH ſe diferencia del pri-

[a] En la primera obſervacion ſe vèn duplicados los minutos, y ſegundos, por denotar dos eſtimas, que ſe hicieron del parage, donde cortaba el aplomo, ò perpendiculo la tranſverſal del Inſtrumento.

primero ODI , ò del ſegundo ODG , del angulo ODH ; el qual es el error , que procede en las obſervaciones , de que el anteojo FA no ſe halla paralelo à la linea DO , ſino à la DH : pues bien claro es , que en la obſervacion ſe notò por la diſtancia del objeto al Zenith el angulo ODI, quando el verdadero es el HDI.

Se eſcogiò para la practica , y examen de eſta correccion por objeto à la Eſtrella de Oriòn , que *Bayer* ſeñala con ε , la qual diſta (à ſu tranſito por el Meridiano) muy poco del Zenith de *Quito*: obſervòſe pues eſta diſtancia, y ſe hallò en los grados internos como ſigue.

Dia 9 de Enero de 1737.	00°	58′	18″
10			21½
11			19
12			19

y en los grados externos.

Dia 26 de Enero	1	22	56½
27			54¼
31			43
1 de Febrero			56

Excluyeſe de eſtas ultimas obſervaciones la tercera por diferenciarſe mucho de las otras tres.

El medio arithmetico de las quatro primeras es	00°	58′	19½
y el de tres de la ſegunda operacion	1	22	55½
cuya ſemiſuma es	1	10	37½
la qual dà por correccion del anteojo aditiva	0	12	18

Las obſervaciones de la ſegunda operacion ſe pueden corregir de un movimiento eſtraño , que han notado varios Aſtronomos en las Eſtrellas; el qual ha explicado muy bien M. *Bradley* de la *Sociedad Real de Londres* en ſu Theori-

rica de la Aberracion de la luz, y deſcrito M. *Clairaut*, con el methodo de calcularle en las Memorias de ſu *Academia Real de Parìs* del año 1737. Tomando pues eſta Theorica como Hypotheſis, y ſirviendome de ella para calcular eſte movimiento de las Eſtrellas, hallo, que deſde 10 à 30 de Enero tuvo ε de diferencia de Aberracion $2\frac{1}{2}''$; que ſubſtraìdos de las obſervaciones de la ſegunda operacion, quedarà el medio arithmetico de eſtas en $1^\circ\ 22'\ 53''$
y la ſemiſuma en $1\ \ 10\ \ 36\frac{1}{4}$
la qual dà por correccion del anteojo aditiva $0\ \ 12\ \ 36\frac{3}{4}$

A mas de eſte error, ſe examinò el que podìa proceder de la colocacion del centro del Inſtrumento; pues es cierto, que ſi dicho centro no eſtuviera colocado en ſu verdadero lugar, el angulo anotado en el limbo, no ſerìa el legitimo. Para hacer eſte examen, ſe tomò entre las puntas de un *Compàs de vara* la diſtancia de una toeſa; la qual tranſportada al limbo del Inſtrumento, ſe viò, correſpondìa à la cuerda de $28^\circ\ 58'\ 43''$. De eſta razon ſe infiere, que el radio del Inſtrumento debìa ſer de 11 pies, 11 pulgadas, y 10. 64 lineas: pero examinando eſte por la linea, que ſaliendo del centro paſſa por el grado $13\frac{1}{2}$ de la diviſion, ſe hallò, que ſolo conſtaba de 11 pies, 11 pulgadas, y 10. 46 lineas: por lo qual, el verdadero centro del Inſtrumento diſtaba del limbo mas que el actual (en la linea, que paſſaba por el grado $13\frac{1}{2}$) de 0. 18 lineas.

Tambien por medio del hilo aplomo, ò perpendiculo DE, ſe notò, que la diſtancia del centro actual D al punto cero de la diviſion era mayor, que la del miſmo centro D al punto del grado $25\frac{1}{2}$, de una linea exacta.

Con eſtos datos averiguarémos la ſituacion, ò lugar del centro verdadero del Inſtrumento, ſuponiendo en la ſi-

figura 2, que ſea DBA el limbo del Inſtrumento; D el grado $25\frac{1}{2}$; B el $13\frac{1}{2}$; A el punto cero de la diviſion; K el centro actual, y C el verdadero: porque tirando la KE paralela à la tangente en el punto B, y por conſiguiente perpendicular al radio CB, ſerà CF = 0. 18 lineas, à cauſa de que BC, BK ſon ſenſiblemente paralelas. Aſsimiſmo, tirando la CH paralela à la tangente en el punto A, y la CM paralela à la tangente en el punto D, con las perpendiculares à eſtas KL, KM, tendrémos tambien KL + KM = 1.00 lineas. Ademàs de eſto, ſe tienen conocidos los angulos ACB = CEK = $13\frac{1}{2}$, y BCD = CIF = 12°; con que ſuponiendo,

a = KL + KM
b = CF
R = al radio
S = al ſeno del angulo CEK
C = à ſu ſeno 2
s = al ſeno del angulo CIF
c = à ſu ſeno 2
x = KL
y = CL

hecho el calculo ſe hallarán,

$$x = \frac{RSa + Csb + Scb}{(S + s).R} \qquad y = \frac{Cx - Rb}{S}$$

Si deſpues de eſto, ſuponemos S = s, y C = c, lo que no puede producir yerro ſenſible en el caſo preſente, las formulas ſe reduciràn à

$$x = \tfrac{1}{2}a + \frac{Cb}{R} \qquad y = \frac{Ca}{2S} - \frac{Sb}{R}.$$

ò

ò llamando T la tangente del complemento de qualquiera de los angulos ACB, BCD; $y = \frac{Ta}{2R} - \frac{Sb}{R}$.

Segun esto, son $x = 0.676$, $y = 2.216$ lineas: de donde se deduce CK $= 2.317$ lineas; y el angulo KCA $= 73^{\circ}\ 01'$.

Sabida la situacion del verdadero centro respecto del actual, para deducir la correccion, que de ella se debe hacer en los angulos observados, es necessario considerar en la figura 3, que si el angulo aKs ($=$ ACS, por ser Ka, KS paralelas à CA, CS) es el observado, el arco as havrà dado la medida de este angulo; en lugar, que el legitimo, y que se debiera haver notado es AS: por lo qual, lo que este fuere mayor, ò menor, que el antecedente, se debe añadir à la observacion, para tenerla correcta. Esta cantidad es igual al excesso, ò defecto de la KQ, perpendicular à CS, sobre la KP, perpendicular à CA: y se hallarà suponiendo,

$a = CK = 2.317$
$b = KP = 2.216$
S $=$ al seno del angulo KCS, ò KCQ.

porque tendrémos $R : S = a : \frac{aS}{R} = KQ$; y el excesso, ò defecto de KQ sobre KP $= \frac{aS}{R} - b$. Llamese ahora el radio del Instrumento, que es de 11 pies, 11 pulgadas, 10.64 lineas, ò de 12 pies, r; y tendrémos: $r : \frac{aS}{R} - b$

 $=$ R:

$= R : \frac{aS - Rb}{r} =$ al angulo, ò correccion, que ſe debe hacer à la obſervacion.

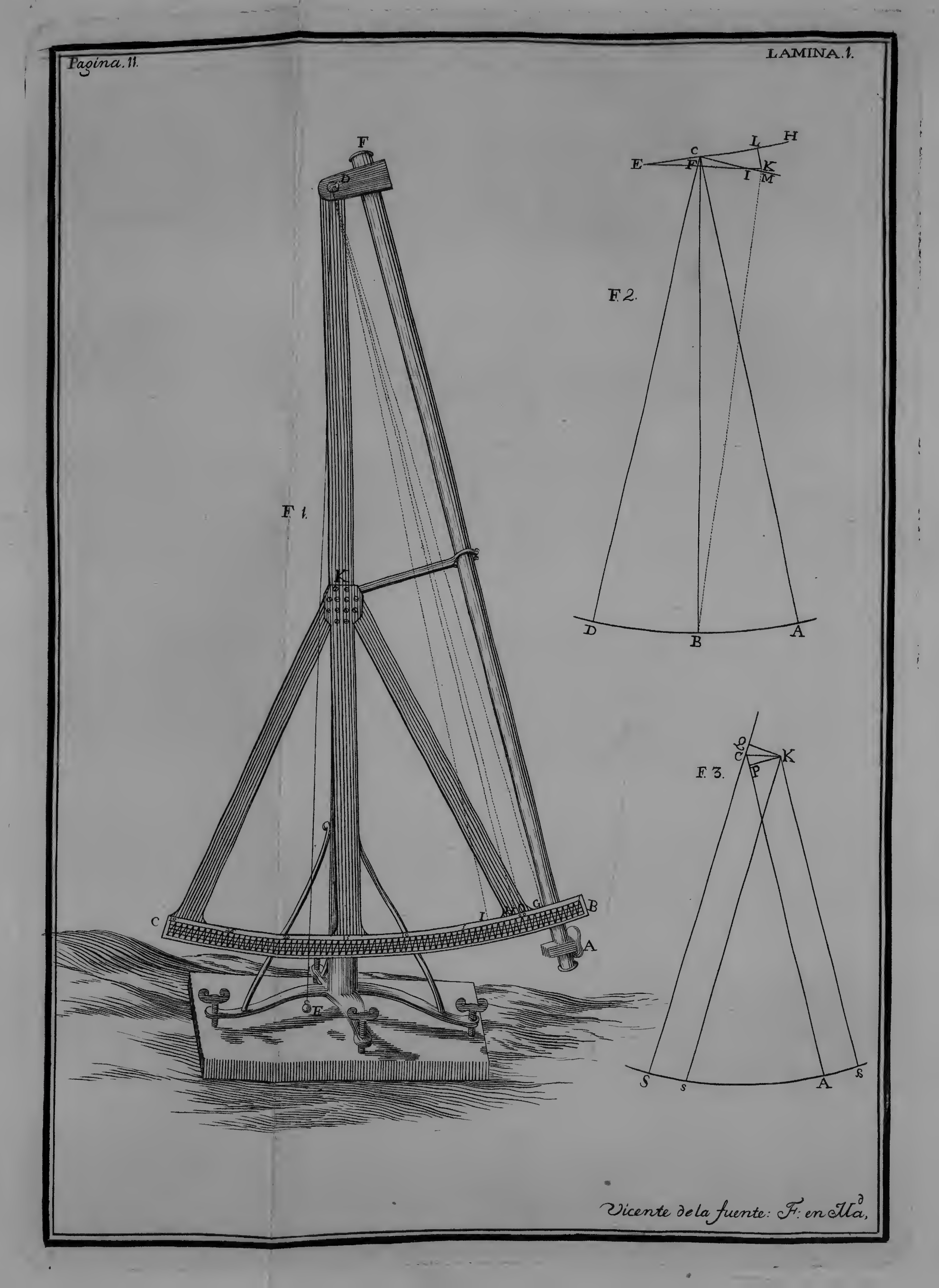
Segun eſto la correccion, que por eſte motivo nos toca hacer à las obſervaciones del Sol, es de $10''$ aditiva.

Pero ſe verà claramente, que la que les pertenece à las obſervaciones de ϵ de Oriòn es $= 0$; porque en eſte caſo $S =$ al ſeno del angulo KCA $= \frac{Rb}{a}$: cuya cantidad pueſta en $\frac{aS - Rb}{r}$ en lugar de S, quedarà eſta formula en $\frac{Rb - Rb}{r} = 0$.

Siendo aditivas las dos correcciones, que tenemos examinadas; y debemos hacer à las obſervaciones ſolares, la una de $12'\ 16\frac{3}{4}''$, y la otra de $10''$; ſi añadimos la ſuma de ellas $12'\ 26\frac{3}{4}''$ à dichas obſervaciones, nos quedaràn eſtas correctas; eſto es,

La del dia 21 de Diciembre de 1736	23°	$31'$	$\left\{\begin{array}{l} 29\frac{3}{4}'' \\ 19\frac{3}{4} \end{array}\right.$
23		30	$15\frac{3}{4}$
24		29	$07\frac{3}{4}$
25		27	$17\frac{3}{4}$
27		22	$17\frac{3}{4}$

Para deducir de eſtas obſervaciones las verdaderas diſtancias Meridianas del centro del Sol al Zenith, ſe han de corregir del ſemidiametro aparente; de la refraccion; y de la paralaxe. El ſemidiametro aparente es ſegun *M. de Louville* de $16'\ 18''$ ſubſtractivos; la refraccion ſegun la Tabla, que conſtruyò *M. Bouguer*, propia para la Zona Torrida, es



Pagina. 11.
LAMINA. 1.
F
F. 1.
K
C
B
A
E
F. 2.
E
C
F
L
H
K
I
M
D
B
A
F. 3.
K
P
S
s
A
Vicente de la fuente: F: en Mad.

es de $13\frac{1}{2}''$ aditivos ; y la paralaxe ſegun el *Conocimiento de los tiempos* , que ſale todos los años à luz de la *Academia Real de las Ciencias de Parìs* , es de $5\frac{1}{2}''$ ſubſtractivos[a] : cuyas tres correcciones reducidas à una , nos dàn $16'\ 10''$, que debemos ſubſtraer de las obſervaciones antecedentes , para que nos dèn las verdaderas diſtancias Meridianas del centro del Sol al Zenith : y aſsi las tendremos,

Dia		
21 de Diciembre de 1736 diſtancia Meridiana del centro del Sol al Zenith	23°	$15'$ { $19\frac{3}{4}''$ / $05\frac{3}{4}$ }
23		$14\ \ 05\frac{3}{4}$
24		$12\ \ 57\frac{3}{4}$
25		$11\ \ 07\frac{3}{4}$
27		$06\ \ 07\frac{3}{4}$

De eſtas diſtancias debemos deducir , la diſtancia Meridiana del Tropico de Capricornio al Zenith , añadiendo à aquellas la mutacion en Declinacion , que tuvo el Sol deſde el inſtante , en que ſucedió el Solſticio, haſta la hora de la obſervacion ; la qual ſe puede hallar por medio de la formula , que dà *Chriſtiano Wolfio* en ſus *Elementos de Mathematica* Tomo 3 pag. 470, ò el *Doct. Gregóri* en ſu *Aſtronomìa phiſica* lib. 3 propoſ. 11 para hallar la hora , en que ſucede el Solſticio por medio de tres obſervaciones como las ſiguientes. Eſte Author ſupone,

a = al tiempo paſſado entre primera , y ſeg.ª obſervacion
b = al tiempo paſſado entre ſegunda, y tercera
c = à la mutacion en Declinacion de la primera à la ſegunda obſervacion

d =

[a] Las Tablas, de quienes ſe han deducido eſtas cantidades, ſe hallan inſertas al fin de eſte Libro.

$d =$ à la mutacion en Declinacion de la ſeg.ª à la tercera
$x =$ al tiempo paſſado deſde el punto del Solſticio à la ſegunda obſervacion
[a]
$m =$ à la mutacion en Declinacion deſde el punto del Solſticio à la hora de la ſegunda obſervacion
$r =$ al parametro de una Parabola, cuyas ordenadas ſon a, b, x: y dice que $m = \frac{x^2}{r}$, $r = \frac{a^2 + 2ax}{c}$ $x = ..$ $\frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$.

De las dos primeras formulas ſe deduce eſta otra $m = \frac{cx^2}{a^2 + 2ax}$.

Ahora es neceſſario advertir, que el *Doct. Gregóri* deduxo eſtas formulas ſuponiendo, que de las tres obſervaciones, la primera, y ſegunda ſe hicieron antes del Solſticio, y la tercera deſpues: pero ſi todas ſe huvieran hecho deſpues del Solſticio como en el caſo preſente, las formulas debìan ſer $x = \frac{a^2d + b^2c}{2ad - 2bc}$ $m = \frac{cx^2}{2ax - a^2}$.

Segun eſto no neceſsitamos mas que tres obſervaciones para deducir el valor de x; con que con las cinco hechas, podemos hallar diez valores de x, por poderſe combinar las cinco obſervaciones de diez modos diſtintos, tomandolas de tres en tres; los quales diez valores deben dàr el tiempo, en que ſucediò el Solſticio, al miſmo minuto, y ſegundo, ſi las obſervaciones eſtàn exactamente preciſas: pero

[a] Eſta letra no la incluye en ſu calculo el *Doct. Gregòri*, pero yo lo hago por mayor comodidad.

pero como no puede dexar de ocaſionarſe el yerro de 4, ò 6 ſegundos en ellas, qualquiera de eſtos es ſuficiente, para que los valores, que ſe deduzcan de x, no dèn el tiempo, en que ſucediò el Solſticio à la hora preciſa. No es meneſter mas, para convencerſe de eſto ultimo, que hacer el calculo, ſirviendoſe de la formula $x = \frac{a^2d + b^2c}{2ad - 2bc}$, pues ſe verà la diſparidad, con que nueſtras cinco obſervaciones determinan el Solſticio. Si las tres primeras[a] le dàn el dia 20 à la $1^h\ 33'$ de la tarde; ſegunda, tercera, y quarta le dàn el dia 22 à las $9^h\ 08\frac{1}{2}'$ de la mañana: y aunque eſtas dos combinaciones ſon las que mas ſe apartan de lo cierto, ſin embargo, entre las otras no dexa de haver baſtante diferencia.

Eſto procede, de que las cinco obſervaciones no ſiguen la ley, que deben: eſto es, que las mutaciones en Declinacion, que le dàn al Sol, no ſon como los quadrados de los tiempos, en que las tuvo: cuya ley ſe ha de guardar inviolablemente en tiempo, que eſte Aſtro eſtà en las cercanías de los Tropicos.

Debemos pues corregir nueſtras obſervaciones de ſuerte, que guardando dicha ley, no diſten mucho de lo obſervado, ò ſe alteren lo menos que ſea poſsible, aumentando en la miſma cantidad la pequeña, que ſe diſminuyere la muy grande. Baxo de cuyo ſupueſto, el modo, en que deben quedar las obſervaciones, es como ſe ſigue.

[a] Sirviendoſe en la primera obſervacion de la primera eſtima.

Ob-

Obſervaciones correctas de la diſtancia Meridiana del centro del Sol al Zenith hechas en

	por la primera eſtima.	por la ſegunda eſtima.
21 de Diciembre de 1736	$23^\circ\ 15'\ 12\frac{3}{4}$	$23^\circ\ 15'\ 09\frac{1}{4}''$
23	$14\ 12\frac{1}{4}$	$14\ 08\frac{3}{4}$
24	$12\ 57\frac{3}{4}$	$12\ 54\frac{1}{4}$
25	$11\ 11\frac{3}{4}$	$11\ 08\frac{1}{4}$
27	$06\ 14\frac{3}{4}$	$06\ 12\frac{1}{4}$

Bien ſe pudiera no haver diſminuìdo tanto la obſervacion del dia 21 en la primera eſtima; pero para ello, era neceſſario admitir mas yerro en qualquiera de las otras: las quales diſpueſtas en eſta forma, no ſolo no paſſa el mayor yerro de 7″, pero dàn, haver ſucedido el Solſticio el dia 21 à las 11 horas, y 44 minutos de la mañana, que ſe acerca mucho al tiempo, à que le dàn las Tablas Aſtronomicas. Sin embargo parece, que la ſegunda eſtima nos dà aun mayor juſtificacion: pues determinando el Solſticio à la miſma hora, no ſube el mayor yerro à mas de $3\frac{1}{2}''$: y aſsi diſcurro, que nos debemos ſervir de ella.

Haviendo ſucedido el Solſticio tan cerca del medio dia 21, la mutacion en Declinacion, que tuvo el Sol deſde un tiempo al otro, es caſi nula: eſto es, $m = 0$: y aſsi la diſtancia Meridiana del Tropico de Capricornio al Zenith de *Quito* ſerà de $23^\circ\ 15'\ 09\frac{1}{4}''$.

(∵)

CA-

CAPITULO III.

Obſervacion del Solſticio eſtival del año 1736.

HEchas las obſervaciones antecedentes, ſe conſervò el Inſtrumento en el propio eſtado, y lugar, haſta el Solſticio eſtival proximo de 1737, que ſe obſervò del miſmo modo, y con las miſmas precauciones, en eſta forma.

Dia 20 de Junio, diſtancia Meridiana del limbo Septentrional del Sol al Zenith		23° 44′ 57″
21		45 08
22		44 56
23		44 03
24	del limbo Auſtral	11 30

Deſpues de eſto, ſe rectificò el Inſtrumento, igualmente ſobre la Eſtrella ε de Oriòn, tomando à ſu tranſito por el Meridiano las diſtancias Meridianas de ella al Zenith, que ſe ſiguen.

En los grados externos reſpecto del anteojo.

Dia 1 de Julio de 1737	1° 22′ 19″
2	27
5	29
7	33

En los grados internos.

Dia 28 de Julio	00° 58′ 39″
30	39
3 de Agoſto	41
El medio arithmetico de las quatro primeras es	1 22 29½

y

y el de las tres de la ſegunda operacion 0 58 39½
cuya ſemiſuma es 1 10 34½
la qual dà por correccion del anteojo aditiva 0 11 55

Si las obſervaciones de la ſegunda operacion ſe quieren corregir tambien de 3½″, que padeciò mas de Aberracion de la luz à 31 de Julio, que à 4: el medio arithmético de eſtas obſervaciones ferà entonces de 0° 58′ 43″
y la ſemiſuma 1 10 36¼
la qual dà por correccion del anteojo aditiva 0 11 53¼

Eſta correccion es menor, que la que ſe hallò en el Solſticio hyemal de 23½″; cuya diferencia procediò, de haverſe mudado para las obſervaciones de eſte Solſticio los hilos del Micrometro del anteojo.

Debemos pues corregir las obſervaciones ſolares de eſtos 11′ 53¼″; y à mas de los 10″ que nos diò en el Capitulo antecedente la mala ſituacion del centro del Inſtrumento: cuya ſuma es de 12′ 03¼″: y aſsi quedaràn dichas obſervaciones de eſta ſuerte.

La del dia 20 de Junio	23° 57′ 00¼″
21	11¼
22	56 59¼
23	06¼
24	23 33¼

Ademàs de eſto, empleando 15′ 47″ de ſemidiametro aparente, ſegun *M. de Louville*; y la miſma refraccion, y paralaxe, que en el Capitulo antecedente: tendrémos las diſtancias Meridianas del centro del Sol al Zenith, como ſe ſigue.

Dia 20 de Junio de 1737, diſtancia Meridiana del centro del Sol al Zenith 23° 41′ 21¼″

Dia

Dia 21	23° 41′ 32$\frac{1}{4}$″
22	41 20$\frac{1}{4}$
23	40 27$\frac{1}{4}$
24	39 28$\frac{1}{4}$

Las obſervaciones de los dias 20, y 22, ſiendo caſi de un propio valor, pues no ſe diferencian mas que en un ſegundo, determinan, haver ſucedido el Solſticio el 21 à medio dia; porque en tal caſo $x = \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc} = 0$; à cauſa de que $b = a$, $c = d$: lo qual conviene muy bien con las Tablas Aſtronomicas.

Eſtablecido pues el Solſticio el 21 à medio dia; para que las obſervaciones ſigan la ley, que ſe dixo en el Capitulo antecedente, y queden lo menos alteradas, que ſea poſsible, ſe han de corregir de eſta forma.

Obſervaciones correctas de la diſtancia Meridiana del centro del Sol al Zenith, hechas en

20 de Junio de 1737	23° 41′ 17$\frac{1}{2}$″
21	32
22	37$\frac{1}{2}$
23	40 34
24	39 21$\frac{1}{2}$

En eſtas obſervaciones el mayor yerro no paſſa de 6$\frac{3}{4}$″: y ſegun la correccion, la diſtancia Meridiana del Tropico de Cancer al Zenith de *Quito* es de 23° 41′ 32″.

CONCLUSION.

DEterminadas yà las dos diſtancias Meridianas de los Trópicos al Zenith de *Quito*, la ſuma de ellas nos darà la diſtancia entre los Trópicos; y la mitad de èſta la maxima Obliquidad de la Ecliptica: por lo qual,

Diſtancia Meridiana del Trópico de Capricornio al Zenith de *Quito*	23°	$15'$	$09\frac{1}{4}''$
la miſma del Trópico de Cancer	23	41	32
Suma, diſtancia entre los Trópicos	46	56	$41\frac{1}{4}$
Semiſuma, maxima Obliquidad de la Eclipt.	23	28	$20\frac{5}{8}$

Eſto es, deſpreciando el corto quebrado; la maxima Obliquidad de la Ecliptica à fines de Marzo de 1737 fuè de $23^{\circ}\ 28'\ 20''$: cuya cantidad ſe hallò tambien en el Obſervatorio de *Parìs*; en el año 1738, como ſe vè en los *Elementos de Aſtronomìa* de *M. Caſsini* pagina 113.

CAPITULO IV.

Reflexiones ſobre la diminucion de la maxima Obliquidad de la Ecliptica.

YA ſe dixo en el Capitulo primero, como varios Authores ſon de dictamen, de que la Obliquidad de la Ecliptica diſminuye anualmente, fundados en que las obſervaciones, que ſe han hecho de ella, ſe hallan menores, y menores: y que eſte ſentir no ha ſido generalmente recibido, à cauſa de que no ſe hallaba la exactitud neceſſaria en los Inſtrumentos de los Antiguos. Lo primero ſe examinarà, cotejando las diverſas obſervaciones hechas en todos tiempos, empezando por la de *Pithèas*, que

es

es la mas antigua, de que tenemos memoria: las quales se hallan en varios Authores, como se sigue.

Pithèas	324	años antes de Jesu Christo la hallò de	23°	52′	41″
Eratòsthenes	230			51	20
Hiparcho	140			51	20
Ptolomèo	140	años despues de J. C.		51	10
Pappo	390			30	00
Albategnio	880			35	00
Arzachel	1070			34	00
Prophacio	1300			32	00
Regiomontano	1460			30	00
Walthero	1500			30	00
Copernico	1525			28	30
Rothmano, y Byrgio	1570			30	20
Dantìcio	1570			29	55
Tycho	1587			31	30
Keplero	1627			30	30
Gassendo	1636			31	00
Riccioli	1646			30	20
Cassini	1656			29	02
Richèr	1672			28	54
M. de Louville	1715			28	24
Por las ultimas observaciones de	1737, y 1738			28	20

Si se admiten por exactas las observaciones de los Antiguos, no hay duda, que la maxima Obliquidad de la Ecliptica ha disminuído desde el tiempo de Jesu Christo al nuestro; pero si se hace atencion à muchas de ellas, se verà por su poca concordancia comprobada la opinion, que atribuye la alteracion de ellas à la poca exactitud de los Instrumentos antiguos: pues si *Ptolomèo* nos asigna

23° 51′ 10″; *Pappo* con ſola la diferencia de 250 años nos dà 23° 30′, aproximandoſe mucho à nueſtras obſervaciones modernas, que ſe han hecho 1300 años deſpues: y al contrario en 200 años, que ſe han paſſado deſde la obſervacion de *Copernico* à las nueſtras, no ſe halla caſi diferencia en la aſignacion de la maxima Obliquidad de la Ecliptica; quando la de *Tycho* es 3 minutos mayor, que la primera, haviendoſe hecho mucho deſpues.

Si el cotejo de las obſervaciones de los Antiguos nos enſeñan la poca exactitud de ſus Inſtrumentos, mucho mas ſe reconoce, haciendo atencion à la conſtruccion, y uſo de èſtos. Un Eſtilo erigido perpendicularmente ſobre una ſuperficie plana, ò concava, era el ordinario de ellos; y el notar la ſombra del miſmo Eſtilo ſobre la ſuperficie, y deſpues hallar por medida la razon del Eſtilo à la ſombra, y por èſta el angulo de la altura del Aſtro, era toda la practica del Inſtrumento. Ahora pues, à quantos errores no eſtà expueſto todo ello? aunque ſe preſcinda de la conſtruccion del Inſtrumento, en la qual ſolo para erigir el Eſtilo perpendicularmente havrà mil dificultades, bien ſabido es, que la ſombra del Eſtilo no determina ni el limbo ſuperior del Sol, ni el inferior, ni el centro, como lo manifieſta *M. Bouguer* en ſu obra intitulada *De la methode d'obſerver exactement ſur Mer la hauteur des Aſtres* pag. 36, ſobre cuyo aſſumpto hizo varias experiencias: por lo qual qualquiera de los tres puntos referidos, que tomaſſen los Antiguos por legitimo, no podìa dexar de darles yerros conſiderables; à mas del que por otro lado les daría la averiguacion de la razon del Eſtilo à la ſombra, en lo qual las mayores precauciones del Mundo no ſon ſuficientes.

Eſtas

Eſtas reflexiones hicieron con mucha razon, que no admitieſſen algunos la diminucion de la Obliquidad de la Ecliptica; pero ſin embargo, parece no haver motivo, mas que para dudar de ello: porque la miſma diſcordancia entre las obſervaciones, no llega à probar mas, que la poca ſeguridad de ellas.

El miſmo motivo de duda ſe hallarà, aun atendiendo ſolo à las obſervaciones modernas; porque aunque èſtas convengan, para afirmar la exactitud de las operaciones, la diminucion que nos dàn de la Obliquidad de la Ecliptica, no es de tal ſuerte, que ſe pueda afirmar: ſi ſe ſupone la diminucion entre las obſervaciones de *M. M. Richer*, y *de Louville* cierta, eſto es, de 3″ en 43 años, no ſe halla la miſma entre las de *M. de Louville*, y nueſtras, las quales no dàn mas que 4″ en 27 años; lo que mas prueba conſtancia en la Obliquidad de la Ecliptica, que la pretendida diminucion.

Sin embargo ſe puede dexar la queſtion indeciſa, haſta que el tiempo, con mayor numero de obſervaciones exactas, nos la reſuelva: y dirè por ultimo, que por las que tiene practicadas *M. le Monnier* de la *R. Academia de las Ciencias de Parìs* anualmente, ſe inclina eſte Aſtronomo à creer, que la maxima Obliquidad de la Ecliptica varìa, pero no con el orden de diſminuir conſtantemente; ſino que algunos años diſminuye, y otros aumenta: cuyo dictamen no ſolo perſuaden la ſutileza, y preciſion de los Inſtrumentos, que vì en ſu Obſervatorio de *Parìs*, ſino tambien la miſma diſcordancia, que notamos arriba, de las obſervaciones antiguas, y modernas. Eſte ſentir, preſcindiendo de ſu realidad, conviene muy bien con la theorica de la Aſtronomìa moderna; pues en ella los varios lu-

lugares de la Luna reſpecto del Sol, deben alterar la maxima Obliquidad de la Ecliptica, no ſolo en el diſcurſo de años; ſino tambien en el de meſes, como ſe puede vèr en la propoſicion 21 del Libro 3 de la *Philoſophìa natural* de *M. Newton*, y en la *Aſtronomìa Phiſica* del *Doct. Gregòri*, donde ſe habla ampliamente.



Tabla

Tabla de la Paralaxe segun el *Conocimiento de los tiempos.*

Alturas aparentes.	Paralaxe.	
°	′	″
0	0	10
10	0	10
20	0	09
30	0	09
40	0	08
50	0	06
60	0	05
70	0	03
80	0	02
90	0	00

Tabla de Refracciones Astronomicas para todo el extendido de la Zona Torrida observadas por *M. Bouguer.*

Alturas aparentes.	Refraccion.		Alturas aparentes.	Refraccion.		Alturas aparentes.	Refraccion.	
°	′	″	°	′	″	°	′	″
0	27	00	31	00	53	61	00	17
1	20	31	32	00	51	62	00	17
2	15	49	33	00	49	63	00	16
3	12	10	34	00	47	64	00	15
4	10	01	35	00	46	65	00	14
5	08	21	36	00	44	66	00	14
6	07	03	37	00	43	67	00	13
7	05	49	38	00	41	68	00	13
8	05	02	39	00	40	69	00	12
9	04	42	40	00	38	70	00	12
10	03	44	41	00	37	71	00	11
11	03	15	42	00	36	72	00	11
12	02	52	43	00	34	73	00	10
13	02	29	44	00	33	74	00	09
14	02	15	45	00	32	75	00	08
15	02	05	46	00	31	76	00	$7\frac{1}{2}$
16	01	56	47	00	30	77	00	7
17	01	49	48	00	29	78	00	$6\frac{1}{2}$
18	01	42	49	00	28	79	00	6
19	01	36	50	00	27	80	00	$5\frac{1}{2}$
20	01	30	51	00	26	81	00	5
21	01	25	52	00	25	82	00	$4\frac{1}{2}$
22	01	20	53	00	24	83	00	4
23	01	16	54	00	23	84	00	$3\frac{1}{2}$
24	01	13	55	00	22	85	00	3
25	01	09	56	00	21	86	00	2
26	01	06	57	00	21	87	00	$1\frac{1}{2}$
27	01	03	58	00	20	88	00	1
28	01	01	59	00	19	89	00	$0\frac{1}{2}$
29	00	58	60	00	18	90	00	0
30	00	56						

Tabla de los Diametros horizontales del Sol, observados por *M. de Louville.*

Anomalia de el Sol verdadera.		Diametros del Sol.	
Sig.	°	′	″
0	0	31	33
	5	31	33
	10	31	34
	15	31	35
	20	31	35
	25	31	36
	30	31	37
1	5	31	38
	10	31	40
	15	31	42
	20	31	44
	25	31	47
	30	31	49
2	5	31	51
	10	31	54
	15	31	56
	20	31	59
	25	32	01
	30	32	04
3	5	32	07
	10	32	10
	15	32	12
	20	32	15
	25	32	18
	30	32	20
4	5	32	23
	10	32	25
	15	32	27
	20	32	30
	25	32	31
	30	32	33
5	5	32	34
	10	32	35
	15	32	36
	20	32	36
	25	32	37
	30	32	37

LIBRO II.

De las Obſervaciones de Latitud.

CAPITULO I.

Que contiene las Obſervaciones hechas con el Annulo Aſtronomico, y el Quarto de circulo.

UNO de los puntos, mas eſſenciales de las Cartas hydrographicas, es el ſituar exactamente los Lugares en ſu verdadera Latitud, por ſer ſolo èſte el unico dato, de que ſe valen los Marineros, y en el que eſtriva ſu mayor ſeguridad. Por eſte motivo entre las ordenes, que ſe ſirviò S. M. incluir en la Inſtruccion, que nos diò, antes de ſalir de *Cadiz*, fuè una, que obſervàſſemos las Latitudes de los Lugares, por donde tranſitaſſemos, à fin de perficionar con ellas la Geographía, y la Navegacion. Para eſtas, y otras obſervaciones, que ſe nos mandaban hacer en la miſma Inſtruccion, ſe embiaron las ordenes neceſſarias à *Parìs*, para que ſe nos dirigieſſen los Inſtrumentos propios al intento; advirtiendonos, que era preciſo emprender el Viage antes de ſu concluſion, por no perder el que hacìan à *Cartagena* los dos Navios de guerra el *Conquiſtador*, y el *Incendio*, y eſtàr prontos anticipadamente à hacerle tambien los Académicos Franceſes.

Con eſto haviendo ſalido de *Cadiz*, y llegando à *Cartagena*, no encontrando allì à los Académicos Franceſes, y deſeoſos de ocuparnos en hacer algunas obſervaciones, ſupimos, que en poder de *D. Joſeph Herrera* ſe hallaban un

Annulo Aſtronómico, y dos Teleſcópios; ſiendo el primero, el que havía ſervido al *P. Feüillée* en ſu Viage al *Perù*, y deſcribe en ſu tratado ſobre el aſſumpto: ſolicitamoslos del dueño; de quien haviendolos obtenido, procuramos igualmente un Pendulo, que nos fuè ſubminiſtrado por *D. Joſeph Baròn*: con cuyos Inſtrumentos tuvimos lo eſſencial, para executar algunas obſervaciones; aunque no de la mayor juſtificacion, porque el Annulo no es Inſtrumento de la preciſion, que requieren las obſervaciones Aſtronómicas: pero en el caſo, que no ſe preſentaba otro, y en el intermedio, que llegaban los de S. M, nos pareciò mas conveniente el aprovecharnos de èl, que perder el tiempo ocioſamente: ſin embargo no diſcordaron mucho las obſervaciones executadas con èl, de las que ſe hicieron con el Quarto de circulo, como ſe verà adelante.

Como el *P. Feüillée* diò la deſcripcion de eſte propio Inſtrumento, ſegun dixe, no creo neceſſario hacerla yo de nuevo; y mas no ſiendo muy à propoſito para el efecto. Solo me parece conveniente advertir, que ſu poca juſtificacion llega à tanto, ſin embargo de lo que dice el *P. Feüillée*, que un minuto mas, ò menos de altura no es yerro ſenſible en èl: la imagen del Sol la repreſenta no mas grueſſa, que de dos lineas de diametro, y por conſiguiente una linea vale en el 16 minutos, y un minuto $\frac{1}{16}$ de linea; cantidad, que puede muy facilmente dexar de percebir el Obſervador: y aſsì ſerà baſtante juſtificacion juzgar prudentemente la altura del Aſtro en eſte Inſtrumento (no teniendo mas diviſiones, que la de grados enteros) à un minuto de diferencia: agregandoſe à eſto, que dicha imagen eſtà ſiempre tan confuſa, y mal terminada,

que

que es de ſuma dificultad el notar ſu diſco, y juzgar la altura, en que ſe halla; no obſtante en los dias claros, y de buen Sol, que aſsi los requiere el Inſtrumento, al inſtante, que el Planeta havia llegado al Meridiano (cuya hora, minuto, y ſegundo teníamos examinada en el Pendulo, por las alturas correſpondientes, como ſe dirà en el libro ſiguiente) ſeñalabamos, lo mejor que permitía la terminacion del diſco, un punto ſobre èl, que deſpues examinabamos con una Pantometra, quanto diſtaba del mas cercano grado, y concluìamos la altura Meridiana del Sol.

En eſta conformidad hicimos las obſervaciones, que ſe ſiguen, ſiendo la primera la del dia 25 de Julio de 1735.

Altura Meridiana aparente del limbo ſuperior del Sol	81°	00′	00″
Refraccion ſubſtractiva			5
Altura Meridiana verdadera del limbo ſuperior del Sol	80	59	55
Semidiametro aparente del Sol ſubſtractivo		15	48
Altura verdadera del centro del Sol	80	44	07
Declinacion ſeptentrional aditiva	19	42	$36\frac{1}{2}$
Latitud de *Cartagena*	10	26	$43\frac{1}{2}$

La refraccion, y ſemidiametro aparente, que empleo, ſon los que dì en las tablas del Libro antecedente. La Declinacion del Sol la he deducido por las que inſerto al ultimo de èſte, que calculámos *M. Godin*, y Yo, por no hallarſe ningunas, entre tantas como traen los Authores, que dexen arbitraria la maxima Declinacion del Sol, como ſe vè en èſtas; haviendome ſervido al preſente de 23° 28′ 20″ en conformidad de lo que determinamos en el Libro antecedente. El lugar del Sol en la Ecliptica, para de-

deducir la Declinacion por dichas tablas, lo he calculado por las de *M. de la Hire*, que ſon las que copiò el *P. Toſca* en ſu tomo octavo de Mathematicas : y las diferencias de Meridianos, que empleo para eſte efecto, ſon las que expondré en el Libro ſiguiente.

En el caſo antecedente de hallar la Latitud, no corregì la paralaxe, por ſer con corta diferencia cero en el grado de altura, que ſe obſervò; pero en los demàs, donde huvieſſe alguna, empleo la que dì en la tabla del Libro antecedente, que fuè la que obſervò *M. Caſsini*; aunque algunos Authores la dàn mayor, haſta ſeñalar la horizontal de 40 ſegundos: no obſtante *M. M. Newton*, y *Flamſteed* no la creen mas que de 12 ſegundos, que caſi concuerda con la de *M. Caſsini*, por cuyo motivo me he valído de ella.

No ſirviendo mas que de confuſion, y alargar la narracion, incluir los elementos de los calculos de las Latitudes; me parece mas propio, deſpues de haver explicado el methodo, con que ſe obſervaba, y notado los Authores, de quienes he ſacado tanto las refracciones, como ſemidiametros aparentes, Declinaciones, y paralaxes, formar una tabla de todas las obſervaciones, en la qual ſe incluyan los dias, en que ſe hicieron, los ſugetos que obſervaron, la altura Meridiana, que ſe hallò, y en fin la reſulta de ella, deſpues del calculo hecho, eſto es, la Latitud que reſulta; y con eſſo ſe tienen en una ſola pagina todas las obſervaciones hechas, y ſe evita recorrer el Libro entero para hallarlas: pudiendo ademàs de eſto el curioſo, ſi le pareciere, teniendo la obſervacion, y el dia, en que ſe hizo, calcular la Latitud con otros elementos, que mas bien le quadraren: pero diſcurrò, que los de que me hè valìdo, ſon los mas adequados, y recibidos.

Ob-

Obſervaciones de Latitud, hechas en *Cartagena* por *D. Antonio de Ulloa*, y por mì con el Annulo aſtronómico, que fuè del *P. Feüillée.*

		Alturas Meridianas del Limbo ſuperior del Sol.			Latitud de *Cartagena*. N.		
		°	′	″	°	′	″
1735. Julio	25	80	00	00	10	26	43½
	27	81	25	00		25	15
	29		53	52		26	22½
Agoſto	1	82	37	22		25	58
	2		52	52		26	11½
	7	84	12	08		24	57
	9		48	00		26	43
	13	85	57	50		25	18½
	19	87	51	55			37
Septiembre	6	86	18	00		26	46
	9	85	12	30		24	35½
	11	84	26	30		25	02
	15	82	53	20		26	07½
	17		07	00			03
	24	79	22	34			55
	26	78	36	35			00
Octubre	17	70	33	11		27	12
Noviembre	12	62	06	00		26	23

Aſsi que llegaron à la Baìa de *Cartagena* los Académicos Franceſes, deſembarcò *M. Godin* ſu Quarto de circulo de 22 pulgadas de radio, con el qual ſe hicieron las obſervaciones, que ſe ſiguen.

Ob-

Obſervaciones de Latitud , que hicimos en *Cartagena*, juntamente con los tres Acadèmicos Franceſes, con el Quarto de circulo ſobredicho.

	Limbos del Sol, ò Eſtrellas	Alturas Meridianas.			Latitud de *Cartagena*. N.		
		o	'	''	o	'	''
1735 Noviemb. 18	α de la NaveArgos	27	02	20	10	26	40
	α de el Can mayor	63	12	10			52
	β de Geminis	71	46	40		24	55
	Limb. ſup. del Sol.	60	35	00		25	27
19			20	35			36½ Σ
20	Limb. inf. del Sol.	59	34	05			49½
22			06	15		27	08
23		58	55	05		25	47½

Eſtas alturas eſtàn corregidas del error del anteojo.

Las letras griegas, que pongo en la coluna de los limbos del Sol, ò Eſtrellas , ſon , con las que marca las miſmas Eſtrellas *Bayèr*; y las Declinaciones,que de èſtas empleè en el calculo, para deducir la Latitud, ſon , las que expone en ſu Cathalogo *M.Flamſteed*, que es el mas bien recibido.

Las obſervaciones hechas con el Quarto de circulo ſe executaron en *Cartagena*, junto à la *Contaduría* ; y las con el Annulo, junto al *Tejadillo*: eſto es, 258 toeſas mas al Norte; que hacen 16 ſegundos: y aſsí para cotejar las unas con las otras , es neceſſario quitar à las del Annulo , ò añadir à las del Quarto de circulo 16 ſegundos.

Haviendo llegado à *Portobelo*,ſe hicieron por los miſmos las obſervaciones, que ſe ſiguen.

Ob-

NOTA. Todas las obſervaciones , que tuvieſſen eſta letra Σ,ſe hicieron con el Quarto de circulo de *M.Godin* , que tenìa 22 pulgadas de radio : y todas, las que tuvieren la Π, ſe hicieron con el Quarto de circulo , que S. M. nos mandò remitir de *Paris*, que tenìa 24 pulgadas de radio.

Obſervaciones de Latitud hechas en *Portobelo.*

1735 Diciembre		Limbos del Sol, ò Eſtrallas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Portobelo.* N.		
			°	′	″	°	′	″
	5	Limb. ſup. del Sol	58	17	20	9	34	33
	6	γ del Perſèo	47	06	40		33	31
	8	Limb. ſup. del Sol	57	56	44		34	15½
		γ de la Caſsiopèa	40	17	20			24
		α del Perſèo	50	40	00		33	26
		δ	52	38	30		32	39½
		c		34	05			50
	9	α de Auriga	53	52	15		34	19½
		Limb. inf. del Sol	57	17	40			42
	10	α de Tauro	83	36	00		32	57½
	11	ϐ de Auriga	54	41	30½		34	53
	12	Limb. inf. del Sol	57	02	55½			01½
	13		56	58	30			12
	16	Limb. ſup. del Sol	57	21	15			10
	17			18	55			10

De paſſo, ò tranſito de *Portobelo* à *Panamà* por el *Rio de Chagres* hicimos las obſervaciones, que ſe ſiguen.

En el Pueblo de *S. Franciſco de Cruzes.*

1735 Diciembre		Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Cruzes.*		
			°	′	″	°	′	″
	27	Limb. ſup. del Sol	57	47	10	9	08	11½
		ϐ de Auriga	54	16	00			52
		α de la NaveArgos	28	20	00			53
		α del Can mayor	64	30	00		09	00
	28	Limb. inf. del Sol	57	17	50		07	43

En

En *Panamà.*

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Panamà*. N.		
			°	′	″	°	′	″
1735								
Dic. 31	*M. Godin, D. Anṅio de Ulloa*, y yo	α de Auriga	53	16	30	8	58	34
1736		β	54	04	50			12
Ener. 1		Limb. ſup. del Sol	58	16	35		57	32½
		α de Auriga	53	15	40			44
2		Limb. ſup. del Sol	58	21	45			30½
		β de Auriga	54	04	35			57
		α de la Nave Arg.	28	29	55		58	54
3		β de Auriga	54	04	40			02
		α de la Nave Arg.	28	29	55			54
25	*M. Godin*	Limb. ſup. del Sol	62	18	32		57	25
27	*M. Godin*, y Ulloa	Limb. inf. del Sol		15	52			49
28	*M. Godin*, y yo			31	50			29
Feb. 12	*M. Godin*		67	02	05			12
13	*M. Godin*, y yo	Limb. ſup. del Sol		54	50		58	00½
16	*M. Godin*		68	56	10		57	07

En el Puerto, ò Playa de *Manta* de la juriſdiccion de *Guayaquìl.*

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Manta*. S.		
			°	′	″	°	′	″
1736								
Mar 10	*M. Godin*, y yo	Limb. ſup. del Sol	87	25	29	00	56	07
11	*M. Godin, D. Anṅio de Ulloa*, y yo	α de Geminis	56	37	34			28

En

En la Ciudad vieja de *Guayaquìl*.

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Guayaquìl*. S.		
			°	′	″	°	′	″
1736								
Mar. 28	*M.Godin, D.Antonio de Ulloa*, y yo	Limb. inf.del Sol	84	14	59	02	11	05
30			83	28	54			45
Abril 1			82	41	49			27
2		γ de laOſſa may.	32	40	04			00
3		θ	34	57	56½			44
		φ	32	33	14			23
		α	24	40	24			05
		γ	32	40	19			45
		δ	29	19	54			43
		ε	30	26	09			03
		ζ	31	30	44			05
7		Limb. inf.del Sol	80	25	26			18
8				03	12			07
9		ι de la Oſſa may.	38	46	19		10	48
		β	30	02	59			23
		ψ	41	54	04		11	16
		δ de Leo	65	50	46			49
		θ	70	56	19		12	13
		γ de laOſſa may.	32	40	26		10	38
		ε	30	25	59		10	16½
		ζ	31	31	45			01
10		Limb.ſup.del Sol	79	50	59		11	10
11		Limb.inf. del Sol	78	56	34			24½
17	por mì		76	47	24			54
18				27	04			27
25	*M.Godin, D.Ant. Ulloa*, y yo	Limb.ſup.del Sol	74	36	34			24½
28	*D.An. Ulloa*, y yo	Limb. inf.del Sol	73	09	09			39½

En el *Caracòl*, Pueblo en el Rio de *Guayaquìl*.

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas	Alturas Meridianas.			Latitud del *Caracòl*. S.			
1736			°	′	″	°	′	″	
May 12	*M. Godin, D. Annio de Ulloa*, y yo	β de la Oſſa may.	30	34	59	01	38	18	
		α	25	12	24			07	
		γ del Crucero	34	24	44		39	16	
		ζ	30	02	44		37	51	Σ
		ε	36	02	21			33	
		ξ	33	27	04		38	33	
		Limb. inf. del Sol	69	30	39		39	21	
		β de la Oſſa may.	30	34	39		38	38	
		α	25	12	46		37	45	
		γ	33	12	04		39	03	

En *Guaranda*, Pueblo del Corregimiento de *Chimbo* en el Reyno de *Quito*.

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Guaranda*. S.			
1736			°	′	″	°	′	″	
May. 20	*M. Godin, D. Ant. de Ulloa*, y yo	α de la Nave Arg.	39	03	14	01	34	45	
		ε del Crucero	35	59	21½			33½	Σ
		ξ	32	22	33½			02½	
		ζ de la Oſſa may.		07	14			37	
		η	37	47	09			40	

En *Hambato*, Aſsiento del Corregimiento de *Riobamba* en el miſmo Reyno.

	Obſervadores.	Limbos del Sol ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Hambato*. S.			
1736			°	′	″	°	′	″	
May. 25	*M. Godin, D. Ant. de Ulloa*, y yo	Limb. ſup. del Sol.	67	56	34	01	13	55	Σ

En

En *Latacunga*, capital de ſu Correg. en el miſmo Reyno.

1736	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas	Alturas Meridianas.			Latitud de *Latacunga*. S.			
			°	′	″	°	′	″	
May 26	*M. Godin, D. Antnio de Ulloa, y yo*	ε de la Oſſa mayor	31	42	09	00	54	03	Σ
		ζ	32	46	49		55	00	

En *Quito*, capital del Reyno del miſmo nombre.

1736	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Quito*. S.			
			°	′	″	°	′	″	
May. 30	*M. Godin, D. Ant. de Ulloa*, y yo	ε de la Oſſa may.	32	23	25	00	12	46	
		ζ	33	28	37½		13	11	
		η	39	08	45			00	
Jun. 1		Limb. inf. del Sol	67	20	40			35	
3	*M. Godin*	Limb. ſup. del Sol		37	05			41	
8	*D. Ant. de Ulloa*, y yo	Limb. inf. del Sol	66	34	39			48	
12		Limb. ſup. del Sol		47	58			46½	
15	*M. Godin, y D. Antonio Ulloa*			40	05			55	Σ
22	*M. Godin, D. Ant. Ulloa*, y yo			34	07½			56	
23		Limb. inf. del Sol		03	37			51	
26	*D. Ant. de Ulloa*	Limb. ſup. del Sol		40	00			45½	
Julio 4			67	11	30			15½	
18	*M. Godin.*	Limb. inf. del Sol	68	34	00			51	
27	por mì		70	24	50			55	
28				39	00			41	
Ag. 11			74	25	10			25	
1737 Ener. 8	*D Ant. Ulloa*, y yo	Limb. inf. del Sol	67	46	45			37	
13				33	55			29	Π
14		Limb. ſup. del Sol	69	16	50			04	
17		Limb. inf. del Sol		19	00			18	
18		Limb. ſup. del Sol	70	03	30		12	53	

En *Cayambe*, Pueblo del corregimiento de *Otavàlo* en el Reyno de *Quito*.

1736	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. °	′	″	Lntitud de *Cayambe*. N. °	′	″	
Sep. 23	*M. Godin, y D. Antonio de Ulloa.*	Inferior.	89	21	19½	00	01	35.	Σ

En *Oyambàro*, extremo Meridionàl de la Baſe medida en el llano de *Yaruquì*, que ſirviò de fundamental para la medida de la Meridiana.

1736	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. °	′	″	Latitud de *Oyambàro*. S. °	′	″	
Novi. 8	*M. Godin*, y yo	Inferior.	73	05	27½	00	11	07	Σ
9	*M. Godin*		72	49	02½			51	

En *Carabúru*, extremo ſeptentrionàl de la miſma Baſe.

1736	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. °	′	″	Latitud de *Carabùru*. S. °	′	″	
Nov 24	*M. M. Godin, Bouguer, la Condam. D. Ant. de Ulloa*, y yo	Inferior.	69	05	29	00	06	13½	Σ

En *Riobamba*, capital de ſu Corregimiento en el Reyno de *Quito*.

1738	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. °	′	″	Latitud de *Riobamba*. °	′	″	
Oct. 27	*M. Godin*, y yo	Superior.	79	04	31½	01	42	12	
31			77	45	01½			10	Σ
Nov 14	*M. M. Bouguer, la Condamin, y D. Ant. de Ulloa*	Inferior.	73	05	20		41	44	
16			72	34	20			01	

En

En *Los Azogues*, Pueblo del Corregimiento de Cuenca en el Reyno de *Quito*.

Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Los Azogues*. S.			
		°	′	″	°	′	″	
M. Godin, y yo	Inferior.	63	37	45	02	44	05	Σ

En *Cuenca*, capital de su Corregimiento en el Reyno de *Quito*.

	Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Cuenca*. S.			
1739			°	′	″	°	′	″	
Sep. 24	*M. Godin*, y yo	Inferior.	87	17	15	02	54	22	Σ
25		Superior.	88	13	49½		53	15	

En *Tumbez*, Pueblo del Corregimiento de *Piura*.

	Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Tumbez*. S.			
1740			°	″	″	°	′	″	
Nov. 9	*D. An. Ulloa*, y yo	Superior.	76	42	25	03	33	16½	Π

En *Amotàpe*, Pueblo del mismo Corregimiento.

	Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Amotàpe*. S.			
1740			°	′	″	°	′	″	
Nov 16	*D. An. Ulloa*, y yo	Inferior.	75	37	16	04	51	50	Π

En *Piura*, capital de su Corregimiento.

	Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Piura*. S.			
1740			°	′	″	°	′	″	
Nov 17	*D. An. Ulloa*, y yo	Inferior.	75	42	05	05	11	14	
18				27	35		10	57	Π
19				13	50		11	06	
21		Superior.		19	50			17	

En

En *Sechùra*, Pueblo del miſmo Corregimiento.

1740	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ′ ″	Latitud de *Sechùra*. S. ° ′ ″	
Nov. 22	*D.An.Ulloa*, y yo	Superior.	75 28 32	05 32 43	II
23		Iinferior.	74 43 32	39	

En *Lambayèque*, Pueblo del Corregimiento de *Saña*.

1740	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ′ ″	Latitud de *Lambayèque*. S. ° ′ ″	
Nov. 27	*D.An.* *Ulloa*, y yo	Inferior.	75 06 48½	06 41 42	II
29			74 56 26½	48	

En *San Pedro*, Pueblo del miſmo Corregimiento.

1740	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrallas.	Alturas Meridianas. ° ′ ″	Latitud de *San Pedro*. S. ° ′ ″	
Nov. 29	*D.An.Ulloa*, y yo	α del R. Eridano	38 53 31	07 26 33	II
30		Limb. inf. del Sol	75 20 44	25 45	

En *Chocòpe*, Pueblo del Corregimiento de *Truxìllo*.

1740	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ′ ″	Latitud de *Chocòpe*. S. ° ′ ″	
Dic. 1	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	75 32 32	07 46 47	II

En *Truxìllo*, capital de ſu Corregimiento.

1740	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ′ ″	Latitud de *Truxìllo*. S. ° ′ ″	
Dic. 2	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	75 43 04	08 06 05	II
3			34 54	15	
4			26 49	11	

En

En *Birù*, Pueblo del miſmo Corregimiento.

	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ' "	Latitud de *Birù*. S. ° ' "	
1540 Dic. 5	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	75 38 18½	08 25 04	II

En *Santa*, capital de ſu Corregimiento.

	Obſervadores.	Limbos del Sol, ò Eſtrellas.	Alturas Meridianas. ° ' "	Latitud de *Santa*. S. ° ' "	
1740 Dic. 7	*D.An.Ulloa*, y yo	γ de la Caſsiopèa	21 45 58½	08 56 01	II
		δ	22 11 40½	19	
		α del R. Eridano	40 25 53½	58 51	

En *Guarmèy*, Pueblo del miſmo Corregimiento.

	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ' "	Latitud de *Guarmèy*. S. ° ' "	
1740 Dic. 11	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	76 41 47	10 04 04	II
12			37 19	03 56	

En *Guàura*, Villa del Corregimiento de *Chancày*.

	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ' "	Latitud de *Guàra*. S. ° ' "	
1740 Dic. 16	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	77 24 25	11 03 42	II

En *Chancày*, capital de ſu Corregimiento.

	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. ° ' "	Latitud de *Chancày*. S. ° ' "	
1740 Dic. 17	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	77 52 35	11 52 53	II

En

En *Lima*, cap. de los Reynos del *Perù*, junto à S.Domingo.

	Obſervadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Lima*. S.		
			o	'	''	o	'	'
1741								
Ener. 5	*D.An.Ulloa*, y yo	Inferior.	79	12	30	12	02	24
7				27	59			50
9				44	30			33
10				53	30			40
11			80	02	50			21
12				13	00			37
16				56	23			29
17			81	08	40			39
18				21	15			55
19				33	42			40
20				46	55			22

El año de 1737, eſtando con *M. de la Condamine* en la miſma Ciudad de *Lima*, hicimos juntos varias obſervaciones de Latitud, con un Quarto de circulo, que tenìa, de 11 pulgadas de radio, y con otro ſemejante, que fuè del *P. Feüillée*; las quales, por la pequeñèz de los Inſtrumentos, diſcurro no ſon de la ſeguridad, que las ſobredichas: que por ſu conformidad, eſtablecen la Latitud de *Lima* con baſtante exactitud.

En nueſtro regreſſo à *Quito*, tocamos en el Puerto de *Paita*; en donde (haviendo *M. de la Condamine* paſſado à *Piura*, y dexadome el Inſtrumento) hice las obſervaciones, que ſe ſiguen.

		Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud de *Paita*. S.		
			o	'	''	o	'	''
1737 Mayo	27	Inferior.	63	15	58	05	04	52
	31	Superior.		10	46			41

En

En *Valparaìso*, Puerto del Reyno de *Chile*, de regresso à España, observé, las que se siguen en la *Quebrada de San Agustin.*

	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. *a*	Latitud de *Valparaìso.* S.
		° ′ ″	° ′ ″
1744 Noviemb. 26	Superior.	78 21 $51\frac{1}{2}$	33 02 34
28		43 $07\frac{1}{2}$	$35\frac{1}{2}$
Diciembre 2	Inferior.	48 $27\frac{1}{2}$	20
6		79 18 $47\frac{1}{2}$	46
12		51 $47\frac{1}{2}$	46

En *Talcaguàno*, Puerto en la Baìa de la *Concepcion* de *Chile.*

	Observadores.	Limbos del Sol.	Alturas Meridianas. *a*	Latitud de *Talcaguàno.* S.
1745			° ″ ″	° ′ ″
En. 15	*D. An. Ulloa*, y yo	Inferior.	74 01 55	36 43 15

El año 1736, haviendo llegado toda la Compañía al Puerto, ò Rada de *Manta*, y quedadose en ella *M. M. Bouguer*, y *la Condamine*, para proseguir el Viage por otro Camino, y hacer algunas observaciones astronómicas, le continuámos todo el resto de la Compañía. *M. Bouguer* haviendo llegado à *Quito* por el mismo Camino, que nosotros tomamos, y *M. de la Condamine* por el *Rio de las Esmeraldas*, nos comunicaron las Latitudes siguientes, que observaron en su Viage.

En

a En el calculo de estas observaciones empleè la refraccion, que trae el *Conocimiento de los tiempos*, por estàr los Lugares, donde se hicieron, fuera de los Trópicos, para donde no sirve la refraccion de *M. Bouguer*, que empleè en las otras observaciones.

	Obſervadores.	Latitudes. S.		
		°	′	″
En la punta del Norte del Cabo paſſado en el pueſto de la Centinela	*M.M. Bouguer, y la Condamine*	00	21	17
				30
	M. Bouguer			01
Un minuto mas al Sur de la boca del Rio Jama	*M.M. Bouguer, y la Condamine*	00	09	18
				13
				46
			10	00
			09	45
A 455 toeſas al Sur 22° Oeſte de la punta *Palmar*	*M.de la Condam.*	00	00	26
				11
		Latitudes. N.		
		°	′	″
En la boca del *Rio S. Franciſco* al Sur del Cabo	*M.de la Condam.*	00	39	01
En otra boca del *Rio S.Franciſco* media legua mas al Eſte, y un minuto mas al Sur del Cabo	*M.de la Condam.*	00	38	00
			39	27
En *Atacames*		00	52	30
Eſmeraldas		00	57	07
Salinches		00	10	45
Nono		00	01	00
La Canoa	*M. Boguer*	00	26	25

Lim-

En el *Guarìco*, ò *Cabo Francès* en la *Isla de Santo Domingo*, de regresso à España, observé las que se siguen, cerca del Colegio de los *Jesuitas*.

		Limbos del Sol.	Alturas Meridianas.			Latitud del *Guarico*. N.		
			°	'	"	°	'	"
1745 Agosto	11	Inferior.	85	07	35	19	45	50
	14		84	12	55			48
	18		82	56	15			45½
	20			16	55			44½
	22		81	36	30			54
	28		79	31	14			50
	29			10	20			48
	30		78	48	45			48

CAPITULO II.

Que contiene las Observaciones hechas con mayores, y mas exactos Instrumentos.

AUnque las observaciones hechas con el Quarto de circulo sean de bastante exactitud, pues no difiere ninguna de las hechas por el Sol un solo minuto; sin embargo, las mas justas, que conseguìmos, fueron las que hicimos en *Cuenca* por medio del grande Instrumento de 20 pies de radio, cuya construccion, y uso doy en el Libro, que trata de la medida del grado terrestre. Estas las hicimos 115 toesas mas al Sur de la Torre de la Iglesia mayor, al tiempo, que estabamos observando *D. Antonio de Ulloa*, y Yo, en compañìa de *M. Godin* las Estrellas ε de Oriòn, θ de Antinous, y α de Aquario, para la determi-

nacion de la amplitud del arco celeſte , que comprehendìa la Meridiana.

El dia 25 de Noviembre de 1740 entrò en el anteojo del dicho Inſtrumento el limbo Meridionàl del Sol , y le obſervamos diſtar (en partes del Micrometro) del centro del anteojo 1068

El medio entre todas las obſervaciones de ε de Oriòn , que paſſaba por el miſmo lado , dàn la diſtancia de eſta Eſtrella del centro del anteojo 1374

luego diſtancia de ε al limbo Meridionàl del Sol en partes del Micrometro 306 = 00 01 24 00$\frac{2}{3}$

Segun todas las obſervaciones de ε diſtaba eſta Eſtrella del Zenith 01 30 38 00$\frac{2}{3}$

luego diſtancia del limbo Meridionàl del Sol al Zenith 01 29 14

Refraccion aditiva 00$\frac{3}{4}$

Semidiametro del Sol ad. 16 00$\frac{1}{2}$

Diſtancia del centro del Sol al Zenith 01 45 15$\frac{1}{4}$

Declinacion del Sol 01 08 54$\frac{3}{4}$

Latitud de *Cuenta* Sur 2 54 10

El dia 27 del miſmo mes entrò el limbo Septentrionàl por el otro lado del anteojo , en el qual obſervabamos α de Aquario ; y le hallamos diſtàr del centro , ò de la cruz de los hilos , en partes del Micrometro 2209

El medio entre todas las ob-

ſer-

ſervaciones de α, hechas por el miſmo lado dàn la diſtancia de eſta Eſtrella al propio centro 962

luego diſtancia de α al limbo Septentrionàl del Sol 1247 = 00° 05′ 42″ 22‴

Segun todas las obſervaciones de α, diſtaba eſta Eſtrella del Zenith 01 19 58 43½

luego diſtancia del limbo Septentrionàl del Sol al Zenith 01 14 16 21½

Refraccion aditiva 38½

01 14 17

Semidiam. del Sol ſubſt. 16 01¼

Diſtancia del centro del Sol al Zenith 00 58 15¾

Declinacion del Sol 01 55 51½

Latitud de *Cuenca* Sur 02 54 07¼

que no ſe diferencia de la otra mas que en 02¾

El medio entre las obſervaciones de ε de Orion, θ de Antinous, y α de Aquario, dàn la diferencia en Latitud entre los Obſervatorios de *Cuenca*, y *Pueblo viejo*, como ſe verà en el Libro ſobre la medida del grado terreſtre 03° 26′ 53″

luego Latitud de *Pueblo viejo* Norte 00 32 45

En el Libro antecedente ſe determinò la diſtancia Meridiana del Tropico de Capricornio al Zenith de *Quito* de 23° 15′ 09¼″

y la maxima Obliquidad de la Eclip. de 23 28 20⅝

luego Latitud de *Quito* Sur, junto à la *Parroquia de Santa Barbara* 00 13 11⅜

CA-

CAPITULO III.

Deſcripcion del Quarto de circulo.

COmo la juſtificacion de las obſervaciones depende de la bondad, y exacto manejo de los Inſtrumentos, con que ſe hacen, de cuya practica ſe carece mucho; me parece neceſſario añadir aquì una breve deſcripcion del Quarto de circulo, por ſer el Inſtrumento mas preciſo para la practica de la Aſtronomía. La figura 1 [a] le repreſenta yà totalmente armado ſobre ſu piè, y en eſtado de obſervar angulos verticales, ò alturas de Aſtros: la armazon ABCDE, que es la quarta parte de un circulo, y ſe compone de planchas de hierro, ſe fortifica por detràs con otras FG iguales, pueſtas de canto, para que no permitan, que ſe doblen las primeras, y quede con ello el Inſtrumento ſiempre en un miſmo eſtado. El Cilindro concavo HI encierra otro, que eſtà hecho firme perpendicularmente à la armazon, ſobre el qual rueda toda èſta; cuyo movimiento ſirve, para ponerla, ò dirigirla à la altura, que ſe neceſsitare: pero ſiempre, que no huviere neceſsidad de eſte movimiento, ſe evita, con apretar el tornillo J, que traſpaſſa el Cilindro concavo HI. Unido à èſte hay tambien otro, afirmado perpendicularmente en K, que entra dentro de lo concavo del arbol KL, en donde rueda libremente, y dà con ello movimiento horizontal al Inſtrumento; que tambien ſe evita, quando es neceſſario, con el tornillo P. Todo el arbol ſe afirma ſobre los quatro pies M; à quienes ſe añaden las varillas N, para mayor firmeza: y aquellos ſe mantienen por los quatro tornillos O, que ſirven para afirmar los pies en qual-

[a] Lamina 2

quier

quier terreno, yà ſea horizontal, ò inclinado, y hacer, que ſe mantenga la armazon ABCDE verticalmente: à cuya operacion llaman los Frances *Caller*.

En el centro del Inſtrumento Q hay una aguja delicada, que ſe mantiene perpendicularmente, por una pieza curva de laton; y pende de aquella la bala de plomo R, mantenída por el cabello QR, que ſeñala en la diviſion del limbo del Inſtrumento BCD la altura obſervada. Eſte perpendiculo QR ſe cubre con una caxa de igual longitud, que rueda, y ſe mantiene ſobre el centro, para que el Viento no conmueva el cabello; la qual ſe hà omitido en la figura para que no impidieſſe la viſta del perpendiculo.

En lugar de Pinulas viſuales, que dirijan el Inſtrumento al objeto, que ſe quiere obſervar, ſe aplica el anteojo ST de dos lentes, que es de mucha mas exactitud; pues no ſolo ſe perciben con èl mejor los objetos, ſino que tambien ſe dirige mas juſtamente por medio de dos ſutiles hilos de ſeda, que ſe hallan cruzados en el foco del objetivo; cuya interſeccion ſe pone exactamente ſobre el objeto. Eſtos hilos ſe hacen firmes en cañon ſeparado del principal del anteojo, para que con eſſo ſe puedan acercar mas, ò menos del objetivo, y ponerlos exactamente en ſu foco: lo qual es neceſſario, para evitar una eſpecie de paralaxe, que ſe ſeguiría ſin eſta diligencia.

Sobre la plancha BCD de hierro ſe clava otra de laton muy limpia, y plana, en la qual ſe hacen las diviſiones de los grados, y minutos, con las ordinarias tranſverſales. Sobre la conſtruccion de èſtas ſerà bueno notar un yerro, que ſiempre han cometido nueſtros Eſcritores de Navegacion: y es, que enſeñan, que los once circulos concentricos, han

han de diſtar igualmente unos de otros; en lugar de ponerlos à desiguales diſtancias, y en la proporcion que ſe requiere, para que los corte la tranſverſal, dexando de uno, y otro lado los minutos, que ſe necesſitan. Pondrémos el calculo para la inteligencia de los que no fueren muy verſados.

a Fig. 1

Sea AD [a] una de las tranſverſales del Inſtrumento; AC, BD las continuaciones de los radios, comprehendidas entre el circulo interno AB, y el externo CD; EF uno de los circulos concentricos, que ſe quiere deſcribir, y ſaber lo que debe diſtar de qualquiera de los dos AB, CD: y ſean ademàs de eſto

$$AC = BD = a$$
$$CD = b$$
$$AB = c$$
$$AF = x$$
$$\frac{EG}{GF} = \frac{m}{n}$$
$$EG = z$$
$$GF = \frac{n}{m} z$$

y tendrémos en los triangulos ſemejantes ACD, AEG, [b] $a : b = x : z$; y en los DBA, DFG, $a : c = a - x : \frac{n}{m} z$; de donde ſe ſiguen eſtas dos igualaciones $bx = az$, y $ca - cx = \frac{n}{m} az$: luego $nbx = mca - mcx$; que dà eſta proporcion $a - x : x = nb : mc$; eſto es, la diſtancia CE ha de ſer à la EA,

b. La ſimilitud de eſtos triangulos, igualmente que la de los otros dos, no es en rigor geometrico; pero por la cortedad de los arcos AB, CD, que ſe pueden tomar por lineas rectas, y paralelas à EF, el yerro, que puede producirſe, no es ſenſible.

EA, como CD multiplicado por GF, à AB multiplicado por EG. Hagamos esto visible por un exemplo. Sopongamos, que se quiera describir el circulo concentrico de enmedio de todos once, ò lo que es lo mismo, el circulo concentrico que dexe EG igual à GF: en este caso tendrémos $m = n$, y la proporcion se reducirà à $a - x : x = b : c$; esto es, CE à EA, como CD à AB: pero CD es mayor que AB; luego tambien CE debe ser mayor que EA; contra lo que enseñan nuestros Escritores de Navegacion, que dàn estas dos distancias iguales.[a] Adviertase, que quanto mayor fuere el limbo del Instrumento respecto de su radio, mayor serà el yerro, que se cometerà, porque serà entonces mayor la razon de CD à AB.

Estando el centro Q[b] exactamente en un mismo plano con el limbo BCD, ofrece el methodo de poner el Instrumento verticàl, para observar alturas, por medio de los tornillos O; con los quales se puede hacer, que aquèl se incline àcia adelante, ò atràs lo que se necessitare: que serà para que quede verticàl, quanto el hilo aplomo QR rase el limbo BCD. Esta operacion se debe hacer en la practica, quando se està apuntado el anteojo al objeto, que se quiere observar, de tal suerte, que à un mismo tiempo haya de estàr la interseccion de los hilos de seda, que estàn dentro del anteojo, sobre el objeto, y el perpendiculo haya de rasar el limbo; con lo qual darà èste la verdadera altura sobre las divisiones: en quienes se vèn muy distintamente por medio de un Microscopio de un vidrio hasta cinco segundos.

b Fig. 1.

Sin embargo, se ofrece de ordinario una corta correccion, que hacer, procedida de no poder poner exactamen-

G te

a. El unico de nuestros Escritores, que ha hecho algun acierto sobre este assumpto, de los que tengo presentes, es *Andrès Garcia de Cespedes*, en su *Regimiento de Navegacion*, que escriviò de Orden del Rey en 1606; pues en el Cap. 30 describe cinco Circulos concentricos: de suerte, que vienen à quedar en la forma, que se enseñò arriba; bien es verdad, que su construccion es algo dificil en la practica, y que despues cae en el mismo yerro, que los demàs.

te la visual del anteojo ST paralela à la linea, que saliendo del centro, passa por el grado 90 de altura, que se llama error del anteojo; error semejanre al que se explicò en el Libro antecedente pag. 5. Este se inquiere de esta suerte: se observa la altura, ò depression de qualquier objeto terrestre; el mas distante del Observador, y cercano à el Horizonte, que se pudiere hallar: y despues trastornando el Quarto de circulo QBCD sobre el exe HI, se dirige segunda vez el anteojo al mismo objeto, y se pone pendiente el perpendiculo QR del limbo del Instrumento, de suerte, que passe por el centro: la mitad de la diferencia de la altura, ò depression, que de esta ultima operacion se hallare, à la primera, serà el error del anteojo: pero si en lugar de altura, ò depression en este ultimo caso, se hallaren contrapuestas la depression, y altura, la mitad de la suma de las dos observaciones serà el error.

a Fig. 3

Si se quisiere vèr la razon de todo esto; sea A [a] el centro del Instrumento; O el principio de la division; E el grado 90 en la misma; DA el anteojo dirigido al objeto, à quien es perpendicular AC; y AB el perpendiculo: el angulo OAB serà el que el Instrumento diò de altura; en lugar, que el verdadero es CAB: luego se anotò la altura del objeto en la primera operacion mayor del angulo OAC, ò DAE; y menor de la misma cantidad en la segunda: y asi la mitad de la diferencia de las dos serà el Angulo DAE, que es el error deseado: el qual para que fuesse nulo, ò igual à cero, havìa de estàr el anteojo colocado sobre la linea EA, ò paralela à ella.

Otras varias atenciones, y reparos muy precisos pudiera añadir, tocantes à este Instrumento; pero discurro, que lo dicho es suficiente, para que se forme idèa de èl, que es lo que permite este Libro; pues para describirle

mas

mas ampliamente, ſe neceſsitaría un tratado ſeparado. Solo sì ſe puede añadir alguna explicacion de las piezas, que ſe le quitan, y otras, que ſe le añaden, para que ſirva de la mas exacta Plancheta, como ſe vè en la figura 4.

En èſta, ademàs del Cilindro concavo HI, ſe vè, que ſe le ha añadido el EF, que no ſolo tiene dentro del primero una rama, que ſe halla ſegun HI, pero en ſu concavidad EF encierra el exe del Inſtrumento, que queda por eſte medio horizontal, y con tres movimientos; uno verticàl, que dà el exe, que eſtà dentro de HI, y dos horizontales, que dàn, los que eſtàn dentro de KL, y EF.

El hilo aplomo, de que ſe hablò en el uſo antecedente, y ſu centro, ſe quitan en èſte; y en ſu lugar, ſe pone otro centro, ſobre el qual rueda la *Halidada* VX, montada de otro anteojo GZ, ſemejante al ST. Eſta corre por encima del limbo del Inſtrumento, llevando conſigo un hilo delicado de plata NO, muy tendido, que ſeñala ſobre la diviſion el angulo obſervado.

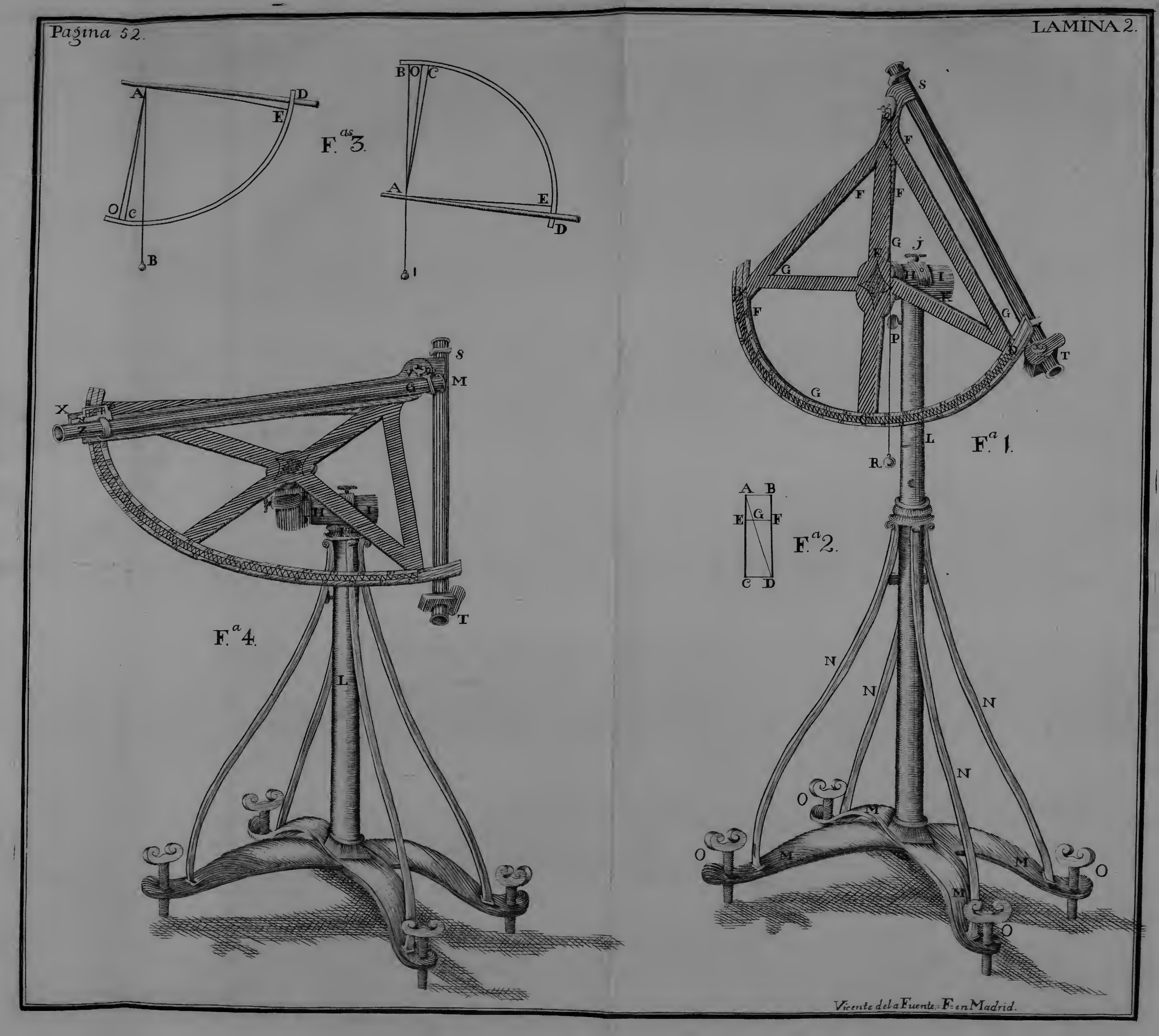
El uſo diſcurro, que ſe verà facilmente en la figura, pues ſe reduce à dirigir los dos anteojos, eſto es, la interſeccion de los hilos de ſeda, que ſe hallan dentro de ellos, à los objetos, que comprehenden el angulo; teniendo cuydado de poner el punto, donde ſe cruzan los anteojos M, ſobre aquel, de donde ſe quiere obſervar el angulo.

Es neceſſario advertir por ultimo, que el hilo de plata NO ſe ha de poner, antes que ſe empiecen las obſervaciones ſobre el radio del Inſtrumento, eſto es, ſe ha de ſituar de tal ſuerte, que prolongado paſſe por el centro Q: para cuya operacion, eſtà montado ſobre una pieza ſeparada de la *Halidada*, que por medio de tornillos, ſe hace mover à la derecha, ò à la izquierda.

CAPITULO IV.

Explicacion, y uſo de la Tabla de Declinaciones.

LA Tabla de Declinaciones, que ſe ſigue, es nuevamente conſtruìda, y diſpueſta con nuevo methodo, dexando arbitraria la maxima Declinacion del Sol, para que, el que ſe ſirviere de ella, ſe valga de la que mas bien le quadrare: por conſiguiente, parece neceſſario, que ſiendo diſtinta de todas las dadas haſta el dia de hoy, nos detengamos en dàr de ella de antemano alguna breve explicacion para ſu mas perfecta inteligencia. La primera, y quinta coluna contienen los grados, y minutos de los Signos de la Ecliptica, que ſe vèn en la cabeza, y pies de la ſegunda; encerrando èſta la Declinacion del Sol, en grados, minutos, ſegundos, y terceros, correſpondiente à dichos grados, y minutos de la Ecliptica: y como no ſe halla mas, que para cada 15 minutos, la coluna tercera contiene en ſegundos, terceros, y quartos la Declinacion, que correſponde à un minuto de mas, ò menos Longitud del Sol en la Ecliptica; la qual hace, que la tabla equivalga, à ſi eſtuviera calculada minuto por minuto. La Declinacion eſtà ſuputada para la maxima Obliquidad de la Ecliptica $23^{\circ}\ 28'\ 00''$; pero la coluna quarta contiene una equacion para cada 10 ſegundos de mas, ò menos Obliquidad: con la qual ſe puede obtener la Declinacion del Sol, en la ſupoſicion de qualquier Obliquidad (proxima à la duda) que ſe le quiſiere aſignar à la Ecliptica. Pondrè un exemplo para mayor, ò mas clara explicacion; y buſcarémos la Declinacion del Sol, que doy en el primer cal-

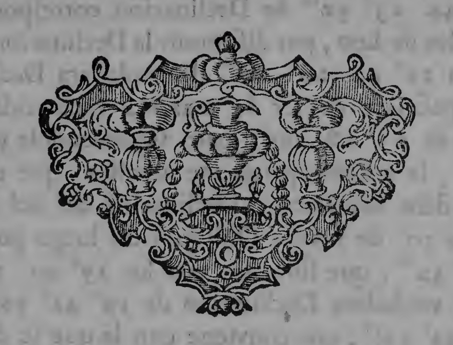

Pagina 52.
LAMINA 2.
F.as 3.
F.a 1.
F.a 2.
F.a 4.
Vicente de la Fuente F. en Madrid.

calculo, para hallar la Latitud de *Cartagena* el dia 25 de Julio de 1735, de 90° 42′ 36½″.

El lugar del Sol en la Ecliptica para eſte tiempo, eſto es, à medio dia en *Cartagena*, ò para las 5 horas 10 minutos de la tarde en *Parìs* (por ſer eſta la diferencia de Meridianos entre eſtas dos Ciudades) es ſegun las Tablas de *M. de la Hire* 2° 08′ 26″ de Leo: buſcando pues en la quinta coluna 2° de Leo, hallo, que le correſponden en la ſegunda 19° 44′ 13″ 52‴ de Declinacion. Ademàs de eſto, la Declinacion para cada minuto de mas Longitud del Sol, mueſtra la coluna tercera ſer de 13″ 29‴ 40⁗; luego para 8 minutos ſerà de 1′ 47″ 55‴ 20⁗, y para 8′ 26″ de 1′ 53″ 46‴ 11⁗; los quales ſubſtraìdos de los 19° 44′ 13″ 52‴ de Declinacion correſpondiente à los 2° ſolos de Leo, por diſminuir la Declinacion del Sol, quedaràn 19° 42′ 20″ 06‴ de verdadera Declinacion, en la ſupoſicion de ſer la maxima Obliquidad de la Ecliptica de 23° 28′ 00″: pero ſuponiendola yo de 23° 28′ 20″, la coluna quarta me mueſtra, que en 2° de Leo, ſe debe aumentar la Declinacion del Sol 8″ 16‴, por cada 10″ de mayor Obliquidad; luego por 20″ ſeràn 16″ 32‴; que ſumados con los 19° 42′ 20″ 06‴, daràn la verdadera Declinacion de 19° 42′ 36″ 38‴, ò de 19° 42′ 36½″, que conviene con la que ſe diò en el calculo.

La coluna tercera ſe ha conſtruìdo baxo la ſupoſicion, que ſon iguales las mutaciones en Declinacion, que el Sol tiene, corriendo cada minuto de la Ecliptica, de los 15′, que comprende la coluna ſegunda. Eſta ſupoſicion ſolo es verdadera en rigor geometrico, quando el Sol eſtà en los puntos Equinocciales; pero ſaliendo de ellos

ellos, và mudando dicha ley, hasta que hallandose cerca de los Solsticios, sigue la que diximos en el Libro antecedente pàgina 13. De esto se sigue, que las cantidades de la coluna tercera solo seràn exactas al principio de toda la Tabla, fuera del qual iràn cayendo en defecto, hasta que al fin de ella, lleguen à tener el mayor de todos: pero es èste tal, que no llega à 2 terceros; cantidad despreciable, y que no merece, que se ponga este aviso, mas que para evitar el recelo, que pudiera sobrevenirle, al que fuesse escrupuloso en los calculos.



NUE-

NUEVA TABLA
DE LAS DECLINACIONES
DEL SOL,

para cada 15 minutos de la Ecliptica,
en grados, minutos, ſegundos,
y terceros

ſupueſta la maxima Obliquidad, ò Declinacion

de

$23^{\circ}\ 28'\ 00''$

con una diferencia, ò equacion
para 10 ſegundos
de mas, ò menos Obliquidad.

°	′	♈. 0.		♎. 6.		Equacion para los minutos.			Equac. para 10″ de difer.		°	′
		°	′	″	‴	″	‴	⁗	″	‴		
0	0	0	0	0	0	23	53	32	00	00	30	00
0	15	0	5	58	23	23	53	32			29	45
0	30	0	11	56	46	23	53	28			29	30
0	45	0	17	55	08	23	53	28			29	15
1	00	0	23	53	30						29	00
						23	53	24	00	10		
1	15	0	29	51	51	23	53	16			28	45
1	30	0	35	50	10	23	53	08			28	30
1	45	0	41	48	26	23	53	00			28	15
2	00	0	47	46	41						28	00
						23	52	44	00	19		
2	15	0	53	44	52	23	52	32			27	45
2	30	0	59	43	00	23	52	16			27	30
2	45	1	05	41	04	23	52	04			27	15
3	00	1	11	39	05						27	00
						23	51	48	00	29		
3	15	1	17	37	02	23	51	28			26	45
3	30	1	23	34	54	23	51	12			26	30
3	45	1	29	32	42	23	50	52			26	15
4	00	1	35	30	25						26	00
						23	50	28	00	38		
4	15	1	41	28	02	23	50	00			25	45
4	30	1	47	25	32	23	49	36			25	30
4	45	1	53	22	56	23	49	08			25	15
5	00	1	59	20	13						25	00
						23	48	52	00	48		
5	15	2	05	17	26	23	48	24			24	45
5	30	2	11	14	32	23	47	52			24	30
5	45	2	17	11	30	23	47	16			24	15
6	00	2	23	08	19						24	00
						23	46	36	00	58		
6	15	2	29	04	58	23	45	48			23	45
6	30	2	35	01	25	23	45	36			23	30
6	45	2	40	57	49	23	45	00			23	15
7	00	2	46	54	04						23	00
						23	44	04	01	07		
7	15	2	52	50	05	23	43	36			22	45
7	30	2	58	45	59	23	43	00			22	30
7	45	3	04	41	44	23	42	04			22	15
8	00	3	10	37	15						22	00
						23	41	32	01	17		
8	15	3	16	32	38	23	40	36			21	45
8	30	3	22	27	47	23	39	56			21	30
8	45	3	28	22	46	23	39	08			21	15
9	00	3	34	17	33						21	00
						23	38	16	01	27		
9	15	3	40	12	07	23	37	24			20	45
9	30	3	46	06	28	23	36	32			20	30
9	45	3	52	00	36	23	35	36			20	15
10	00	3	57	54	30						20	00
									01	36		
		5. ♍.		11. ♓.								

°	'	♈. 0.		♎. 6.		Equacion para los minutos.			Equac. para 10'' de difer.		°	'
		°	'	''	'''	''	'''	''''	''	'''		
10	00	03	57	54	30	23	34	40	01	36	20	00
10	15	04	03	48	10	23	33	44			19	45
10	30	04	09	41	36	23	32	48			19	30
10	45	04	15	34	48	23	31	48			19	15
11	00	04	21	27	45						19	00
						23	30	52	01	46		
11	15	04	27	20	28	23	29	48			18	45
11	30	04	33	12	55	23	28	40			18	30
11	45	04	39	05	05	23	27	40			18	15
12	00	04	44	57	00						18	00
						23	26	28	01	55		
12	15	04	50	48	37	23	25	24			17	45
12	30	04	56	39	58	23	24	12			17	30
12	45	05	02	31	01	23	23	04			17	15
13	00	05	08	21	47						17	00
						23	21	56	02	04		
13	15	05	14	12	16	23	20	36			16	45
13	30	05	20	02	25	23	19	24			16	30
13	45	05	25	52	16	23	18	08			16	15
14	00	05	31	41	48						16	00
						23	16	52	02	14		
14	15	05	37	31	01	23	15	32			15	45
14	30	05	43	19	54	23	14	12			15	30
14	45	05	49	08	27	23	12	48			15	15
15	00	05	54	56	39						15	00
						23	11	28	02	23		
15	15	06	00	44	31	23	10	04			14	45
15	30	06	06	32	02	23	08	40			14	30
15	45	06	12	19	12	23	07	08			14	15
16	00	06	18	05	59						14	00
						23	05	40	02	33		
16	15	06	23	52	24	23	04	08			13	45
16	30	06	29	38	26	23	02	40			13	30
16	45	06	35	24	06	23	01	04			13	15
17	00	06	41	09	22						13	00
						22	59	32	02	42		
17	15	06	46	54	15	22	57	56			12	45
17	30	06	52	38	44	22	56	20			12	30
17	45	06	58	22	49	22	54	40			12	15
18	00	07	04	06	29						12	00
						22	53	04	02	52		
18	15	07	09	49	45	22	51	20			11	45
18	30	07	15	32	35	22	49	36			11	30
18	45	07	21	14	59	22	47	52			11	15
19	00	07	26	56	57						11	00
						22	46	08	03	01		
19	15	07	32	38	29	22	44	20			10	45
19	30	07	38	19	34	22	42	32			10	30
19	45	07	44	00	12	22	40	44			10	15
20	00	07	49	40	23						10	00
									03	11		
		5. ♍.		11. ♓.								

°	'	♈. 0. ♎. 6. °	'	''	'''	Equacion para los minutos ''	'''	''''	Equac. para 10'' de difer. ''	'''	°	'
20	00	07	49	40	23						10	00
						22	38	52	03	11		
20	15	07	55	20	06						9	45
						22	37	00				
20	30	08	00	59	21						9	30
						22	35	04				
20	45	08	06	38	70						9	15
						22	33	12				
21	00	08	12	16	25						9	00
						22	31	12	03	20		
21	15	08	17	54	13						8	45
						22	29	16				
21	30	08	23	31	32						8	30
						22	27	16				
21	45	08	29	08	21						8	15
						22	25	12				
22	00	08	34	44	39						8	00
						22	23	12	03	29		
22	15	08	40	20	27						7	45
						22	21	12				
22	30	08	45	55	45						7	30
						22	19	08				
22	45	08	51	30	32						7	15
						22	17	00				
23	00	08	57	04	47						7	00
						22	14	36	03	38		
23	15	09	02	38	26						6	45
						22	12	44				
23	30	09	08	11	37						6	30
						22	10	24				
23	45	09	13	44	13						6	15
						22	08	20				
24	00	09	19	16	18						6	00
						22	06	00	03	47		
24	15	09	24	47	48						5	45
						22	03	48				
24	30	09	30	18	45						5	30
						22	01	40				
24	45	09	35	49	10						5	15
						21	59	20				
25	00	09	41	19	00						5	00
						21	56	52	03	56		
25	15	09	46	48	13						4	45
						21	54	24				
25	30	09	52	16	50						4	30
						21	52	00				
25	45	09	57	44	51						4	15
						21	49	40				
26	00	10	03	12	17						4	00
						21	47	20	04	05		
26	15	10	08	39	08						3	45
						21	44	52				
26	30	10	14	05	22						3	30
						21	42	24				
26	45	10	19	30	59						3	15
						21	39	52				
27	00	10	24	55	58						3	00
						21	37	24	04	14		
27	15	10	30	20	20						2	45
						21	34	52				
27	30	10	35	44	04						2	30
						21	32	20				
27	45	10	41	07	10						2	15
						21	29	44				
28	00	10	46	29	37						2	00
						21	27	08	04	23		
28	15	10	51	51	25						1	45
						21	24	28				
28	30	10	57	12	33						1	30
						21	21	48				
28	45	11	02	33	01						1	15
						21	19	08				
29	00	11	07	52	49						1	00
						21	16	28	04	32		
29	15	11	13	11	57						0	45
						21	13	44				
29	30	11	18	30	24						0	30
						21	11	00				
29	45	11	23	48	10						0	15
						21	08	12				
30	00	11	29	05	14						0	00
									04	41		
		5. ♍. 11. ♓.										

°	′	♉. 1. °	♏. 7. ′	″	‴	Equacion para los minutos. ″	‴	⁗	Equac. para 10″ de difer. ″	‴	°	′
0	00	11	29	05	14						30	00
0	15	11	34	21	36	21	05	28	04	41	29	45
0	30	11	39	37	16	21	02	40			29	30
0	45	11	44	52	13	20	59	48			29	15
1	00	11	50	06	27	20	56	56			29	00
						20	54	04	04	50		
1	15	11	55	19	58						28	45
1	30	12	00	32	45	20	51	08			28	30
1	45	12	05	44	48	20	48	12			28	15
2	00	12	10	56	07	20	45	16			28	00
						20	42	12	04	59		
2	15	12	16	06	40						27	45
2	30	12	21	16	29	20	39	16			27	30
2	45	12	26	25	32	20	36	12			27	15
3	00	12	31	33	49	20	33	08			27	00
						20	30	04	05	08		
3	15	12	36	41	20						26	45
3	30	12	41	48	05	20	27	00			26	30
3	45	12	46	54	03	20	23	52			26	15
4	00	12	51	59	13	20	20	40			26	00
						20	17	28	05	17		
4	15	12	57	13	02						25	45
4	30	13	02	07	10	20	14	20			25	30
4	45	13	07	09	56	20	11	04			25	15
5	00	13	12	11	54	20	07	52			25	00
						20	04	32	05	26		
5	15	13	17	13	02						24	45
5	30	13	22	13	21	20	01	16			24	30
5	45	13	27	12	50	19	57	56			24	15
6	00	13	32	11	29	19	54	36			24	00
						19	51	16	05	34		
6	15	13	37	09	18						23	45
6	30	13	42	06	15	19	47	48			23	30
6	45	13	47	02	22	19	44	28			23	15
7	00	13	51	57	37	19	41	00			23	00
						19	37	32	05	42		
7	15	13	56	52	00						22	45
7	30	14	01	45	31	19	34	04			22	30
7	45	14	06	38	09	19	30	32			22	15
8	00	14	11	29	54	19	27	00			22	00
						19	23	28	05	50		
8	15	14	16	20	46						21	45
8	30	14	21	10	44	19	19	52			21	30
8	45	14	25	59	48	19	16	16			21	15
9	00	14	30	47	58	19	12	40			21	00
						19	08	00	05	58		
9	15	14	35	35	13						20	45
9	30	14	40	21	32	19	05	16			20	30
9	45	14	45	06	57	19	01	32			20	15
10	00	14	49	51	25	18	57	52			20	00
									06	06		
		4. ♌.		10. ♒.								

°	′	♉. 1.		♏. 7.		Equacion para los minutos.			Equac. para 10″ de difer.		°	′
		°	′	″	‴	″	‴	⁗	″	‴		
10	00	14	49	51	25	18	54	08	06	06	20	00
10	15	14	54	34	57	18	50	24			19	45
10	30	14	59	17	33	18	46	36			19	30
10	45	15	03	59	12	18	42	48			19	15
11	00	15	08	36	54						16	00
						18	38	52	06	14		
11	15	15	13	19	37	18	35	08			18	45
11	30	15	17	58	24	18	31	12			18	30
11	45	15	22	36	12	18	27	16			18	15
17	00	15	27	13	01						18	00
						18	23	20	06	22		
12	15	15	31	48	51	18	19	24			17	45
12	30	15	36	23	42	18	15	24			17	30
12	45	15	40	57	33	18	11	24			17	15
13	00	15	45	30	24						17	00
						18	07	24	06	30		
13	15	15	50	02	15	18	02	20			16	45
13	30	15	54	33	05	17	59	16			16	30
13	45	15	59	02	54	17	55	08			16	15
14	00	16	03	31	41						16	00
						17	51	00	06	38		
14	15	16	07	59	26	17	46	56			15	45
14	30	16	12	26	10	17	42	44			15	30
14	45	16	16	51	51	17	38	32			15	15
15	00	16	21	16	29						15	00
						17	34	16	06	46		
15	15	16	25	40	03	17	30	08			14	45
15	30	16	30	02	35	17	25	48			14	30
15	45	16	34	24	02	17	21	36			14	15
16	00	16	38	44	26						14	00
						17	17	16	06	53		
16	15	16	43	03	45	17	12	52			13	45
16	30	16	47	21	58	17	08	36			13	30
16	45	16	51	39	07	17	04	12			13	15
17	00	16	55	55	10						13	00
						16	59	48	07	00		
17	15	17	00	10	07	16	55	28			12	45
17	30	17	04	23	59	16	51	04			12	30
17	45	17	08	36	45	16	46	32			12	15
18	00	17	12	48	23						12	00
						16	41	56	07	07		
18	15	17	16	58	52	16	37	28			11	45
18	30	17	21	08	14	16	32	56			11	30
18	45	17	25	16	28	16	28	24			11	15
19	00	17	29	23	34						11	00
						16	23	52	07	14		
19	15	17	33	29	32	16	19	16			10	45
19	30	17	37	34	21	16	14	40			10	30
19	45	17	41	38	01	16	10	00			10	15
20	00	17	45	40	31						10	00
									07	21		
		4. ♌.		10. ♒.								

°	'	♉. 1.		♏. 7.		Equacion para los minutos.			Equac. para 10'' de difer.		°	'
		°	'	''	'''	''	'''	''''	''	'''		
20	00	17	45	40	31						10	00
20	15	17	49	41	51	16	05	20	07	21	09	45
20	30	17	53	42	00	16	00	36			09	30
20	45	17	57	40	58	15	55	52			09	15
21	00	18	01	38	44	15	51	04			09	00
						15	46	16	07	28		
21	15	18	05	35	18						08	45
21	30	18	09	30	40	15	41	28			08	30
21	45	18	13	24	50	15	36	40			08	15
22	00	18	17	17	49	15	31	56			08	00
						15	27	04	07	35		
22	15	18	21	09	35						07	45
22	30	18	25	00	07	15	22	08			07	30
22	45	18	28	49	27	15	17	20			07	15
23	00	18	32	37	34	15	12	28			07	00
						15	07	32	07	42		
23	15	18	36	24	27						06	45
23	30	18	40	10	06	15	02	36			06	30
23	45	18	43	54	30	14	57	36			06	15
24	00	18	47	37	39	14	52	36			06	00
						14	47	32	07	49		
24	15	18	51	39	32						05	45
24	30	18	55	00	10	14	42	32			05	30
24	45	18	58	39	32	14	37	28			05	15
25	00	19	02	17	38	14	32	24			05	00
						14	27	20	07	56		
25	15	19	05	54	28						04	45
25	30	19	09	30	00	14	22	08			04	30
25	45	19	13	04	15	14	17	00			04	15
26	00	19	16	37	13	14	11	52			04	00
						14	06	40	08	03		
26	15	19	20	08	53						03	45
26	30	19	23	39	16	14	01	32			03	30
26	45	19	27	08	21	13	56	20			03	15
27	00	19	30	36	07	13	51	04			03	00
						13	45	48	08	10		
27	15	19	34	02	34						02	45
27	30	19	37	27	41	13	40	28			02	30
27	45	19	40	51	27	13	35	04			02	15
28	00	19	44	13	52	13	29	40			02	00
						13	24	16	08	16		
28	15	19	47	34	56						01	45
28	30	19	50	54	38	13	18	48			01	30
28	45	19	54	13	00	13	13	28			01	15
29	00	19	57	30	01	13	08	04			01	00
						13	02	44	08	22		
29	15	20	00	45	42						00	45
29	30	20	04	00	03	12	57	24			00	30
29	45	20	07	13	04	12	52	04			00	15
30	00	20	10	24	44	12	46	40			00	00
									08	28		
		4. ♌.		10. ♒.								

°	'	♊. 2. °	'	♐. 8. "	'''	Equacion para los minutos. "	'''	''''	Equac. para 10" de difer. "	'''	°	'
0	00	20	10	24	44	12	41	00	08	28	30	00
0	15	20	13	34	59	12	35	28			29	45
0	30	20	16	43	51	12	29	44			29	30
0	45	20	19	51	17	12	24	04			29	15
1	00	20	22	57	18						29	00
						12	18	28	08	34		
1	15	20	26	01	55	12	12	52			28	45
1	30	20	29	05	08	12	07	20			28	30
1	45	20	32	06	58	12	01	44			28	15
2	00	20	35	07	24						28	00
						11	56	12	08	40		
2	15	20	38	06	27	11	50	28			27	45
2	30	20	41	04	04	11	44	48			27	30
2	45	20	44	00	16	11	39	04			27	15
3	00	20	46	55	02						27	00
						11	33	20	08	45		
3	15	20	49	48	22	11	27	28			26	45
3	30	20	52	40	14	11	21	44			26	30
3	45	20	55	30	40	11	15	56			26	15
4	00	20	58	19	39						26	00
						11	10	08	08	50		
4	15	21	01	07	11	11	04	16			25	45
4	30	21	03	53	15	10	58	28			25	30
4	45	21	06	37	52	10	52	36			25	15
5	00	21	09	21	01						25	00
						10	46	44	08	55		
5	15	21	12	02	42	10	40	48			24	45
5	30	21	14	42	54	10	34	52			24	30
5	45	21	17	21	37	10	28	52			24	15
6	00	21	19	58	50						24	00
						10	23	00	09	00		
6	15	21	22	34	35	10	17	04			23	45
6	30	21	25	08	51	10	11	04			23	30
6	45	21	27	41	37	10	05	00			23	15
7	00	21	30	12	52						23	00
						9	59	04	09	05		
7	15	21	32	42	38	9	53	00			22	45
7	30	21	35	10	53	9	46	56			22	30
7	45	21	37	37	37	9	40	56			22	15
8	00	21	40	02	51						22	00
						9	34	48	09	09		
8	15	21	42	26	33	9	28	44			21	45
8	30	21	44	48	44	9	22	36			21	30
8	45	21	47	09	23	9	16	28			21	15
9	00	21	49	28	30						21	00
						9	10	20	09	13		
9	15	21	51	46	05	9	04	12			20	45
9	30	21	54	02	08	8	58	00			20	30
9	45	21	56	16	38	8	51	48			20	15
10	00	21	58	29	35						20	00
									09	17		
		3. ♋.		9. ♑.								

°	′	♊. 2.			♐. 8.	Equacion para los minutos.			Equac. para 10″ de difer.		°	′
		°	′	″	‴	″	‴	⁗	″	‴		
10	00	21	58	29	35	08	45	40	09	17	20	00
10	15	22	00	41	00	08	39	24			19	45
10	30	22	02	50	51	08	33	08			19	30
10	45	22	04	59	08	08	26	56			19	15
11	00	22	07	05	52						19	00
						08	20	40	09	21		
11	15	22	09	11	02	08	14	24			18	45
11	30	22	11	14	38	08	08	08			18	30
11	45	22	13	16	40	08	01	48			18	15
12	00	22	15	17	07						18	00
						07	55	32	09	25		
12	15	22	17	16	00	07	49	08			17	45
12	30	22	19	13	17	07	42	48			17	30
12	45	22	21	08	59	07	36	32			17	15
13	00	22	23	03	07						17	00
						07	30	04	09	29		
13	15	22	24	55	38	07	23	44			16	45
13	30	22	26	46	34	07	17	20			16	30
13	45	22	28	35	54	07	10	56			16	15
14	00	22	30	23	38						16	00
						07	04	32	09	33		
14	15	22	32	09	46	06	58	08			15	45
14	30	22	33	54	18	06	51	40			15	30
14	45	22	35	37	13	06	45	12			15	15
15	00	22	37	18	31						15	00
						06	38	40	09	37		
15	15	22	38	58	11	06	32	16			14	45
15	30	22	40	36	15	06	25	44			14	30
15	45	22	42	12	41	06	19	16			14	15
16	00	22	43	47	30						14	00
						06	12	44	09	40		
16	15	22	45	20	41	06	06	16			13	45
16	30	22	46	52	15	05	59	44			13	30
16	45	22	48	22	11	05	53	08			13	15
17	00	22	49	50	28						13	00
						05	46	40	09	43		
17	15	22	51	17	08	05	40	04			12	45
17	30	22	52	42	09	05	33	28			12	30
17	45	22	54	05	31	05	26	52			12	15
18	00	22	55	27	14						12	00
						05	20	24	09	46		
18	15	22	56	47	20	05	13	44			11	45
18	30	22	58	05	46	05	07	08			11	30
18	45	22	59	22	33	05	00	24			11	15
19	0[illegible]	23	[illegible]	37	39						11	00
						04	53	48	09	48		
19	15	23	01	51	06	04	47	12			10	45
19	30	23	03	02	54	04	40	36			10	30
19	45	23	04	13	03	04	34	04			10	15
20	00	23	05	21	34						10	00
									09	50		
		3. ♋.			9. ♑.							

°	'	♊. 2.		♐. 8.		Equacion para los minutos.			Equac. para 10'' de difer.		°	'
		°	'	''	'''	''	'''	''''	''	'''		
20	00	23	05	21	34	04	27	24	09	50	10	00
20	15	23	06	28	25	04	20	40			09	45
20	30	23	07	33	35	04	13	56			09	30
20	45	23	08	37	04	04	07	08			09	15
21	00	23	09	38	51						09	00
						04	00	32	09	52		
21	15	23	10	38	59	03	53	52			08	45
21	30	23	11	37	27	03	47	08			08	30
21	45	23	12	34	14	03	40	32			08	15
22	00	23	13	29	22						08	00
						03	33	44	09	53		
22	15	23	14	22	48	03	27	00			07	45
22	30	23	15	14	33	03	20	16			07	30
22	45	23	16	04	37	03	13	36			07	15
23	00	23	16	53	01						07	00
						03	06	48	09	54		
23	15	23	17	39	43	03	00	04			06	45
23	30	23	18	24	44	02	53	20			06	30
23	45	23	19	08	04	02	46	36			06	15
24	00	23	19	49	43						06	00
						02	39	52	09	55		
24	15	23	20	29	41	02	33	04			05	45
24	30	23	21	07	57	02	26	16			05	30
24	45	23	21	44	31	02	19	28			05	15
25	00	23	22	19	23						05	00
						02	12	44	09	56		
25	15	23	22	52	34	02	05	56			04	45
25	30	23	23	24	03	01	59	12			04	30
25	45	23	23	53	51	01	52	20			04	15
26	00	23	24	21	56						04	00
						01	45	36	09	57		
26	15	23	24	48	20	01	38	48			03	45
26	30	23	25	13	02	01	31	20			03	30
26	45	23	25	36	02	01	25	04			03	15
27	00	23	25	57	18						03	00
						01	18	20	09	58		
27	15	23	26	16	53	01	11	32			02	45
27	30	23	26	34	46	01	04	44			02	30
27	45	23	26	50	57	00	58	00			02	15
28	00	23	27	05	27						02	00
						00	51	12	09	59		
28	15	23	27	18	15	00	44	16			01	45
28	30	23	27	29	19	00	37	28			01	30
28	45	23	27	38	41	00	30	44			01	15
29	00	23	27	46	22						01	00
						00	23	48	10	00		
29	15	23	27	52	19	00	17	04			00	45
29	30	23	27	56	35	00	10	12			00	30
29	45	23	27	59	08	00	03	28			00	15
30	00	23	28	00	00						00	00
									10	00		
		3. ♋.		9. ♑.								

LIBRO III.

De las Obſervaciones de Longitud.

CAPITULO I.

De las Obſervaciones de las Immerſiones, y Emerſiones de los Satelites de Jupiter.

LAs obſervaciones de Longitud, de que S. M. nos hizo tambien particular encargo en nueſtro Viage al *Perù*, ſon de las mas eſſenciales à la Geographía, y Navegacion, para determinar las ſituaciones de los Lugares, los unos reſpecto de los otros, y poder conducir las Naves por caminos conocidos; la ignorancia de lo qual hà hecho, y hace todos los dias perder miſerablemente gran numero de perſonas, y de theſoros.

Varios methodos hay de determinar las Longitudes; pero el mas exacto (para diſtancias grandes) que al preſente ſe conoce, es por las obſervaciones de diferencias en tiempo entre los Lugares, cuyas longitudes ſe pretenden ſaber: las quales diferencias tambien ſe determinan por varios caminos; ſiendo el mas juſto de todos el obſervar en ambos ſitios la miſma Immerſion, ò Emerſion de los Satelites de Jupiter: porque viendoſe èſta por dos Obſervadores al miſmo inſtante, y ſiendo notado el tiempo, en que ſucediò, por ambos, la diferencia en tiempo queda concluìda, con ſolo el cotejo de las dos obſervaciones; y por conſiguiente la diferencia en Longitud, reducien-

ciendo la de tiempo à partes del Equador : todo lo qual es bien ſabido de los Inteligentes ; y eſta corta explicacion ſolo ſirve para los que no eſtuvieſſen tan verſados en el aſſumpto.

El modo de executar bien la obſervacion, conſiſte en dos operaciones : la primera en arreglar bien un exacto Pendulo, ò Relox de Pendula ; y la ſegunda en obſervar con un Teleſcopio de 16 à 20, ò mas pies de largo el inſtante en el Pendulo, en que ſucediò la Immerſion, ò la Emerſion.

Eſta ultima no tiene mas practica, que lo dicho ; y con ſolo uno que cuente los ſegundos, que vàn paſſando en el Pendulo, y otro, que obſerve con el Teleſcopio la Immerſion, atendiendo al miſmo tiempo à los ſegundos, que và contando el compañero, para notar aquel, en que ſucediò, quedarà la obſervacion hecha ; con tal que ſe ponga baſtante cuidado, y atencion, pues un ſolo minuto de diferencia en tiempo, produce un yerro de cinco leguas en Longitud.

La primera operacion pide en algunas coſas atencion, que ſerà bien explicar, tanto para la inteligencia de ellas, quanto para que ſe vea el methodo, con que executamos nueſtras obſervaciones, y ſe pueda juzgar de ſu exactitud: pero pareciendome, que ſervirà mas de confuſion, que de utilidad el repetir lo miſmo varias veces, creo ſerà mejor, explicar por extenſo una de las obſervaciones, que hicimos, con todas las atenciones, precauciones, y reparos, que tuvimos en ella ; pues ſiendo para las demàs los miſmos, ſe deberàn ſuponer guardados en todas las otras: y aſsi en ellas ſolo pondrè ſu reſulta, que es lo mas importante.

El

El dia 6 de Marzo de 1741 eſtando en *Lima D. Antonio de Ulloa*, y yo, tomamos con nueſtro Quarto de circulo las alturas, que ſe ſiguen.

Horas, min. y ſeg. de la mañan. à que	los limbos del Sol.	tuvieron de altura	y Horas, min. y ſeg. de la tarde.
$8^h\ 24'\ 05''$	ſuperior	37°	$3^h\ 32'\ 39''$
26 17	inferior		30 27
28 12	ſuperior	38	28 33
30 25	inferior		26 20
32 17	ſuperior	39	24 27
34 30	inferior		22 15

La primera coluna contiene las horas, minutos, y ſegundos de la mañana, notados en el Pendulo (que S. M. nos mandò tambien remitir entre los Inſtrumentos conſtruìdos en *Parìs*), à las quales los limbos del Sol de la ſegunda coluna obtuvieron los grados de altura de la tercera: y la quarta coluna contiene las horas, minutos, y ſegundos de la tarde, à las quales los miſmos limbos del Sol obtuvieron los miſmos grados de altura.

Es bien ſabido, que deſde que ſale el Sol de una cierta altura por la mañana, haſta que llega al Meridiano, ſe paſſa el miſmo tiempo (ſalvo una cierta correccion, que ſe explicarà deſpues) que deſde que ſale del Meridiano, haſta que obtiene la miſma altura por la tarde: luego en las obſervaciones antecedentes, dividiendo la diferencia de tiempo de las horas notadas por la mañana, à las notadas por la tarde en dos partes iguales, y agregando la una mitad à las horas de la mañana, ſe obtendrà la hora, en que llegò el centro del Sol al Meridiano, ò el punto de

las doce: esto es, la hora en el Pendulo, à la qual eran las doce en punto: en esta forma,

Hora de la mañana	8^{h} 24′ 05″
su correspondiente de la tarde	3 32 39
diferencia	7 08 34
su mitad	3 34 17
mas la hora de la mañana	8 24 05
medio dia en el Pendulo	11 58 22

Con esto se vè, que sola una altura tomada por la mañana, y su correspondiente tomada por la tarde, son suficientes, para hallar el medio en el Pendulo; pero sin embargo tomabamos varias, para que cotejadas sus resultas, se mostrasse el yerro, si se havìa ocasionado alguno en las observaciones.

En el caso presente, las seis alturas correspondientes comparadas, dàn el verdadero medio dia, como se sigue.

8^{h} 24′ 05″	8^{h} 26′ 17″	8^{h} 28′ 12″
3 32 39	3 30 27	3 28 33
7 08 34	7 04 10	7 00 21
3 34 17	3 32 05	3 30 10½
11 56 22	11 58 22	11 58 22½

8^{h} 30′ 25″	8^{h} 32′ 17″	8^{h} 34′ 30″
3 26 20	3 24 27	3 22 15
6 55 55	6 52 10	6 47 45
3 27 57½	3 26 05	3 23 52½
11 58 22½	11 58 22	11 58 22½

Donde se vè, que todas dàn el medio dia, à medio segundo de diferencia, que es quanta exactitud se puede de-

deſear : y tomando un medio arithmético entre todas , ſe tendrà el medio dia en el Pendulo à las 11 horas 58 minutos $22\frac{1}{4}$ ſegundos.

Dixe antecedentemente , que el tiempo , que el Sol gaſtaba en llegar al Meridiano , deſde que ſale de una altura por la mañana , es igual al tiempo , que emplea , deſde que ſale del Meridiano , haſta que obtiene la miſma altura por la tarde , ſalvo una corta correccion , que es neceſſario hacer. Eſta proviene del movimiento en Declinacion , que el Sol tiene , deſde el tiempo, en que ſe hacen las obſervaciones de la mañana , à aquel en que ſe hacen las de la tarde. Su explicacion , y particularidades ſon algo dilatadas ; por cuyo motivo juzgo , que por no detenernos en el calculo de las obſervaciones de las Immerſiones , podemos ſuponerla al preſente , y explicarla deſpues en Capitulo ſeparado : y aſsi corregirémos de eſta ſuerte el medio dia hallado antecedentemente.

Medio dia hallado por las alturas correſpondientes	$11^h\ 58'\ 22\frac{1}{4}''$
Correccion aditiva	$2\frac{2}{3}$
Verdadero medio dia	11 58 25

Con el miſmo methodo tomamos altùras correſpondientes el dia 13 de Marzo , y deſpues de aplicada la correccion, hallamos el verdadero medio

dia en el Pendulo à las	$11^h\ 59'\ 33''$
Verdadero medio dia del 6	11 58 25
luego adelantamiento del Pendulo en 7 dias de tiempo verdadero	00 01 08
En eſtos miſmos 7 dias el tiempo medio ſe atrasò reſpecto del verdadero	$00^h\ 01'\ 57''$
luego el Pendulo ſe adelantò en los	

miſ-

miſmos 7 dias ſobre el tiempo medio	00h 03′ 05″
y en un dia ſe adelantaría	00 00 26 3/7

La noche antecedente del doce obſervamos la Emerſion del primer Satelite de

Jupiter à las	11 38 00
deſde cuya hora, haſta las doce del dia 13 vàn	12 22 00
en las quales el Pendulo ſe adelantaría ſobre el tiempo medio	00 00 13 1/2
pero en las miſmas 12h 22′ el tiempo medio ſe atrasò del verdadero	00 00 09 1/4
luego ſe adelantò el Pendulo en dichas 12h 22′ ſobre el tiempo verdadero ſolos	00 00 04 1/4
que ſubſtraìdos del medio dia del 13	11 59 33
quedan	11 59 28 3/4
cuyo complemento à 12 horas es lo que el Pendulo iba atraſado à la hora de la obſervacion del Satelite	00 00 31 1/4
y aſsi añadido à la hora del Pendulo, en que ſe obſervò la Emerſion	11 38 00
ſe tendrà la hora verdadera, en que ſucediò la Emerſion del primer Satelite de Jupiter	11 38 31 1/4

En la propia conformidad ſe hicieron varias obſervaciones de Immerſiones, y Emerſiones de los Satelites de Jupiter, que ſon las ſiguientes; en las quales las horas notadas, ſon las verdaderas, corregidas como en el exemplo antecedente.

Obſervaciones de las Emerſiones de los Satelites de Jupiter hechas en *Cartagena* el año de 1735 por *D. Antonio de Ulloa*, y por mì: haviendonos ſervido del Annulo aſtro-

tronómico, que fuè del *P. Feüilée*, para tomar alturas correſpondientes, y arreglar el Pendulo, y de un Teleſcópio de 16 pies, y medio del Piè de Rey de *Parìs* de largo.

			Satelites.	Horas de las obſervaciones.
Julio	29	eſtando la Atmoſphera algo craſa	1	$9^h\ 28'\ 56''$
Agoſto	14	el Cielo bien limpio	′	7 47 11
	18	la Atmoſphera caſi imperceptible craſa	2	10 30 43
	21	el Cielo bien limpio	3	08 12 $19\frac{1}{2}$
			1	09 45 10
Octubre	15	la Atmoſphera algo craſa		06 58 $33\frac{3}{4}$
	22			08 53 23

En *Quito* hicimos con *M. Godin* las obſervaciones, que ſe ſiguen, con un Teleſcópio de 18 pies de largo el año de 1736.

Julio	1	eſtando la Atmoſphera algo craſa	Imm. 3	$14^h\ 42'\ 42''$
	8	el Cielo bien limpio	1	10 04 $41\frac{1}{4}$
	15	el Cielo bien cargado, por lo que ſe le quita à la obſerv. 2′.		11 56 28
	24	la Atmoſphera algo craſa		8 19 24
		el Cielo bien limpio	2	12 10 $30\frac{1}{2}$
Agoſto	18	Emer.	2	14 16 47

En *Cayambe* hizo con *M. Godin D. Antonio de Ulloa* en 1736 las obſervaciones, que ſe ſiguen.

Septiemb.	17	eſtando el Cielo limpio	1	$7^h\ 37'\ 19\frac{2}{3}''$
	19	cargado	3	00 33 54

Eſtan-

Eſtando el año de 1741 en *Lima D. Antonio de Ulloa*, y yo, obſervamos con el Teleſcópio de 16 pies, y medio, las Emerſiones, que ſe ſiguen.

Febrero	3	eſtando el Cielo limpio	1	$7^h\ 30'\ 07\frac{1}{2}''$
Marzo	5			9 40 59
	12	la Atmoſphera algo craſa		11 38 $31\frac{1}{4}$
	21			8 04 36
	28			10 03 36
Abril	29	el Cielo limpio		06 46 35

De regreſſo à Eſpaña por el Cabo de Hornos, haviendo arribado al *Guarìco*, ò *Cabo Francès*, obſervè con el miſmo Teleſcópio la Emerſion del primer Satelite de Jupiter del dia 29 de Julio de 1745, à las $9^h\ 55'\ 57''$

Eſtas obſervaciones comparadas con las miſmas, hechas en otros lugares, donde hay eſtablecidos Obſervatorios, daràn con la mayor preciſion las Longitudes Geográphicas.

CAPITULO II.

De las Obſervaciones de Eclipſes de Luna.

LOS Eclipſes de Luna ſon tambien muy propios, para determinar la Longitud de los Lugares, haciendo igual uſo de ellos, que de las Immerſiones de los Satelites; por cuyo motivo, tuvimos gran cuydado, en obſervar todos los que pudimos en el diſcurſo del Viage; y ſon los que ſe ſiguen.

El dia 19 de Septiembre de 1736, eſtando en *Yaruquì*, Pueblo en el llano, donde ſe midiò la Baſe fundamental

para

para la medida de la Meridiana, obſervè eſte Eclipſe.

	Horas de las obſervaciones.
Principio del Eclipſe	$7^h\ 47'\ 19''$
Galilèo entrò en ſombra	51 04
Principio de *Mare Humorum*	55 39
Keplero	56 49
Ariſtarcho entrò en ſombra	58 29
Lansbergio entrò en ſombra	8 02 15
Principio de *Tycho*	11 39
Mare Nectaris	33 08
Fin de *Mare Nectaris*	35 48
Principio de *Mare Fecunditatis*	38 38
Mare Criſium	43 28
Fin de *Mare Fecunditatis*	46 32
Mare Criſium	47 37
Fin de la total Immerſion, ò Eclipſe	51 32
Principio de la Emerſion	10 38 24

El reſto de las Emerſiones no ſe pudieron lograr por las muchas Nubes, que cubrieron la Luna.

El dia 8 de Septiembre de 1737, eſtando en *Quito*, obſervè el que ſe ſigue.

	Horas de las obſervaciones.
Keplero empezò à entrar en ſombra	$9^h\ 02'\ 53\frac{1}{2}''$
Acabò de entrar el miſmo	04 59
Principio de *Platòn*	10 55
Fin del miſmo	12 $14\frac{1}{2}$
Principio de *Timocares*	18 00
Copernico	25 $45\frac{1}{2}$
Grimaldi	28 01
Fin de *Copernico*	30 01
Principio de *Manilio*	41 22

Principio de *Menelao*	$09^h\ 44'\ 52\frac{1}{2}''$
Plinio	52 03
Saliò *Grimaldi*	58 $33\frac{1}{2}$
Entrò *Dioniſio*	10 13 30
Saliò *Copernicò*	36 32
Ariſtarcho	39 $31\frac{1}{2}$
Manilio	50 08
Menelao	54 $08\frac{1}{2}$
Archimedes	56 $58\frac{1}{2}$
Platòn	11 11 $46\frac{1}{2}$
Mare Criſium	15 05
Hermes	23 16
Fin de la total Emerſion	30 $51\frac{1}{2}$

Es de notar en eſte Eclipſe una particularidad, y es, que huvo Faculas, que ſe immergieron deſpues, que otras ſalieron de la ſombra. En la miſma obſervacion ſe vè, que *Dioniſio* entrò en ſombra, deſpues que ſaliò *Grimaldi*.

El dia 24 de Enero de 1739, eſtando tambien en *Quito*, obſervè con un anteojo de reflexion de 14 pulgadas de largo, el que ſe ſigue.

	Horas de las obſervaciones.
Saliò el medio de *Mare Criſium*	$7^h\ 06'\ 05\frac{1}{2}''$
Fin de *Mare Criſium*	9 $15\frac{1}{2}$
Fin del Eclipſe total	13 $30\frac{1}{2}$

La ſombra en eſta obſervacion ſe viò bien terminada, aunque la Penumbra era muy eſtendida, pero bien diſtinguida de la ſombra. El Eclipſe me pareciò finalizar en el extremo de un Diametro tirado en la Luna por la Facula blanca junto à *Inſula ſinus medii* de la parte del Septentrion, y por poco mas al medio dia que *Plinio*, y tambien por *Bullialdo*. Las Nubes me impidieron el obſervar las demàs Phaſes.

El

El dia 13 de Enero de 1740, tambien en *Quito*, obſervè el que ſe ſigue, con un anteojo de $5\frac{1}{2}$ pies.

	Horas de las obſervaciones.
Saliò de la ſombra *Menelao*	6^h 42′ 44″
Dioniſio	46 28
Plinio	47 30
totalmente *Mare Nectaris*	55 58
Mare Criſium	7 01 53
Fin del Eclipſe	07 24

La ſombra eſtuvo bien terminada, y el Eclipſe finalizò entre *Mare Criſium*, y *Langreno*.

CAPITULO III.

De las Obſervaciones, que ſe me comunicaron, comparadas con las antecedentes, de que reſulta la Longitud de los Lugares.

YA ſe dixo en el Capitulo primero, que para hallar la Longitud de los Lugares, donde ſe huvieren hecho obſervaciones de Eclipſes, era neceſſario, comparàr èſtas con las miſmas, hechas en otros parages; por cuyo motivo procurè ſolicitar de los inteligentes las que havìan practicado.

M. Godin deſpues de ſu arribo à *Cartagena* me comunicò las que ſe ſiguen de los Satelites de Jupiter, que hizo en la Isla de *Santo Domingo* el año 1735.

En la *Caye S. Louis.*

		Satelites.	Horas de las obſervaciones.
Julio	16	3	12^h 24′ 30″
	17	2	10 53 35
	20	1	13 11 $56\frac{1}{2}$

			Satel.	Horas de las obſervaciones.
	22	En *S. Jorge* una legua y media al Eſte de la *Caye S. Louis.*	4	$7^h\ 22'\ 03\frac{1}{2}''$
	22		1	7 40 28

En el *Petit Goave.*

		Satel.	Horas de las obſervaciones.
Agoſto	11	2	8 07 16
	21	1	9 54 $55\frac{1}{2}$
	28		11 51 41
		3	12 27 24
Septiembre	6	1	8 19 24
	10	4	10 07 22
	13	1	10 16 33
	27	4	8 21 38

Mi regreſſo de la America, hecho por Francia, me franqueò la ocaſion de tratar en *Parìs* à *M. Caſsini*, quien me comunicò las obſervaciones, que ſe ſiguen, de los Satelites de Jupiter, que en el Real Obſervatorio ſe havìan hecho.

				Satelites.	Horas de las obſervaciones.
1735	Julio	8		1	$8^h\ 55'\ 26''$
		31			9 06 06
	Agoſto	4		2	10 27 19
		7		1	11 01 53
		23			9 24 15
		29		2	7 38 00
1736	Agoſto	9		1	14 17 26
		11			8 45 50
		18	el Cielo no eſtaba ſereno		10 42 25
	Sept.	5		2	12 17 42
1741	Enero	27	el tiempo no eſtaba claro	1	10 53 21
	Febrero	26	el tiempo no eſtaba muy claro		13 02 24
	Marzo	14			11 24 22

Mar-

			Satelites.	Horas de las observaciones.
1741	Marzo	23	1	7ʰ 51′ 09″
	Abril	15		8 10 34
		22		10 08 30

De todos estos Eclipses no hay mas de uno, que se haya observado en dos Lugares, y es la Emersion del primer Satelite de Jupiter del dia 21 de Agosto de 1735.

Esta se viò en *Cartagena* à las	9ʰ 45′ 10″
el *Petit Goave*	9 54 55½
diferencia de Merid. entre *Cart.* y el *Petit Goave*	9 45½

que equivalen à 2° 26′ 22½″ de Longitud.

Ademàs de esto, en las *Memorias de la Academia de las Ciencias de Parìs* del año de 1737 se halla el Eclipse de Luna del dia 19 de Septiembre de 1736, observado por *M. le Monnier*; en donde se encuentran las Phases, que se siguen, correspondientes à las mias.

Principio del Eclipse en *Yaruquì*	7ʰ 47′ 19″
en *Parìs*	13 08 17
Diferencia de Meridian. entre estos dos Lug.	5 20 58
Aristarcho entrò en sombra en *Yaruquì*	7 58 29
en *Parìs*	13 19 22
Diferencia de Meridianos	5 20 53
Immersion total de la Luna en *Yaruquì*	8 51 32
en *Parìs*	14 12 46
Diferencia de Meridianos	5 21 14
Principio de la Emersion en *Yaruquì*	10 38 24
en *Parìs*	16 00 34
Diferencia de Meridianos	5 22 10

Tambien en las *Memorias* de 1736 se halla este mismo Eclip-

Eclipſe, obſervado por *M. Grandjean de Fouchy*, y las Phaſes correſpondientes à las mias, que ſe ſiguen.

	h	'	"
Galilèo entrò en ſombra en *Yaruquì*	7	51	04
en *Parìs*	13	11	38
Diferencia de Meridianos	5	20	34
Principio de *Keplero* en *Yaruquì*	7	56	49
en *Parìs*	13	20	06
Diferencia de Meridianos	5	23	17
Ariſtarcho entrò en ſombra en *Yaruquì*	7	58	29
en *Parìs*	13	21	11
Diferencia de Meridianos	5	22	42
Principio de *Mare Criſium* en *Yaruquì*	8	43	28
en *Parìs*	14	04	35
Diferencia de Meridianos	5	21	07
Fin de *Mare Criſium* en *Yaruquì*	8	47	37
en *Parìs*	14	08	27
Diferencia de Meridianos	5	20	50
Fin de la total Immerſion en *Yaruquì*	8	51	32
en *Parìs*	14	11	15
Diferencia de Meridianos	5	19	43
Principio de la Emerſion en *Yaruquì*	10	38	24
en *Parìs*	15	58	44
Diferencia de Meridianos	5	20	20

Eſtas ſon las unicas obſervaciones correſpondientes, que ſe hallan entre todas las antecedentes: pero ſi por eſta via no podemos concluir la diferencia de Meridianos de los demàs Lugares, nos valdrémos de otra, que no ſe aleja mucho de la primera. Ordinariamente en caſo, que no ſe tengan obſervaciones correſpondientes, ſe uſa de las tablas del primer Satelite de Jupiter, que ſon las mas exactas, para calcular por ellas el tiempo, en que ſucede la Immerſion,

ò

ò Emerſion de eſte Planeta en un Lugar como *Parìs*, *Londres*, ù otro, cuya Longitud ſea baſtantemente conocida, para que comparado con la obſervacion hecha en otro Lugar, ſe concluya ſu diferencia de Meridianos. Eſte methodo ſuele dàr algunas veces haſta 3, y 4. minutos de yerro, procedido, de el que reſulta de las tablas, deſpues de paſſado mucho tiempo, deſde ſus primeras raízes, haſta la hora de la obſervacion: para evitarle pues, no hay mas, que tomar la raìz lo mas proximo, que ſe pudiere de la obſervacion, eſto es, por exemplo, calcular por las tablas la diferencia en tiempo entre las Emerſiones de los dias 29, y 31 de Julio de 2735, la qual aplicada à la obſervacion hecha eſte dia en *Parìs*, ſe tendrà con baſtante exactitud el tiempo en que ſucediò la Emerſion del dia 29 en el propio Lugar; que deſpues ſe puede comparàr con la obſervacion hecha eſte dia en *Cartagena*, para obtener ſu diferencia de Meridianos.

Con eſta regla pues hallarémos las Longitudes de los Lugares como ſe ſigue.

Obſervacion de la Emerſion del 1 Satelite de Jupiter hecha en *Parìs* por *M. Caſſini* en Julio de 1735	31^d	09^h	06′	06″
Diferencia en tiempo entre las Emerſiones de los dias 29, y 31 del propio mes, calculada por las tablas de *M. Caſsini*	1	18	28	48
Emerſion en *Parìs* el	29	14	37	18
En *Cartagena* la obſervamos el	29	9	28	56
Diferencia de Meridianos entre *Parìs*, y *Cartagena*		5	08	22

De la propia ſuerte, continuando el calculo, ſe concluiràn las diferencias, que ſe ſiguen.

Por

	Difer. de Meridianos entre *Parìs, ỳ Cartag.*
Por las Emerſiones del 1 Satelite de los dias 29, y 31 de Julio de 1735	$5^h\ 08'\ 22''$
Por las de los dias 7, y 14 de Agoſto	$5^h\ 10'\ 43''$
21, y 23 del miſmo	09 56
Por las Emerſiones del 2 Satelite de los dias 4, y 18 de Agoſto de 1735	11 36
Por las de los dias 18, y 29 del miſmo	09 51
	Difer. de Meridianos entre *Parìs, y Quito*
Por la Immerſion del 1 Satelite del dia 8 de Julio, y la Emerſion del 9 de Agoſto de 1736	$5^h\ 21'\ 25''$
Por la Immerſion del 1 Satelite del dia 8 de Julio, y la Emerſion del 11 de Ag.	20 51
Por la Immerſion del 2 Satelite del dia 24 de Julio, y la Emerſion del 5 de Septiembre de 1736	22 34
Por las Emerſiones de los dias 18 de Agoſto, y 5 de Septiembre	24 34
	Difer. de Meridian. entre *Parìs, y Cayambe*
Por las Emerſiones del 1 Satelite de los dias 11 de Agoſto, y 17 de Septiembre de 1736	$5^h\ 22'\ 23''$
	Difer. de Meridianos entre *Parìs, y Lima*
Por las Emerſiones del 1 Satelite de los dias 27 de Enero, y 3 de Febrero de 1741	$5^h\ 17'\ 10''$
Por las de los dias 26 de Febr. y 5 de Marzo	52
5 y 14 de Marzo	46
12 y 14 del miſmo	30
21 y 23	16 55
22 y 29	18 20
	Difer. de Meridianos entre *Parìs, y la Caye S. Louis.*
Por las Emerſiones del 1 Satelite de los dias 8, y 20 de Julio de 1735	$5^h\ 02'\ 40''$

Por

	Difer. de Meridianos entre *Parìs*, y la *Caye S. Louis*.
Por las de los dias 22, y 31	5h 02′ 11″
Por las Emersiones del 2 Satelite de los dias 17 de Julio, y 4 de Agosto de 1735	03 09
	Difer. de Meridianos entre *Parìs*, y el *Petit Goave*.
Por las Emersiones del 1 Satelite de los dias 7, y 21 de Agosto de 1735	4h 59′ 28½″
Por las de los dias 23, y 28 del mismo	5 00 06
23 de Ag. y 6 de Sept.	4 59 11

Las diferencias de Meridianos halladas entre *Parìs*, y *Cayambe*, y entre aquella Ciudad, y *Yaruquì* se pueden reducir à *Quito*, hallando la diferencia de Meridianos entre esta Ciudad, y los dos Pueblos antecedentes por el Mapa general de la Meridiana, que se inserta en el Libro VII; y seràn,

Diferencia de Merid. entre *Parìs*, y *Cayambe*	5h 22′ 23″
Mas la diferencia entre *Quito*, y *Cayambe* deducida del Mapa	50
Diferencia de Meridianos entre *Parìs*, y *Quito*	23 13

De la misma suerte las quatro determinaciones de diferencia de Meridianos entre *Parìs*, y *Yaruquì*, concluìdas por el Eclipse, que observò *M. le Monnier*, se reduciràn à *Quito*, agregando 1′ 30″, y quedaràn en 5 22 28

23

44

23 40

Asimismo las concluìdas por el Eclipse, que observò *M. Grandjean de Fouchy* se reduciràn à 5 22 04

24 47

 Unien-

$5^h 24' 12''$
22 37
22 20
21 13
21 50

Uniendo eftas doce determinaciones con las quatro antecedentes, y tomando un medio arithmético entre todas, tendrémos la diferencia de Meridianos entre *Parìs*, y *Quito* de $5^h 22' 41''$
que equivalen à $80^\circ 40\frac{1}{4}'$ de Longitud.

El medio entre las cinco determinaciones de *Cartagena* dàn la diferencia de Meridianos entre efta Ciudad, y *Parìs* de 5 10 06
que equivalen à $77^\circ 31\frac{1}{2}'$ de Longitud.

El medio entre las feis de *Lima* dàn la diferencia de Meridianos entre efta Ciudad, y la de *Parìs* de 5 17 36
que equivalen à $79^\circ 24'$ de Longitud.

El medio entre las tres de la *Caye S. Louis* dàn la diferencia de Meridianos entre efte Lugar, y *Parìs* de 5 02 40
que equivalen à $75^\circ 40'$ de Longitud.

Por ultimo el medio entre las tres del *Petit Goave* dàn la diferencia de Meridianos entre efte Lugar, y *Parìs* de 4 59 35
que equivalen à $74^\circ 53' 45''$ de Longitud.

No hallandonos por ahora con obfervacion hecha en *Parìs*, proxima à la que yo hice de la Emerfion del 1 Satelite de Jupiter en el *Guarico*, ò *Cabo Francès* el dia 29 de Julio de 1745, podémos valernos, para determinar la diferencia de Meridianos entre efte Lugar, y *Parìs*, de la hora, à

à que las tablas dàn eſta Emerſion en eſta Ciudad, que es à las 14^h 48 00″
la obſervacion en el *Guarico* la hice à las 9 55 57
luego diferencia de Meridianos entre el *Guarico*, y *Parìs* 4 52 03

CAPITULO IV.

De la correccion, que ſe debe hacer al medio dia, hallado por las alturas correſpondientes, producida de la mutacion en Declinacion del Sol.

EN el Capitulo I ſe empleò la correcion, que ſe debe hacer al medio dia, hallado por las alturas correſpondientes, producida de la mutacion en Declinacion, que el Sol tiene en el intervalo, que ſe hacen las obſervaciones de la mañana, y tarde; y ſe dexò de explicar, por hacerlo mas ampliamente en eſte lugar: y ſiendo el mejor methodo valerſe de una figura; ſean en la Ortographica proyeccion de la Eſphera ſobre el plano del Meridiano,[a]

[a] Fig. I Lam. 3

AQXE el Meridiano
HO Horizonte
EQ la Equinoccial
AX el Exe

Y porque el Aſtro en el intervalo, que ſe hicieron las obſervaciones de mañana, y tarde, mudò de Declinacion, debemos ſuponer FMG el paralelo, en que ſe hallaba al tiempo, que ſe hicieron las unas obſervaciones, y LPK el paralelo, en que ſe hallaba al tiempo, que ſe hicieron las otras: y ſiendo RMPS el circulo de altura, ò Almincantarath, donde eſtaba el Aſtro, al tiempo de hacerſe ambas obſervaciones, AMX ſerà el Horario, en que ſe hallaba,

al tiempo de las primeras, y APX denotarà aquel, en que ſe hallaba, al tiempo de hacerſe las ſegundas: y no ſiendo el tiempo, que gaſtò en ir de un Horario al Meridiano igual, al que gaſtò en ir deſde èſte al otro Horario, tampoco ſerà, el que empleò en ir deſde la altura M al Meridiano, igual, al que empleò en paſſar deſde èſte à la miſma altura P: la diferencia es el valor del angulo MAP, y ſu medida el arco de Equinoccial TV. Para hallarle nos pudieramos ſervir del methodo ordinario de reſolver los dos triangulos eſphéricos AZM, AZP; pero ademàs de ſer largo, y enfadoſo, no nos deſcubre propiedad alguna de eſta correccion, que con facilidad hace la Geometrìa. Sean pues ademàs,

$r =$ CA radio de la Eſphera
$s =$ AD ſeno de la altura de Polo
$c =$ CD ſeno 2 de la miſma
$m =$ CB ſeno de la altura del Aſtro ſobre el Horizonte
$n =$ BR $=$ BS ſeno 2 de la miſma
$x =$ CN ſeno de la Declinacion
$y =$ NG $=$ NF ſeno 2 de la miſma
$u =$ CT ſeno 2 del angulo horario
$z =$ à ſu ſeno 1.
S $=$ à la tangente de la altura de Polo.
X $=$ Declinacion.
Z $=$ del angulo horario.

Los triangulos ſemejantes ADC, CNI dàn, $CI = \frac{rx}{s}$, y $NI = \frac{cx}{s}$; por lo que $BI = BC\ (m) - CI\ \left(\frac{rx}{s}\right) = \frac{ms - rx}{s}$.

Los

Los triangulos ſemejantes ADC, MBI dàn tambien $c : r = \frac{ms-rx}{s} : \text{IM} = \frac{rms-rrx}{cs}$; por lo que NI $\left(\frac{cx}{s}\right) + \text{IM}$ $\left(\frac{rms-rrx}{cs}\right) = \text{NM} = \frac{ccx+rms-rrx}{cs} = \frac{rm-sx}{c}$. Pero tambien es $\text{NM} = \frac{yu}{r}$: luego $\frac{rm-sx}{c} = \frac{yu}{r}$; ò $rrm-rsx = cyu$.

Suponiendo ahora la Declinacion, y el angulo horario variables, y las demàs cantidades conſtantes; y tomando la diferencia de la Equacion antecedente, tendrèmos $-rsdx = cydu + cudy$; ò $rsydy - cuxdy = cyxdu$.

Sean ademàs de eſto el arco de la Declinacion QG = D, y el arco, cuyo ſeno es CT (u) = E; y tomando GK por una diferencia infinitamente pequeña, ſerà eſtà = dD; y la diferencia de los arcos CT, CV = dE; con lo qual tendrèmos $r : x = d\text{D} : dy = \frac{xd\text{D}}{t}$; y tambien $r : z = d\text{E} : du = \frac{zd\text{E}}{r}$. Poniendo eſtos valores en la Equacion antecedente tendrèmos . . . .

$(rsy)\cdot\left(\frac{xd\text{D}}{r}\right) - (cux)\cdot\left(\frac{xd\text{D}}{r}\right) = (cyx)\cdot\left(\frac{zd\text{E}}{r}\right)$; ò . . . . .

$d\text{E} = \left(\frac{rs}{cz} - \frac{ux}{yz}\right) d\text{D} = \left(\frac{\text{S}}{z} - \frac{\text{X}}{\text{Z}}\right) d\text{D}$; que es la formula, que dà *M. de Maupertuis* en ſu *Aſtronomìa Nautica*, y el valor del arco, medida del angulo MAP; cuya mitad, reducida à tiempo, debe ſer añadida, ò ſubſtraìda del medio dia, hallado por las alturas correſpondientes, para obtener el verdadero.

Quan-

Quando x es negativa, esto es, quando declina el Astro àcia el Polo X, es necessario mudar el signo à la cantidad $\frac{ux}{yz}$, igualmente que à $\frac{X}{Z}$.

Esta correccion se vè claramente ser nula, quando es $dD = o$; que sucede, si es el Sol el Astro, que se observa, quando se halla èste en los Trópicos, por no tener en este caso movimiento en Declinacion. Pero tambien lo serà, quando $\frac{rs}{c} - \frac{ux}{y} = o$, ò $S - \frac{Xu}{r} = o$; que se reduce à $r : u = X : S$; y como es preciso, que sea $r > u$, tambien serà preciso, para que la correccion sea nula, que sea $X > S$: luego esto no pudo suceder en las observaciones solares mas que en los Lugares, que estàn entre los Trópicos, quando el Sol se halle entre el Zenith del Lugar, y su Polo elevado.

La proporcion $r : u = X : S$ tambien muestra, que el ser esta correccion nula en qualquier Lugar, no solo depende de la Declinacion, sino tambien del angulo horario.

Para hallar pues el tiempo, en que lo serà, suponiendo el circulo horario ATX [a] dado, se levantarà TY perpendicular à CT, è igual à la tangente de la altura de Polo; y tirando CYG, y por G el paralelo GF, èste cortarà el horario en M, donde debe hallarse el Astro, para que la correccion sea nula.

[a] Fig. 2

Si se quieren hallar para una Latitud dada todos los puntos M, nos valdrèmos de la igualacion $rS = uX$; ò $rS = \frac{urx}{y}$; y como por la essencia del circulo tengamos $y =$

(rr—

$(rr - xx)^{\frac{1}{2}}$, èſta ſe reducirà à $rS.(rr - xx)^{\frac{1}{2}} = rux$; ò $S^2r^2 = S^2x^2 + u^2x^2$; que es la Equacion de la curva ABMD, cuyos Abſciſſes u ſe han de tomar ſobre CQ, y las Ordenadas x paralelas à CA: en la qual ſiempre que ſe hicieren obſervaciones, eſtando el Aſtro en ella, la correccion ſerà nula; aditiva, quando ſe apartaſſe; y ſubſtractiva, quando ſe aproximaſſe.

Es de notar, que la curva tiene dos ramas ſemejantes, ABD ſi ſe toman las u poſitivas, y ALI ſi ſe toman negativas; ſiendo la mayor de ſus Ordenadas la CA: y aſsimiſmo, que ſe acerca infinitamente à ſu coordenada CQ, quando la u es infinita; aunque en el caſo preſente, no nos ſirve tomarla mas que haſta D, reſpeto de no poder ſer mayor que CQ (r).

Quando la latitud es nula, la curva ſe confunde con la linea CQ, y por conſiguiente es una linea recta; porque la equacion es entonces $0 = u^2x^2$, y ſerà ſiempre la Ordenada $x = 0$.

Quando la Latitud es de 90°, la curva ſe confunde con la tangente AK, y es tambien una linea recta; porque en eſte caſo es $S = \infty$, y la equacion ſe reduce à $x = r$.

Como todo eſto no es facil de entender por los poco verſados en la Geometrìa, aclararémos el calculo con un exemplo, que ſerà el de hallar la correccion ſupueſta en el primer Capitulo de $2\frac{2}{3}''$, de que nos ſervimos, para corregir las alturas correſpondientes, tomadas en *Lima* el dia 6 de Marzo de 1741.

La formula mas facil para ello es $dE = \left(\frac{S}{z} - \frac{X}{Z}\right)dD$, en la qual S ſerà la tangente de 12° 02′ 40″ Latitud de *Lima*;

ma; Z la tangente del angulo horario $52^\circ\ 30'$, que equivalen à $3^h\ 30'$, mitad del intervalo, que huvo entre las obſervaciones de la mañana, y tarde; z el ſeno del miſmo angulo horario de $52^\circ\ 30'$; y X la tangente de la Declinacion $5^\circ\ 24'$, que tenía con corta diferencia el Sol en la ocaſion; ſiendo $dD = 408''$, que tuvo de mutacion en Declinacion en las ſiete horas, que ſe paſſaron de unas obſervaciones à otras. Con eſto, valiendoſe de las tablas Logarithmicas, ſe hallarà, que la primera cantidad ... $\frac{S}{z}dD = \left(\frac{\text{tan.}\ 12^\circ\ 02'\ 40''}{\text{ſen.}\ 52^\circ\ 30'}\right).408'' = 109''.6$; y la ſegunda $\frac{X}{Z}dD = \left(\frac{\text{tan.}\ 5^\circ\ 24'}{\text{tan.}\ 52^\circ\ 30'}\right).408'' = 29''.6$; la qual reſtada de la primera quedan $80''$; cuya mitad $40''$ convertidos en tiempo hacen $2\frac{2}{3}''$, que es la correccion, que ſe ſupuſo.

(§)





LI-



SELENOGRAPHIA DE LA LUNA.
1 Grimaldi.
2 Galileo.
3 Aristarcho.
4 Keplero.
5 Gassendo.
6 Schikardo.
7 Harpalo.
8 Heraclides.
9 Lansbergio.
10 Reinholdo.
11 Copernico.
12 Helicon.
13 Capuano.
14 Bullialdo.
15 Eratosthenes.
16 Timochares.
17 Platon.
18 Archimedes.
19 Insula sinus medii.
20 Pitato.
21 Tycho.
22 Eudoxo.
23 Aristoteles.
24 Manilio.
25 Menelao.
26 Hermes.
27 Possidonio.
28 Dionissio.
29 Plinio.
30 Cathalina. Cirillo. Theophilo.
31 Fracastorio.
32 Promontorio agudo.
33 Messahala.
34 Promontorio del sueño.
35 Proclo.
36 Cleomedes.
37 Snellio y Furnerio.
38 Petavio.
39 Langreno.
40 Taruntio.
41 Ptolomeo.
A Mare Humorum.
B Mare Nubium.
C Mare Imbrium.
D Mare Nectaris.
E Mare Tranquilitatis.
F Mare Serenitatis.
G Mare Fecunditatis.
H Mare Crisium.
Pagina 88.
Joanes à Moreno sculpsit Matriti an. 1748.

LIBRO IV.

Sobre la dilatacion, y compreſsion de los Metales.

DEſde que notaron los Phiſicos la dilatacion, y compreſion de los Metales, procuraron algunos darnos luz, y medida de ſus variaciones, para conſeguir la juſtificacion, que ſe requiere en las experiencias, y obſervaciones en que uſamos de ellos; de las quales ſe nos encargaron algunas en nueſtro Viage à el *Perù*: y como en todo aquello, que conduce à la precision, y acierto de las obras, procuramos no omitir la menor diligencia, que llegaſſe à nueſtro conocimiento, ſe tuvo muy preſente eſta experiencia tan eſſencial, pues media linea de mas, ò menos longitud en la *Toeſa*, que ſirve de medida fundamental, produce un yerro de 33 toeſas en cada grado de la Meridiana, que era el principal fin de nueſtro deſtino.

La diferencia en longitud de los Pendulos, que vibran en igual tiempo en *Paris*, y ſobre el Equador, la qual conſpira tambien à fundar la figura de la tierra Lata, no es mas de $1\frac{1}{4}$ lineas, por las obſervaciones, que *M. Richer* hizo en la Isla de la Ceyenna; por lo que, ſi la dilatacion, y compreſsion de los Metales dàn alteraciones iguales en las medidas, de que nos ſervimos, para examinar dichos Pendulos, no ſe pudiera concluir obſervacion exacta ſin ſu conocimiento: conſideraciones, que nos obligaron à ſolicitar las mas exactas experiencias ſobre eſte particular.

En la *Hiſtoria de la Academia de Ciencias de Parìs* en el año 1670 ſe dice, que *M. Picard* obſervò, que el frio comprimía las Piedras, y Metales de ſuerte, que en la longitud de un piè dichos cuerpos perdían un quarto de linea.

En la miſma *Hiſtoria* en el año 1688 ſe halla tambien, que *M. de la Hire* obſervò, que una *Toeſa* de hierro de 8 lineas de grueſſo en quadro aumentò ſu longitud en el Eſtìo, de la que tuvo en Imbierno, quando helaba, $\frac{2}{3}$ de linea.

M. Newton en ſu Obra *Philoſophiæ naturalis principia Mathematica*, deſpues de haver notado las dos obſervaciones referidas, dice, [a] *Virga ferrea, pedes tres longa, tempore hyberno in Angliâ brevior eſt, quàm tempore æſtivo, ſextâ parte lineæ unius, quantum ſentio.*

[a] Libro 3. prop. 19. pag. 422.

Todas eſtas obſervaciones ſolo concluyen, que los Metales varìan de Longitud, ſegun los diſtintos temperamentos: pues *M. Picard* ſolo dice, que ſe comprimieron, ſin aſignar el grado de frialdad: y *M.M. de la Hire*, y *Newton* ſolo, que del Imbierno al Verano tuvieron las diferencias referidas ſobre cierta longitud de hierro, pero nos dexan, ſin ſaber, què frio, y calor ſe experimentò, que es lo que es neceſſario conocer, para reducir las medidas, ſegun los grados de calor, que aſignare el Thermometro en cada temple, à un miſmo temperamento.

M. Deſaguliers en ſu Philoſophìa experimental trae tambien diſtintas obſervaciones, hechas con el Inſtrumento de la invencion de *M. Muſchenbrock*; y lo que ſolo ſe concluye de ellas, es la relacion de la dilatacion de los Metales, pero no la medida abſoluta de cada uno, en un grado de temperamento conocido, que parece es el punto deſeado.

Otros

Otros Inſtrumentos, y obſervaciones de igual caracter, ſe han hecho, pero todos con el miſmo defecto; de ſuerte, que el unico de quien ſe tuvo noticia, haver hecho experiencias del thenor deſeado, fuè *M. de Mairan*, que en el Appendix à ſu Memoria ſobre la longitud del Pendulo de ſegundos en *Parìs*, dice, que 15, ò 20 grados mas de calor, con que el Sol hacìa ſubir el Thermometro, [a] hicieron ſiempre alargar ſenſiblemente una vara de hierro, que eſtaba expueſta à ſus rayos, de $\frac{1}{30}$, ò $\frac{1}{22}$ de linea, por cada 3 pies, y $8\frac{1}{2}$ lineas de largo.

De eſta variacion nos huvieramos ſervido, ſi *M. Godin* no huviera experimentado otra muy diſtinta, por varias operaciones, que hizo en *Parìs*, y en *Santo Domingo*; pero juzgando, que eſtas no eran tampoco de la preciſion, que deſeaba, ſe hallò obligado à repetir las obſervaciones: y como en todo el curſo de nueſtra obra, tanto de la medida de la Meridiana, como de las demàs experiencias, trabajamos ſiempre unanimes, me comunicò ſu idèa, para que ambos nos ocupaſſemos en ella, y ſe verificaſſe ſu exactitud.

Empleamos pues, para las obſervaciones las materias, que ſe ſiguen.

1. La *Toeſa* de hierro pulido de 8 lineas de ancho, y $3\frac{1}{2}$ de grueſſo, la qual nos ſirviò de medida fundamental para la de la Meridiana.

Una

[a] El Thermometro, de que habla *M. de Mairan*, igualmente, que aquel de que nos ſervimos en todas nueſtras experiencias, es el conſtruìdo ſegun los principios de *M. de Reaumur*, que ſe reducen, à que el volumen del Licor condenſado por la frialdad de la congelacion del Agua, ò de la Nieve es de 1000 partes, ò medidas; y el volumen del miſmo Licor dilatado por el calor del Agua hirbiendo es de 1080 de las miſmas partes; cada una de las quales es preciſamente igual à un grado de la diviſion del tubo.

2. Una media *Toesa* de azero de mediana qualidad, de 6 lineas de ancho, y tres de gruesso.

3. Una media *Toesa* de cobre batido de ocho lineas de ancho, y 3 de gruesso.

4. Una plancha de laton forjado, y pulido, sobre la qual marcamos media toesa: tenìa 4 pulgadas de ancho, y media linea de gruesso.

5. Una media *Toesa* de laton fundido, batida, y pulida, de 6 lineas de ancho, y 2 de gruesso.

6. Un tubo de vidrio de 35 pulgadas, 2 lineas de diametro exterior, y 1 de diametro interior.

7. Un Pilar de piedra sillar, que era del Patio de una Casa.

I. Experiencia.

El dia 31 de Abril de 1740, en *Quito* à las $9^h 45'$ de la mañana, designando el Thermometro de *M. de Reaumur* à la sombra $1013\frac{1}{2}$, marcò *M. Godin* por dos puntos fixos una longitud de 36 pulgadas 8 lineas sobre la media *Toesa* de azero, y sobre la de cobre: y haviendo dexado el Compàs de dicha longitud à la sombra, como tambien otro de una toesa, tomada sobre la de arriba citada, expuso à el Sol èsta con las dos medias *Toesas*, y el Thermometro.

A medio dia, haviendose mantenido el tiempo bueno sin Nubes, ni Viento, y marcando el Thermometro $1029\frac{1}{3}$, comparò las longitudes de las reglas con las de los Compases; y hallò la *Toesa* alargada 100 partes del Micrometro del Compàs, de las quales $234\frac{2}{3}$ valen una linea; la media *Toesa* de azero alargada 46 de las mismas partes; y la media *Toesa* de cobre alargada 82; lo que reducido à centavos de linea, como harè siempre, tendrémos,

La

La *Toesa* de hierro alargada	$42\frac{2}{3}$	por 16 grados del Thermom.
media Toesa de azero	$19\frac{2}{3}$	
cobre	35	

II.

Dia 1 de Mayo à las 10^h $15'$ de la mañana, marcando el Thermometro $1014\frac{1}{5}$, tomè con el Compàs la longitud de la *Toesa*; y haviendolo dexado à la sombra, expuse al Sol la *Toesa*, y el Thermometro.

A las 11^h marcando el Thermometro 1026, hallè la *Toesa* de hierro alargada 26 partes por $11\frac{4}{5}$ grados del Thermometro.

En el tiempo, que durò la experiencia, se interpusieron algunas Nubes, que no permitieron ciertamente, que la *Toesa* tomasse toda su extension; lo que quizàs no suceberìa al Thermometro, por ser èste mas sensible.

III.

Dia 4 de mayo à las 9^h $20'$ de la mañana, marcando el Thermometro $1013\frac{1}{2}$, tomè con un Compàs la longitud de la *Toesa*; y con otro marquè 36 pulgadas 8 lineas sobre la media *Toesa* de azero, sobre la de cobre, y sobre la plancha de laton: y haviendo dexado los Compases à la sombra, expuse à el Sol las barras con el Thermometro; solo la plancha de laton no la expuse hasta las 10^h $20'$, à cuyo tiempo el Thermometro estaba en todo su alto $1035\frac{1}{2}$, en donde se mantuvo toda la hora restante.

A las 11^h $20'$ marcando el Thermometro $1035\frac{1}{2}$, y haviendose mantenido el tiempo sin Nubes, ni Viento, hallè,

La *Toesa* de hierro alargada	$58\frac{1}{3}$	por 22 grados del Thermom.
media *Toesa* de azero	$29\frac{1}{4}$	
cobre	$37\frac{1}{2}$	
La plancha de laton de media toesa	35	

IV.

IV.

Dia 1 de Junio à las $8^h\ 30'$ de la mañana, estando el Thermometro en 1012, marcò *M. Godin* con un Compàs 35 pulgadas sobre el tubo de vidrio, sobre la media *Toesa* de azero, y sobre la de laton (n. 5); y haviendo dexado el Compàs à la sombra, expuso à el Sol las barras con el Thermometro.

A las $10^h\ 50'$, marcando el Thermometro 1029, y haviendose mantenido el tiempo con poco Viento, y sin Nubes, hallò,

El tubo de vidrio alargado	$5\frac{1}{8}$	por 17 grados del Thermom.
La media *Toesa* de azero	$19\frac{1}{3}$	
laton	$34\frac{2}{3}$	

V.

El dia 5 de Mayo à las $2^h\ 15'$ de la tarde, marcando el Thermometro 1014, tomamos *M. Godin*, y yo con un Compàs la longitud de la *Toesa*, y con otro marcamos 36 pulgadas 8 lineas sobre la media *Toesa* de azero, y sobre la plancha de laton; y haviendo dexado los Compases à la sombra, pusimos las barras, y el Thermometro dentro de una Artesa llena de Nieve, endurecida, ò helada, de la que llevan del Cerro proximo de *Pichincha* diariamente à *Quito*; poniendo en el fondo de la Artesa, primero una capa de paja, y encima otra, que cubrìa la Nieve, y èsta las barras con mas de 8 pulgadas: solo lo alto del Thermometro estaba de fuera, por no poderse cubrir, à causa de no tener la Artesa suficiente profundidad.

A las $5^h\ 15'$ sacamos los Metales de la Artesa, rompiendo la Nieve, que se havia unido, y endurecido como el hielo. El Thermometro marcò 995, pero juzgamos, que

que huviera marcado 994, ſi huviera eſtado todo cubierto de Nieve. Los Metales ſe havian enfriado de tal ſuerte, que no ſe podian ſufrir en la mano: los echamos encima algunas gotas de agua caliente, y al punto ſe quedaban heladas. Hallamos,

La *Toeſa* comprimida	$19\frac{2}{3}$	por 20 grados del Thermometro.
media *Toeſa* de azero	$13\frac{2}{3}$	
cobre	18	
La plancha de laton de med. Toeſa	21	

Volvimos à las $5^h\ 30'$ de la tarde à poner la *Toeſa* dentro de la Arteſa, y el Thermometro, con las miſmas precauciones, con ſola la diferencia, que el Thermometro quedò cerrado en ſu caxa; en cuya diſpoſicion ſe mantuvo todo, haſta la una de la tarde del dia ſiguiente.

El Thermometro marcò ſiempre 1000, y la Toeſa la la hallamos en la miſma longitud: eſto es, haviendo perdido ſolo los $19\frac{2}{3}$ del dia antecedente. Diſcurrimos, que ſi el Thermometro ſe huviera pueſto abierto, como mas inmediato à la Nieve huviera baxado algo mas.

VI.

El dia 7 de Enero de 1744 à las $9^h\ 3'$ de la mañana, ſeñalando el Thermometro 1014, marquè con un Compàs 30 pulgadas ſobre el tubo de vidrio, y ſobre uno de los Pilares del Patio, que mantienen la Caſa, donde vivìa, y tiene de diametro 14 pulgadas, ſiendo de una piedra bien dura: y haviendo dexado el Compàs à la ſombra, expuſe al Sol el tubo de vidrio, y el Thermometro, al miſmo tiempo, que empezò à dàr en el Pilar.

A las $11^h\ 15'$ marcando el Thermometro 1042, y haviendoſe mantenido el tiempo ſin Nubes, ni Viento hallè,

El

El tubo de vidrio alargado $8\frac{1}{2}$ } por 28 grados del
Pilar de la Casa $4\frac{2}{3}$ } Thermometro.

El Pilar por la parte, donde el Sol daba, estaba caliente, pero por la opuesta lo juzguè casi tan frio, como al principio de la experiencia; por lo que parece evidente, que si se huviera calentado igualmente, hiviera tomado una extension mucho mayor.

Reduccion de las experiencias precedentes à una variacion de 10 grados en el Thermometro.

I.

	Centabos de linea.	
La *Toesa* de hierro	$26\frac{2}{3}$	Efectos del mayor Calor ò dilatacion.
media *Toesa* de azero	$12\frac{1}{3}$	
cobre	22	

II.

La *Toesa* de hierro	22

III.

La *Toesa* de hierro	$26\frac{1}{2}$
media *Toesa* de azero	$13\frac{1}{2}$
cobre	17
en plancha de lat.	16

IV.

El tubo de vidrio de 35 pulg.	3
La media *Toesa* de azero	$11\frac{1}{5}$
laton	$20\frac{1}{2}$

VI.

El tubo de vidrio de 30 pulg.	3
Pilar de la Casa	$1\frac{2}{3}$

V.

VI.

La *Toesa* de hierro	10	Efectos del menor Calor,
media *Toesa* de azero	7	ò compresion.
cobre	9	
en plancha de laton	$10\frac{1}{2}$	

En la tercera experiencia se notò, que la media *Toesa* de laton en plancha se puso al Sol una hora despues que las demàs, que estuvieron dos, à cuyo tiempo el Thermometro estaba en todo su alto de $1035\frac{1}{2}$, en el que se mantuvo toda la hora restante: luego si el Sol hizo subir el Thermometro à dicha altura en la primera hora, con el grado de Calor $1035\frac{1}{2}$, en la segunda si se huviesse expuesto otro Thermometro con la plancha de laton, huviera subido con el mismo grado de Calor (pues se mantuvo el Sol sin aumentarle) tambien à $1035\frac{1}{2}$; y assì los 16 asignados de la plancha de laton, corresponden igualmente à los $1035\frac{1}{2}$ del Thermometro: sin embargo, como la plancha se expuso al Sol una hora despues, que los demàs Metales, hay lugar de creer, que no tomò toda la extension, que huviera tenido, à haverse expuesto desde el primer instante; pero juzgo, que no huviera tomado dupla extension, si huviera estado duplo tiempo al Sol; porque teniendo los Metales su limite de extension, à cada grado limitado de Calor, del qual no excederàn, aunque estèn expuestos à èste mucho mas tiempo, que el necessario para que adquieran el limite, no pueden dexar de extenderse con menos fuerza, al principio de su extension, que al fin: segun esto la extension de la media *Toesa* de laton en plancha, serà mayor que 16, y menor que 32; puedese tomar por no ir muy lexos de la verdad el medio 24.

La ſegunda experiencia es claro ſer defectuoſa , à cauſa de las Nubes , que interrumpieron la obſervacion.

En la primera , tercera , y quarta experiencia convienen muy bien las variaciones del hierro ; lo que concluye, que los Metales varìan proporcionalmente à los grados de Calor del Thermometro,ò à lo menos entre los experimentados : pues de lo contrario la primera , y tercera experiencia debìan dàr cantidades diſtintas ; en cuya ſupoſicion las aſignadas para cada 10 grados ſon ciertas ; y tomando un medio , ſe puede decir , que deſde el grado medio del Thermometro 1013 , haſta el grado de mas Calor , que indicare ſubiendo el licor del Thermometro , las barras de las dimenſiones , y circunſtancias enunciadas , ſe dilatan lo que expreſſa la tabla, que ſe ſigue, por cada 10 grados.

La *Toeſa* de hiero	$26\frac{1}{2}$
mitad de ella	$13\frac{1}{4}$
media *Toeſa* de azero	$12\frac{1}{3}$
de cobre	$19\frac{1}{2}$
en plancha de laton	24
en barra de laton	20
de vidrio	$3\frac{1}{4}$
de piedra ſillar	2

La experiencia quinta no conviene con las otras ; por cuyo motivo parece , que las variaciones , contra lo que diximos antecedentemente , no deben ſer proporcionales à los grados de Calor , y Frio del Thermometro : pero lo mas veriſimil es , que los Metales tienen mas facilidad en dilatarſe , que en comprimirſe ; y aſsi no ſe debe confundir lo uno con lo otro , tomando un medio entre las experiencias hechas de dilatacion, y compreſsion ; ſino aſignar un termino medio tal como 1013 , ò 1012 en el Thermome-

metro de *M. de Reaumur*, y eſtablecer una tabla, como la precedente para las dilataciones, ò aumentos de Calor deſde dicho termino; y otra como la de la experiencia quinta, para las compreſsiones, ò diminuciones de Calor, que es lo miſmo, que aumentacion de Frio.

Es preciſo notar, que en experiencias ſemejantes, los Metales ſe deben dilatar, ò comprimir ſegun ſus grueſſos, pues la barra mas corpulenta neceſsita mas tiempo, para que ſea penetrada del efecto del Frio, ò Calor, que la delgada, ò dèbil; cuya conſideracion me hace reflexionar, que la piedra ſe debe dilatar mucho mas de lo expueſto en la tabla; pues à el Pilar, en que ſe hizo la experiencia, no pudo penetrarle el Sol arriba de una, ò dos pulgadas en el corto tiempo, en que eſtuvo expueſto à ſus rayos: y es muy veriſimil, que las particulas internas, y frias de la Piedra, ò Metal impidan à las externas el tomar toda ſu extenſion.

Pudieran eſtas experiencias extenderſe mucho mas, empleando Metales, y otras materias de varias eſpecies, en barras de las miſmas dimenſiones, y deſpues en otras de grueſſo duplo, triplo, &c. de las primeras: y aſsimiſmo examinando otras mas, ò menos batidas, y ſólidas; pues en ambos caſos ſe hallarà ciertamente diferencia: lo que quedarà à la inveſtigacion curioſa de alguno, que quiera aplicarſe à ſu eſpeculacion, teniendo lo ſuficiente noſotros con las experiencias antecedentemente expreſſadas, pues no pretendiamos mas que ſaber las variaciones de la *Toeſa*, con que executamos las obſervaciones, para reducir las medidas à un temperamento aſignado.

Parece, que es el vidrio el menos ſenſible en eſta variacion; por cuyo motivo fuera bueno ſervirſe de èl para

los Fieles, ò medidas principales, pues con esso se conseguirà la mayor justificacion; esto se entiende en las medidas, que no piden tanta exactitud, como las nuestras; pues en las de este genero siempre serà preciso, quando se vaya à sacar un tanto del Fiel, llevar el Thermometro, para notar el grado de Calor, que asignare; como lo hizo *M. Godin* en Parìs, quando marcò la *Toesa* de que nos servimos, à cuyo tiempo estuvo el Thermometro de *M. de Reaumur* à 1013, que es nuestro grado medio, que antes citamos, y al que reducirémos las medidas, para que convengan con la *Toesa* del *Chastelet de Parìs*, que es la que està expuesta al publico.

Las atenciones, y reparos, que hemos anotado, solo fueran utiles à los que se valen de la Toesa de *Parìs* en sus medidas, y esso haviendo tenido de antemano al sacarla la misma precaucion, que *M. Godin* al sacar la suya dicha de la del *Chastelet* antecedentemente citada; de lo qual se encontrarà poco, y mucho menos en nuestros Reynos, donde estas delicadezas han parecido hasta el presente excessivas: por este motivo antes de mi salida de *Quito* procurè traer con migo un tanto de la *Toesa* de *M. Godin*, que nos sirviò en todas nuestras medidas, sacandola sobre una barra de hierro, y poniendole por terminos dos puntos muy delicados, en tiempo que el Thermometro señalaba 1013. Ademàs de esto à mi llegada à esta Corte comparè mi *Toesa* con la Vara, que el Consejo Real de Castilla entrega al *Fiel Almotacen*, que se reduce à una barra de hierro, terminada por dos dientes, que se levantan sobre ella perpendicularmente, los quales contienen la Vara de Castilla, de que nos servimos diariamente: hice este examen tambien al tiempo, que el Ther-

Thermometro ſeñalaba 1013; y hallè, que dicha Vara contenìa 30 pulgadas, y 11 lineas de mi *Toeſa*: de donde ſe concluye, que el *Piè de Rey de Parìs* ſexta parte de la *Toeſa* es à la Vara de Caſtilla como 144 à 371; cuya proporcion nos puede ſervir para reducir las medidas, que hicimos con la *Toeſa* à Varas Caſtellanas; y para que, conſervando una Vara bien terminada, podamos valernos de ella, como de la *Toeſa* en Francia.



LIBRO V.

De las Experiencias del Barometro ſimple, de las quales ſe deduce la ley de la dilatacion del Ayre, y el methodo de hallar la altura de los Montes.

CAPITULO I.

De las Experiencias hechas en el diſcurſo del Viage.

ENtre las varias obſervaciones, y experiencias phiſicas, que ſe premeditaron hacer, no fueron las de menor importancia las del Barometro ſimple, ò de otra ſuerte llamado el *Tubo de Toricelli*, por haver ſido eſte Philoſopho, quien le perficionò el año 1643, con las noticias, que yà tenía de ſu Maeſtro *Galilèo*. Reduſe eſte Inſtrumento [a] à un Tubo de vidrio de dos à tres lineas de diametro exterior, y una à dos de interior, con 30 à 36 pulgadas del piè de *Parìs* de largo, tàpado, ò ſoldado por el un extremo, y abierto por el otro: el qual ha ſervido para darnos luz de la famoſa, y primera propiedad del Ayre, que es el ſer peſado; pues llenando el Tubo de Mercurio, ò Azogue, y tapando con el dedo el extremo abierto, ſi ſe ſumerge èſte en un Vaſo, ò Taza, que tambien eſtè llena del Mercurio miſmo, no ſe vacìa el del Tubo totalmente; antes bien, queda elevado ſobre el nivèl del Vaſo à 28, ò menos pulgadas: cuyo efecto, han atribuìdo muy razonable-

[a] Fig. 3 Lam. 3

blemente los Phisicos à la gravedad del Ayre, que pesando sobre el Mercurio de la Taza, equipondera, al que està elevado en el Tubo. No me detendrè en defender esta opinion, pues estando demonstrada la gravedad del Ayre mas solidamente por otras experiencias [a] no parece, que havrà dificultad en admitirla, como lo han hecho todos los Philosophos modernos, que quieren darse à la razon.

La altura pues del Mercurio en el Barometro debe ser proporcional à la gravedad, ò presion, que actùa sobre el Mercurio de la Taza la coluna de Ayre, que del gruesso de èsta, y sobre ella, se eleva hasta lo mas alto de la Atmosphera: y siendo esta presion igual à la fuerza, con que en virtud de su elasticidad intenta dilatarse el Ayre, que circunda la Taza, à causa de que por la tercera ley de movimiento la accion, y reaccion deben ser iguales; la altura del Mercurio en el Barometro debe ser asimismo proporcional à la fuerza, con que por su elasticidad intenta dilatarse el Ayre, que circunda la Taza.

De aquì se sigue, que las alturas del Mercurio en el Barometro seràn mayores en las profundidades, y valles, que en las eminencias, ò montes, à causa, que en las primeras es mayor la coluna de Ayre, que gravita sobre la Taza, que en las segundas: y que dichas alturas del Mercurio deben guardar cierta relacion con las alturas de los parages donde se hicieren las experiencias: y asi èstas nos pueden dàr à conocer aquèllas; ò por el contrario, las alturas del Mercurio en el Barometro nos pueden dàr à conocer las alturas de los parages, donde se hicieren las experiencias.

Tam-

[a] *Memorias de la Academia de las Ciencias de Parìs* año 1687. *Leçons de Phisique experimentale* del Abate *Nollet*, tomo 3, pag.188. *Philosophicas Transacciones*, ò *Memorias de la Real Academia de Londres*. Num. 305.

Tambien se sigue, que las mismas alturas del Mercurio se deben alterar por la mayor, ò menor elasticidad del Ayre: y aumentando èsta por el mayor, ò menor grado de calor, que reyna en la Atmosphera, segun se ha probado por repetidas experiencias, se sigue, que en un mismo parage debe variar la altura del Mercurio en el Barometro, segun variare el grado de calor, ò frio.

Otros varios accidentes alteran del mismo modo la altura del Mercurio en el Barometro, en un mismo lugar; como son las materias distintas heterogeneas, que se esparcen por la Atmosphera, y alteran, segun su mayor, ò menor porcion, su gravedad; los distintos Vientos, que reynan; las varias calidades de Mercurio; y el estàr èste mas, ò menos purgado; todo lo qual se explica ampliamente en varios Authores, donde se podrà vèr, pues aquì nos es suficiente advertir, y dàr à entender, que tuvimos presentes las calidades, que deben tener las observaciones, y las alteraciones, que pueden sobrevenirles, para que con esso pueda juzgar el Lector de la exactitud de nuestras experiencias.

Estas se emprendieron, por el examen de dos curiosidades, que agitaban à muchos de los Philosophos, y para cuya decision pocas veces havrà la comodidad, que lograbamos nosotros, por la estancia en aquellos Países: era la primera, si el Mercurio se mantenía en la Zona Torrida à el nivèl del Mar mas baxo, que en los Países del Norte, como lo creìan muchos Phisicos: y la segunda, si las diferencias de alturas de dicho Mercurio, que en un mismo parage se experimentan, y proceden de las causas, que se dieron antecedentemente, eran allì menores, que en Europa: pues de lo primero se deduxera, que la Atmosphera serìa menos grave en la Zona Torrida, que en la Templada: y de lo

lo ſegundo, que ſus diferencias, ò alteraciones en peſo ſerìan menos ſenſibles en aquella Zona, que en èſta.

Antes de ſu llegada à la *Martinica*, intentò *M. Godin*, hacer dichas experiencias en el Mar, abordo del Navio en que paſsò de Europa à la America: pero ſea por la poca comodidad, que ſe tiene en la Navegacion, ò por el movimiento continuo del Navio, no le ſalieron las experiencias juſtificadas.

En ſus eſtaciones en la *Martinica*, y *Santo Domingo*, executò algunas en la *Montaña pelada*, y en el *Petit-Goave*; cuyas obſervaciones me comunicò: y à ſu llegada à *Cartagena* tratamos de hacer lo propio en el *Cerro de la Popa*; pero el Mercurio, que nos diò el *Factor* Inglès para ello, no eſtaba bien purgado, y aſsi hizo, que ſe malograſſen las obſervaciones.

En *Portobelo*, y *Chagres* ſe repitieron algunas à la orilla del Mar, como tambien en *Panamà*, para aſſegurarnos de eſtas alturas, y examinar, ſi podiamos diſtinguir alguna diferencia en la elevacion de los dos Mares, que aſſeguraban mucho los Patricios, aunque ſin fundamento.

El *Cerro del Ancon* de *Panamà* nos ſirviò tambien para el efecto; y deſpues proſiguiendo el Viage, ſe examinaba todas las veces, que el tiempo, y lugar lo permitìan; como en *Manta*, *Guayaquìl*, y otros parages: en fin à nueſtro arribo à *Quito*, fuè quando mas experiencias ſe executaron, por ſer el parage proprio para ello; pues ſe hallan Cerros muy eminentes, en los quales los yerros del Barometro ſe manifieſtan mucho mas.

Ademàs de los motivos arriba dichos, que nos obliron à emprender las experiencias del Barometro, ſe nos agregò otro particular, y fuè, que la diſpoſicion de los

Montes, y Bosques del Reyno de *Quito* es tal, que se nos hacìa muy dificil, y costoso el ligar los triangulos de la Meridiana con el Mar, para por ello concluir las alturas de los Montes sobre su superficie, y reducir la medida de la Meridiana à la altura, ò nivèl del Mar, como lo harémos en el Libro 7: y asì resolvímos deducir dicha altura por el Barometro; pues aunque el methodo no sea muy exacto, como el yerro, que se puede cometer, es muy corto, fuè preciso valernos de èl, no presentando la incomodidad del terreno otro mas adequado.

Algunas de las experiencias, que *M.Godin* me comunicò, son las que se siguen.

Experiencias del Barometro simple hechas en *San Luis*, y en el *Petit-Goave* en la Isla de *Santo Domingo*.

	p	*l*	*p.*[a]
1735 Julio 1, en el *Fuerte Real* 10 toesas sobre el Mar	27	02	03
13, en *S.Luis* 1 toesa sobre el Mar		09	02½
247½ toesas mas alto	26	03	01½
15 1 toesa sobre el Mar	27	09	05½
Agosto 24, en el *Petit-Goave* 550 toesas sobre el Mar	24	11	10
25, en el mismo parage			06
463½ toesas sobre el Mar	25	04	10
339½	26	00	04
3½	28	00	00
30, en el mismo parage	27	11	06.

En

[a] La primera coluna contiene las pulgadas, la segunda las lineas, y la tercera los dozavos de linea, ò puntos del *piè de Rey de Parìs*, à que se mantuvo el Mercurio en el Barometro simple.

En las experiencias, que hizo en la *Martinica* encontrò el Mercurio à la orilla del Mar mucho mas baxo. Las obſervaciones, que en el reſto del Viage hicimos juntamente con *Don Antonio de Ulloa*, ſon las que ſe ſiguen.

Experiencias del Barometro ſimple hechas en *Portobelo*, *Panamà*, y Reyno de *Quito*.

Fecha	Lugar	p	l	p.
1735 Diciem. 7,	en *Portobelo* 1 toeſa ſobre el Mar	27	11	07
22,	en la Aduana de *Chagres* à la orilla del Mar		11	07
23,	en el Rio de *Chagres* 1 toeſa ſobre el Mar		11	05
28,	en la orilla del Rio en *Cruzes*		09	00
1736 Enero 4,	en *Panamà* 1 toeſa ſobre el Mar		11	07
	en la cumbre del *Cerro del Ancòn*		04	07
Marzo 10,	en *Manta* à la orilla del Mar		11	06
Abril,	en *Guayaquìl* 2 toeſas ſobre el Rio		10	00
Mayo 16,	en *Tarigagua*, en el camino de la Bodega de *Babahoyo* à *Guaranda*	25	00	01
17,	en *Guamac-Cruz* en el miſmo camino	22	01	02
	En *Quito* medio entre todas las obſervaciones de *M. Godin*	20	01	00
Noviem. 17,	en *Carabùru*, extremo ſeptentrional de la Baſe, medida en en llano de *Yaruquì*	21	03	03
13,	en *Oyambaro*, extremo meridional de la miſma Baſe	20	07	09
Septiem. 26,	en el Pueblo de *Yaruquì*		08	10

Las experiencias, que ſe ſiguen, las hicimos *M. Godin*, y yo con otra precaucion; pues como es dificil, el juzgar en la Taza, ò Vaſo donde eſtà el Barometro, quando la linea cero de la diviſion en el Barometro eſtà à nivèl con el Mercurio, por hacer èſte una curva à ſu contacto con el Inſtrumento; aplicò *M. Godin* una media dama ſobre el Mercurio, y contra el Inſtrumento, la qual ſeñalaba la diviſion con mucha mas exactitud. Pero por motivo de la dicha curva, havìa, de las obſervaciones hechas con la dama à las otras, $1\frac{1}{8}$ lineas de diferencia; que añadidas, para que eſtas experiencias correſpondan à las antecedentes, ſeràn,

			p	l	p.
1737 Agoſt.	22,	en *Carabùru*	21	03	03
	25,	en *Oyambaro*	20	07	09
	31,	en *Pambamarca*, una toeſa mas baxo que la Señal, que puſimos en aquel Cerro, que ſirviò para medir la Meridiana.	17	03	04
Septiem.	7,	en la Señal de *Tanlagua*	18	09	09
		en la Hacienda de *Tanlagua*	20	11	02
1738 Octubre,		en *Riobamba* medio entre todas las experiencias	19	01	03
1739 Marzo,		en *Alausì* medio entre todas las experiencias	21	01	03
Abril,		en la Señal de *Chuſay* el miſmo medio	17	10	00
Septiem.		en *Cuenca* el miſmo medio	20	07	06

Don Antonio de Ulloa hizo con *M.M. Bouguer* y *la Condamine* las experiencias, que ſe ſiguen.

1737 Agoſt.

			p	l	p.
1737	Agoſt. 16,	en la cumbre del Cerro *Pichincha*	15	11	00
	Septiem.	en *Quito*	20	00	06
	Diciem. 23,	en *Oyambaro*		07	06
1738	Enero 24,	en *Carabùru*	21	03	03
	Febrero 3,	en *Pambamarca*	17	03	10
	Marzo 26,	en *Pucaguìcu*, al piè de la nieve del Cerro *Cotopacſi*	16	05	04
	Julio 16,	en *el Corazon*, 8 toeſas mas baxo, que la Señal	16	09	05
	Mayo 2,	en *Sinaſaguan*	16	02	09
	16,	en *Cañar*	19	05	00

Las diferencias de alturas del Mercurio en el Barometro de un dia à otro en un miſmo ſitio, en diſtintos tiempos, ſe obſervaron conforme à la tabla, que ſe ſigue.

En el *Petit-Goave*	$2\frac{1}{6}$ lineas
Guayaquìl	$1\frac{1}{4}$
Quito	1
Riobamba	$\frac{17}{20}$
Alausì	$1\frac{1}{30}$
Chuſay	$\frac{7}{8}$

En eſta ſe vè, que quanto mas elevadas, ſe hacìan las experiencias, menos ſenſibles ſe encontraban las diferencias; pues que *Alausì* eſtà mas alto que *Guayaquìl*; *Quito* mas alto que *Alausì*; y *Riobamba*, y *Chuſay* mas altos que *Quito*: y aſsimiſmo, que las miſmas diferencias ſon mucho menores en la Zona Torrida, que en Europa; pueſto que ſe han hallado èſtas en *Parìs* de ordinario de dos, y mas pulgadas. De donde ſe ſigue, que la alteracion en peſo de la Atmoſphera es menos ſenſible en las cercanìas del Equador, que en mayores Latitudes: y menos en las cumbres de

de los Cerros, que en los Valles, y profundidades. Tambien ſe ſigue, que las experiencias del Barometro en las cercanìas del Equador à la orilla del Mar ſe pueden obtener exactas à $1\frac{1}{4}$ lineas de diferencia: y en la Latitud del *Petit-Goave* à $2\frac{1}{6}$ lineas: por lo qual las alturas de los Montes, ò Cerros halladas por eſte medio, no pueden tener de yerro, mas que el que procediere de eſtas diferencias: y haviendoſe dicho, que ſon menos ſenſibles en las cercanìas del Equador, que en mayores Latitudes; las alturas de los Montes, ò Cerros ſe obtendràn por las experiencias del Barometro con mucha mas exactitud en las cercanìas del Equador, que en mayores Latitudes.

El mayor numero de experiencias, hechas à la orilla del Mar, manifieſtan, mantenerſe el Mercurio à 27 pulgadas $11\frac{1}{2}$ lineas; à cuya altura debemos arreglarnos: pues aunque las hechas en *San Luis*, la dèn mucho menor, provendrà de alguna particularidad del Mercurio, ò mala obſervacion: reſpeto, que las del *Petit-Goave*, *Portobelo*, *Chagres*, *Panamà*, y *Manta* convienen todas à corta diferencia con el miſmo numero aſignado: y como en Europa ſe mantenga el Mercurio, ſegun las mas obſervaciones à 28 pulgadas, podemos creer, que ſe mantiene à la orilla del Mar tanto en Europa como en la America à la miſma altura: y aunque algunos lo dudaron por algunas particulares experiencias, es muy dable, que en èſtas no ſe hallaſſen ſus Barometros igualmente divididos, que el nueſtro; pues es cierto, que por mas exactitud, que ſe guarde, jamàs convendràn las diviſiones hechas por varios, à menos, que en reciproca correſpondencia, no procuren atender à los reparos, hechos en el Libro antecedente: ademàs, que muchos hacen ſus experiencias, ſin examinar antes las di-

vi-

visiones, que hizo en el Instrumento el Operario, las quales rara vez se encuentran exactas.

De esto se concluye, que la Atmosphera pesa igualmente en Europa, y America; y que la duda, en que se hallaban en *Portobelo*, y *Panamà*, de si los Mares del Norte, y Sur estàn, ò no à una misma altura, no fuè fundada sobre experiencias, ni leyes de Estatica.

CAPITULO II.

Sobre la ley de la dilatacion del Ayre.

EN las *Memorias de la Real Academia de las Ciencias de Parìs* se hallan varias experiencias, hechas por *M. Mariotte*, por donde se concluye, que el Ayre se dilata en aquella Region, en razon inversa de los pesos, que le oprimen; lo que tambien concluyò en *Inglaterra M. Boyle*: y aunque la mera suposicion de formarse el Ayre de globulitos perfectamente elasticos, è infinitamente pequeños, bastaría para admitir generalmente esta ley; no obstante, se hicieron tambien algunas experiencias, que la acreditaron igualmente en la Zona Torrida.

El dia 31 de Agosto de 1737 estando en el Cerro de *Pambamarca M. Godin*, y yo, con un Barometro simple, cuyo Tubo tenìa 31 pulgadas justas de largo, le llenamos algunas veces de Mercurio, menos una cierta cantidad, que le dexamos de vacìo, ò Ayre grossero; y tapandole bien con el dedo la boca, le trastornamos suavemente en una Taza, ò vidrio medio lleno de Mercurio, y anotamos la altura, à que quedò el del Barometro.

Ex-

Experiencias.	Altura que se dexò de Ayre grossero en el Tubo.		Lo q̃ se ahondò el Tubo en el Mercurio de la Taza.		Altura à que quedò el Mercurio en el Barometro.	
	pulg.	lin.	pulg.	lin.	pulg.	lin.
1.	00	00			17	03$\frac{1}{3}$
2	05	10$\frac{2}{3}$	00	07	12	01$\frac{5}{8}$
3	10	04	00	07	09	01$\frac{1}{2}$
4	15	07	00	09$\frac{3}{4}$	06	05$\frac{1}{8}$

Para examinar, si estas experiencias convienen, con la ley asignada por *M. Mariotte*, se harà atencion, à que el Ayre grossero, que se dexaba en el Tubo, luego que se trastornaba èste, passaba à ocupar el lugar superior; y vaciandose parte del Mercurio, (en todo el lugar, que ocupaba èste) se dilataba el Ayre. Es pues preciso segun *M. Mariotte*, que el lugar, que ocupò este Ayre, en su estado primero, sea al que ocupò, haviendose dilatado, como el peso, que le oprimìa en esta ultima ocasion, al peso, que le oprimìa en la primera. El peso, que oprimìa al Ayre en la primera, era el de toda la Atmosphera, que es igual, por lo que se dixo en la pagina 103 al peso del Mercurio, que queda en el Barometro, quando se hace la experiencia sin dexar Ayre ninguno grossero en el Tubo, en este caso igual à 17 pulgadas 03$\frac{1}{3}$ lineas: y el peso, que le oprimìa en la segunda, era el de la misma coluna de Mercurio, disminuìda de aquella, que quedò suspendida en el Barometro, quando se hizo la experiencia dexando Ayre grossero; porque es cierto, que la presion del Ayre dilatado, mas la que hacìa el Mercurio, que quedò suspendido en el Tubo, quando se hacìa la experiencia, debe ser igual à la presion, ò peso de toda la Atmosphera.

Estas

Eſtas reflexiones dàn el methodo de calcular la altura, à que debe quedar el Mercurio en el Barometro, ſupueſta la cantidad de Ayre groſſero, que ſe dexa en el Tubo, y ley de *M. Mariotte*; con que para examinar ſi èſta conviene con las experiencias, no hay mas, que hacer el calculo, y confrontar las alturas, que èſte diere, con las expueſtas en la coluna quarta; las quales ſiendo unas miſmas ſe acreditarà dicha ley.

Sean pues,

$l =$ à la longitud del Tubo, que quedò fuera del Mercurio de la Taza, quando ſe hizo la experiencia.

$a =$ à la cantidad de Ayre groſſero dexado.

$f =$ à la fuerza total, con que eſtà oprimido el Ayre, con el peſo de toda la Atmoſphera.

$x =$ à la altura donde quedò el Mercurio ſuſpendido.

$y =$ à el eſpacio, que ocupaba el Ayre eſtando dilatado.

con lo qual, y lo dicho antecedentemente ſeràn ademàs,

$x + y = l$

$f =$ à 17 pulgadas $02\frac{1}{5}$ lineas.

$f - x =$ à la fuerza con que eſtaba opreſo el Ayre dilatado.

Segun *M. Mariotte* deben ſer $y : a = f : f - x$; luego $fy - xy = af$: ademàs por lo eſtablecido ſon $x + y = l$; luego $x = l - y$.

Subſtituyaſe eſte valor de x en la primera equacion, y ſe tendrà $y^2 + fy - ly = af$; que ſuponiendo $l - f = b$, ſe reducirà à $y^2 - by = af$; de donde ſe deduce $y = \frac{1}{2} b \pm (af + \frac{1}{4}b^2)^{\frac{1}{2}}$. Subſtituyaſe aſsimiſmo eſte valor de y en la equacion $x = l - y$, y tendrémos $x = l - \frac{1}{2} b \pm (af + \frac{1}{4}b^2)^{\frac{1}{2}}$, que es la formula para hallar las alturas donde debiò quedar el Mercurio ſegun *M. Mariotte*.

En la ſegunda experiencia ſon,

$l = 31$ pulgadas menos 7 lineas $= 30 \quad 05$

$a = 05 \quad 10\frac{2}{3}$

$f = 17 \quad 03\frac{1}{3}$

$b = 13 \quad 01\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}b = 06 \quad 06\frac{5}{6}$

$\frac{1}{4}b^2 = 43 \quad 02-$

$af = 101 \quad 09-$

$(af + \frac{1}{4}b^2)^{\frac{1}{2}} = 12 \quad 00$

$\frac{1}{2}b + (af + \frac{1}{4}b^2)^{\frac{1}{2}} = 18 \quad 06\frac{5}{6} = y$; luego

$x = 11 \quad 10\frac{1}{6}$, menor que en la experiencia de $3\frac{1}{2}$ lineas. Del miſmo modo ſe deduciràn los valores de x en las experiencias tercera, y quarta, que ſon,

	Por la Experiencia	Segun *M. Mariotte*		Segun las Experiencias		Diferencias.
		pulg.	lin.	pulg.	lin.	lineas.
Valores de x..	2	11	$10\frac{1}{6}$	12	$01\frac{5}{8}$	$3\frac{1}{2}$
	3	08	$11\frac{1}{2}$	09	$01\frac{1}{2}$	2
	4	06	$00\frac{3}{4}$	06	$05\frac{1}{8}$	$4\frac{3}{8}$

La coluna quarta contiene las diferencias, que ſe hallan, entre las experiencias, y lo que ſe concluye por la ley de *M. Mariotte*; pero tales quales ſe vèn, ſon aun mucho menores de lo que ſe debe eſperar en la practica: pues por poco que el Tubo de vidrio ſea mas angoſto, ò eſtrecho àcia el extremo abierto, ſe ſeguirà el efecto de quedar el Mercurio mas alto en las experiencias, que lo que la ley diere, conforme à lo que nos ha ſucedido; y ſi ſe añade ademàs à eſto las desigualdades interiores del miſmo Tubo,

bo, y las materias heterogeneas, que se esparcen por el Ayre, todo lo qual es inevitable en la practica, cómo no hemos de esperar diferencias considerables? debémos pues assentir, à que se conforman las experiencias con la theorica, y que el Ayre se dilata en la Zona Torrida, igualmente, que en la templada en razon inversa de los pesos, que le oprimen.

Esto establecido, las dilataciones del Ayre, à las varias alturas de la Atmosphera, se pueden expressar, como lo hizo *M. Halley* [a], por las ordenadas de una hyperbole entre sus asymptotas; pues estas son en razon inversa de sus abscisses correspondientes; quienes en este caso representaràn las distintas gravedades de la Atmosphera, ò alturas del Mercurio en el Barometro: porque siendo,

$a =$ à una altura del Mercurio en el Barometro

$b =$ à la dilatacion del Ayre en el parage donde se mantuvo el Mercurio à aquella altura

$x =$ à otra altura del Mercurio en el Barometro

$z =$ à la dilatacion del Ayre, que le corresponde; tendrémos segun *M. Mariotte* $a : x = z : b$, y esta equacion de una hyperbole entre sus asymptotas $xz = ab$.

Si se describe pues una hyperbole CEFL [b] entre sus asymptotas GA, AB; y de A como origen se toman àcia B los abscisses x iguales à las alturas del Mercurio en el Barometro, sus ordenadas correspondientes BC, DE, KF iguales à las y, representaràn las varias dilataciones del Ayre en los parages de la Atmosphera, donde el Mercurio se mantendrà à las alturas antecedentes: y como, quando es la altura del Mercurio en el Barometro $x = 0$, es su ordena-

[b] Fig. 5 Lam. 3

a Philosophicas Transactiones, ò Memorias de la Real Academia de Londres N. 181, año 1686.

nada correſpondiente $y = \infty$, ſe ſigue, que el Ayre ſe debe dilatar ſegun eſta ley al infinito: y al contrario, como para que ſea $y = 0$, debe ſer $x = \infty$, ſe ſigue tambien, que para que el Ayre ſe comprima al infinito, neceſsita, de una altura del Mercurio infinita, ò lo que es lo miſmo de un peſo infinito.

Algunos Authores pretenden, que no ſe puede extender dicha ley haſta eſtos grados extremos, à cauſa de que no ſe puede concebir, y no ſe conoce cuerpo elaſtico, que ſe comprima al infinito; pero no me detendrè en defender la generalidad de la regla, porque parece que fuera ſolo mera eſpeculacion; el que quiſiere hacerſe cargo de ella, la hallarà en la Areometría de *Chriſtiano Wolfio* § 76.

COROLARIO.

SIendo las denſidades del Ayre en razon inverſa de ſus dilataciones, ſeràn aquéllas como los peſos, que le oprimen, ò como las alturas del Mercurio en el Barometro: y haviendoſe dicho en la pagina 103, que eſtas ſon tambien como las fuerzas elaſticas, ſe ſigue, que las alturas del Mercurio en el Barometro, las denſidades, y las fuerzas elaſticas del Ayre eſtaràn ſiempre entre sì en una miſma razon directa: por lo qual, lo que ſe ha dicho, y dirà de las alturas del Mercurio en el Barometro,ſe puede entender igualmente de las denſidades, y fuerzas elaſticas del Ayre: eſto es, en la hyperbole CEFL, los abciſſes x pueden repreſentar indiferentemente las alturas del Mercurio en el Barometro, las denſidades, ò las fuerzas elaſticas del Ayre, repreſentando las ordenadas correſpondientes y ſus dilataciones.

M. Bouguer en ſu *Eſſai ſur la Gradation de la Lumiere* pag. 153, fundado en el miſmo principio de *M. Mariotte* halla, que las dilataciones del Ayre à las varias alturas de la Atmoſphera ſe pueden expreſſar por las ordenadas de la Curva Logarithmica, repreſentando los Abſciſſes correſpondientes, las miſmas alturas de la Atmoſphera: pero ſiendo lo miſmo, que repreſentarlas por la hyperbole para el fin à que aſpiramos, no hago mas, que citar el ſegundo modo en que ſe pueden expreſſar.

CAPITULO III.

En que ſe dà el modo de hallar la altura de los Montes, ò Cerros por las experiencias del Barometro.

SUpongaſe dividida la altura de la Atmoſphera en varias capas, que los Latinos llaman *ſtratas* infinitamente pequeñas, cada una de las quales ſea de igual gravedad, ò lo que es lo miſmo de igual fuerza elaſtica; y por lo dicho en el Corolario antecedente ſus alturas, ò dilataciones ſeràn en razon inverſa de aquellas fuerzas, ò de las alturas del Mercurio en el Barometro: eſto es, ſi la primera capa en la ſuperficie del Mar, donde el Mercurio ſe mantiene à 28 pulgadas, es de una pulgada de alto, igual à la ordenada BC, la capa, donde el Mercurio ſe mantiene à 14 pulgadas, ſerà de dos pulgadas de alto, igual à la ordenada DE, y aſsi de las demàs, procediendo de ſuerte, que la ultima por sì ſola llegarà à ſer infinita.

La ſuma pues de todas las alturas de las capas, ò de las ordenadas contenidas entre dos puntos desigualmente diſtantes de la ſuperficie del Mar, ſerà la razon de la eleva-

cion

cion de un punto ſobre otro : eſto es, el area como BCED, contenida entre las ordenadas BC, DE, exprimirà la razon de las eminencias de los puntos, donde el Mercurio ſe quedò à las alturas AB, AD.

Con eſto, ſi ſe tienen quatro experiencias del Barometro hechas à diſtintas alturas, en la primera de las quales quedò por exemplo el Mercurio à la altura AB, en la ſegunda à AH, en la tercera à AD, y en la quarta à AK, la altura de la eſtacion ſegunda ſobre la primera, ſerà à la altura de la quarta ſobre la tercera, como el area BCIH al area DEFK: y aſsimiſmo la altura de la eſtacion ſegunda ſobre la primera, ſerà à la altura de la tercera ſobre la primera, como el area BCIH, al area BCED &c.

Por medio pues de la quadratura de los eſpacios hyperbolicos entre las aſymptotas, podemos adquirir la razon, en que ſe hallan las alturas, ò eminencias, donde ſe hicieron las experiencias del Barometro; para lo qual es neceſſario valerſe de las ſéries infinitas, cuyas operaciones ſon algo dilatadas: pero atendiendo à lo que es tan ſabido de los Geometras, y no ſerà neceſſario demonſtrar aquì, que dichos eſpacios ſon los Logarithmos de las razones de las miſmas alturas, donde quedò el Mercurio en el Barometro, facilitamos el metodo de deducir la razon de las varias eminencias, donde ſe hicieron dichas experiencias, que nos darà qualquiera tabla de Logarithmos.

Sean pues

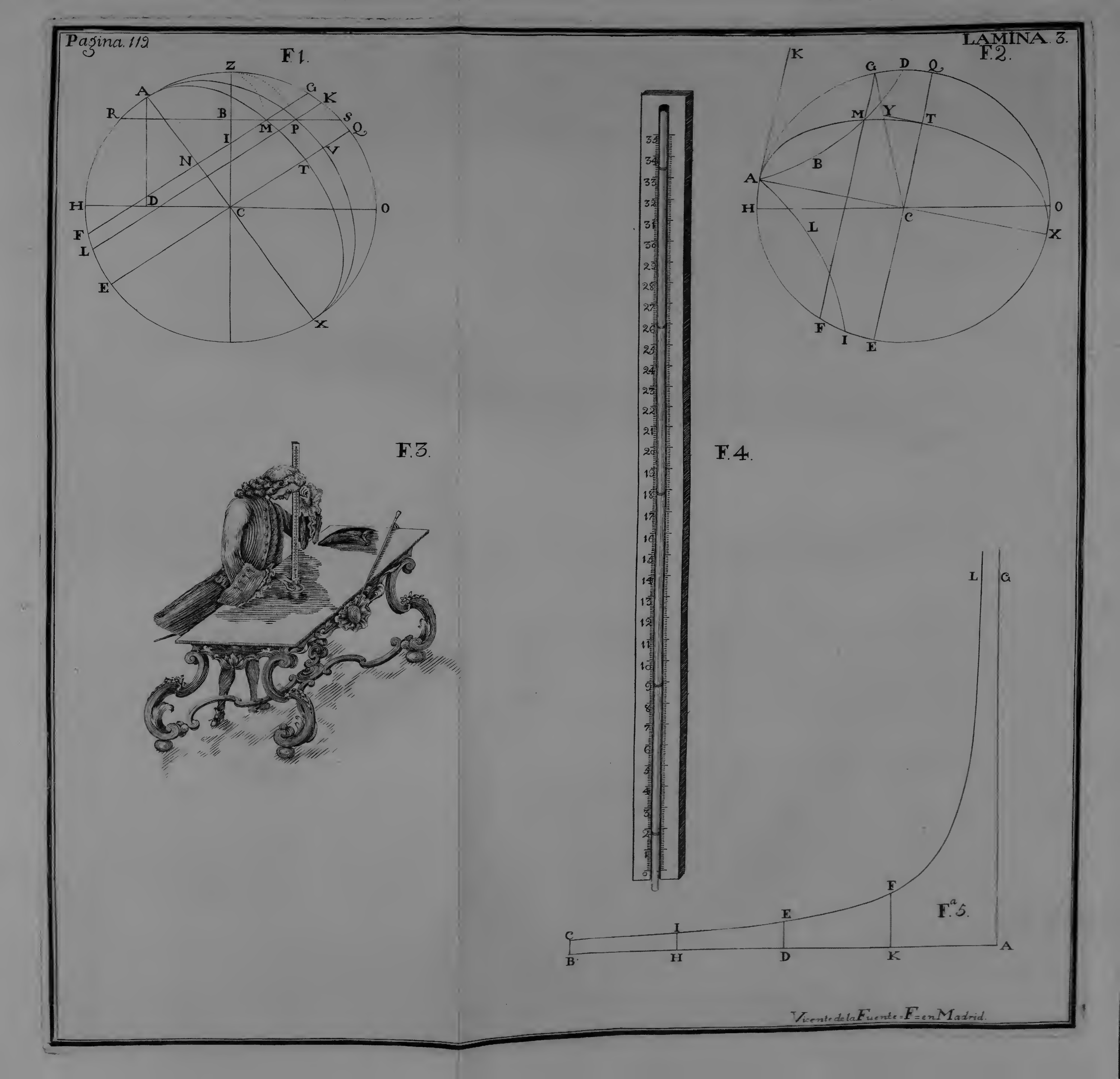
$a =$ à la altura del Mercurio en el Barometro en el primer ſitio, ò eſtacion.

$b =$ à la de la ſegunda.

$c =$ à la de la tercera.

$d =$ à la de la quarta.

A = à



Pagina. 112
LAMINA. 3.
F.1.
Z
A
G
K
R
B
S
Q
M
P
I
V
N
T
H
D
C
O
F
L
E
X
F.2.
K
G
D
Q
M
Y
T
B
A
H
C
O
L
X
F
I
E
F.3.
F.4.
F.a 5.
L
G
F
E
I
C
B
H
D
K
A
Vicente de la Fuente F. en Madrid.

A = à la altura, ò eminencia de la ſegunda eſtacion ſobre la primera.

x = à la altura, ò eminencia de la quarta ſobre la tercera.

y tendrémos por lo antecedente $A : x = L\frac{a}{b}$[a] $: L\frac{c}{d}$; y eſta equacion $x = \frac{AL\frac{c}{d}}{L\frac{a}{b}} = A.\left(\frac{Lc - Ld}{La - Lb}\right)$ (1): ò ſi no ſon mas de tres eſtaciones, ò experiencias las hechas, ſe ſupondrà, $c = a$, y quedarà la formula en $x = A.\left(\frac{La - Ld}{La - Lb}\right)$ (2); ò tambien $d = a$, y quedarà en $x = A.\left(\frac{Lc - La}{La - Lb}\right)$ (3): por cuyas formulas ſe vè, que no ſe neceſsita mas, que hallar, por las operaciones de geometría practica, el valor de A, para deducir todas las alturas de los Montes, ò parages donde ſe hiciere la experiencia del Barometro.

Eſte valor nos lo darà con gran exactitud la tabla ſiguiente, que es de las alturas de algunos Cerros, donde hicimos las experiencias del Barometro, las quales calculè, valiendome de las obſervaciones, ù operaciones, que ſe daràn en la medida de la Meridiana, ò grado contiguo à el Equador, atendiendo à las refracciones terreſtres, curvatura de la Tierra, y demàs particularidades, que pueden alterar el calculo, como ſe explicarà por extenſo en la medida de dicho grado.

Al-

[a] L ſignifica Logarithmo.

Alturas ſobre el nivèl de *Carabùru* ſeñal Norte de la Baſe medida en el llano de *Yaruquì*.

La ſeñal de *Oyambàro* extremo Sur de la miſma Baſe	126 toeſas
Tanlàgua	518
Pàmbamarca	$883\frac{1}{2}$
La cumbre del Cerro de *Pichincha*	1204
La ſeñal del *Corazon*	985
de *Pucaguaìcu* en *Cotopacſi*	1036
Chusày cerca de *Alausì*	$727\frac{1}{2}$
Sinaſaguan	1106

La altura del Cerro del *Ancon* de *Panamà* ſe concluyò por el plano de la Plaza, y la hallè en mi calculo de $101\frac{1}{2}$ toeſas ſobre la ſuperficie del Mar à media Marèa.

Eſtas alturas no ſolo pueden concluir las de los demàs parages, donde ſe huvieſſe hecho la experiencia del Barometro, pero afirmar ſegunda vez la ley de la dilatacion del Ayre dada en el Capitulo antecedente, ſi la concordancia de las concluìdas geometricamente, y al miſmo tiempo por el Barometro es tal, que la corta diferencia que ſe encontrare ſe puede atribuir à las caſualidades, que en la practica ſon indiſpenſables. Entremos pues à examinarlo.

Valiendonos de la formula (2), y de las experiencias del Barometro hechas en *Carabùru*, *Oyambàro*, y *Pambamarca*, tendrèmos,

	p	l	p		p.	
$a =$	21	03	03	$=$	3063	exper. hecha en *Carabùru*.
$b =$	20	07	09	$=$	2973	*Oyambàro*
$d =$	17	03	04	$=$	2488	*Pambamarca*

A $=$ 126 toeſas, altura de *Oyambàro* ſobre *Carabùru*

$a =$

$a = 3063$, ſu Logarithmo $= 3.48614,69968$
$b = 2973$ $\quad 3.47349,49092$
$La - Lb = \quad 1295,20876$

$a = 3063$, ſu Logarithmo $= 3.48614,69968$
$d = 2488$ $\quad 3.39585,03760$
$La - Ld = \quad 9029,66208$

Comp.Logarih. de $1295.2. = 6.88766,31643$
Logarithmo de $9029.66 = 3.95563,96330$
$A = 126 = 2.10037,05451$
$x \quad = 2.94370,51066 = 878.4$

Segun eſto la altura de *Pambamarca* ſobre *Carabùru* concluìda por el Barometro ſerà 878.4 toeſas
ſegun la tabla antecedente es por geometrìa 882.5
luego la diferencia entre las dos determinacion. 4.1

Donde ſe vè, que de la altura de *Pambamarca* ſobre *Carabùru* concluìda por la ley aſignada de la dilatacion del Ayre, que nos dà el Barometro, à la altura concluìda por geometrìa, no hay mas, que 4 toeſas de diferencia, que es quanta exactitud ſe puede deſear.

No obſtante ſe hallarà mayor, valiendoſe de la miſma formula, y de las experiencias hechas en *Carambùru*, *Oyambàro*, y *Pichincha*, haciendo igual calculo: eſto es, la altura de *Pichincha* ſobre *Carabùru* por el Barometro 1225 toeſas
geometrìa 1204
diferencia 21

la qual procede de una linea de yerro en la experiencia del Barometro de *Pichincha*, ò de ſolo $\frac{1}{3}$ de linea en las de *Carabùru*, ù *Oyambàro*, à cuya exactitud, yà ſe ha dicho no ſe puede llegar.

Por la formula (2), y las experiencias de *Carabùru*, *Oyambàro*, y *Tanlagua*.

Altura de *Tanlagua* ſobre *Carabùru* por el Bamet. 499 toeſas
geometrìa 518
diferencia 19

Por la formula (1), y las experiencias de *Carabùru*, *Oyambàro*, el Cerro del *Ancon* en *Panamà*, y la orilla del Mar.

Altura del Cerro del *Ancon* por el Barometro 88
geometrìa 101
diferencia 13

Por la formula (2), y las experiencias de la Montaña del *Petit-Goave* { $3\frac{1}{2}$, $339\frac{1}{2}$, 550 } toeſas ſobre la ſuperficie del Mar.

Altura de la ultima eſtacion ſobre la primera
por el Barometro $524\frac{1}{2}$
geometrìa $546\frac{1}{2}$
diferencia 22.

Todas eſtas alturas parece, que concuerdan muy bien, tanto para afirmar la ley de la dilatacion del Ayre, quanto para que podamos valernos de las reglas dadas, para deducir las alturas de los Montes, ò Cerros; pues las diferencias, que ſe hallan, ſon, por las razones expueſtas en la pagina 104, deſpreciables: ademàs, que ſi obtenémos la altura del terreno, donde ſe midiò la Meridiana, ſobre la ſuperficie del Mar à 100 toeſas de diferencia, ſerà mas de lo que ſe neceſsita.

Siguiendo pues dichas reglas, y ſirviendonos de la formula (4), y de las experiencias hechas en *Carabùru*, *Oyambàro*, y orilla del Mar, hallarèmos à *Carabùru* elevado ſobre la ſuperficie del Mar 1155 toeſas.

Con

Con eſtas miſmas reglas ſe puede hallar la altura de la Atmoſphera, en que el Ayre no es aun perceptible, deſpreciando la ultima capa, la qual ſola es infinita en extenſion.

M. Mariotte en ſu *Diſcurſo ſobre la naturaleza del Ayre*, trae una experiencia, que hizo con la Machina Pneumatica, en que el Ayre ſe dilatò à lo menos 4000 veces mas de lo que eſtà en la ſuperficie de la Tierra: por lo qual, para hallar la altura, que la Atmoſphera tiene haſta el parage, donde el Ayre no es aun perceptible, debemos ſuponer, que en dicho lugar eſtà à lo menos 4000 veces mas dilatado; podemos tomarle pues de 4026: y como las alturas del Mercurio en el Barometro ſean en razon inverſa de las dilataciones del Ayre, donde ſe hacen las experiencias, ſegun ſe dixo en el Corolario antecedente, ſe ſigue, que el Mercurio quedarà à ſemejante altura 4026 veces mas baxo, que en la ſuperficie del Mar, ò à $\frac{1}{12}$ de linea: con lo qual, y por las formulas, ſe hallarà, que el Ayre obtendrà dicha dilatacion à 35070 toeſas de altura ſobre la ſuperficie del Mar, ò à 37 millas de 60 en grado con corta diferencia.

El dia 7. de Diciembre de 1682 hizo *M. de la Hire* la experiencia del Barometro en el Monte *Clairet*, que ſe halla cerca de *Tolon*, y tiene 257 toeſas de altura ſobre la ſuperficie del Mar, en la qual tambien hizo la miſma experiencia: y quedò el Mercurio en la primera à 26 pulgadas $4\frac{1}{2}$ lineas, y en la ſegunda à 28 pulgadas 2 lineas de altura: de las quales ſe concluye, que el Ayre obtendrà una dilatacion 4026 veces mayor, que à la orila del Mar, à la altura de 32460 toeſas; y aſsi por eſta experiencia ſe puede creer, que la altura de la Atmoſphera en las cercanìas del Equador es mayor, que en Europa.

M. de la Hire no halla, por ſu miſma experienca; mas alta la Atmoſphera, haſta el parage donde el Ayre ſe dilata 4000 veces mas, que en la ſuperficie terreſtre, que de 20319 toeſas; cuya diferencia con el numero de arriba 32460, proviene del methodo indirecto, que usò en el calculo, no haviendoſe querido valer del antecedente, por haverle parecido muy moleſto, el quadrar los eſpacios hyperbolicos entre las aſymptotas: ſin embargo por las tablas Logarithmicas ſe logra el calculo faciliſsimo.

En la *medida de la Tierra de M. Caſsìni* pagina 150 ſe halla, que el dia 12 de Marzo de 1701 hizo la experiencia del Barometro en una ſala de *Colibre*, 11 toeſas ſobre la ſuperficie del Mar, y quedò el Mercurio à 28 pulgadas: algunas horas deſpues haciendo la miſma al piè de la Torre de *la Maſſane*, que eſtà elevada ſobre dicha ſala 397 toeſas, quedò el Mercurio 2 pulgadas 7 lineas mas baxo: ſi nos ſervimos pues de eſtas experiencias ſe concluirà, que el Ayre obtendrà una dilatacion 4026 veces mayor, que la de *Colibre*, à la altura de 34050 toeſas; mayor, que la concluìda por las experiencias de *M. de la Hire* 1590; cuya diferencia puede depender de las diſtintas ſazones, en que ſe hicieron.

Por igual methodo ſe puede hallar la altura en la Atmoſphera, donde los vivientes murieran, ſi fueran elevados à ella; porque en la Machina Pneumatica ſe experimenta, que los animales encerrados en ella, mueren evacuando la mitad del Ayre, que es lo propio, que dilatarle, ò darle dupla extenſion de la que tiene en la ſuperficie terraquea: con que hallar la altura, donde los vivientes murieran, es lo miſmo, que hallar aquella, donde el Ayre eſtà en dupla dilatacion, de la que tiene en la ſuperficie terraquea;

quea ; ò el parage , donde el Mercurio en el Barometro ſe mantendrà à 14 pulgadas , que es la mitad de la elevacion, à la qual queda en la orilla del Mar. Si nos ſervimos pues de eſtas ultimas experiencias de *M. Caſsìni* ſe verà, que eſte efecto ſolo ſe lograrà à la altura de 2446 toeſas en eſta Region : y ſirviendonos de las experiencias hechas en *Carabùru* , y *Oyambàro* , ſe concluirà , que en aquellos parages es neceſſario elevarſe 1780 toeſas encima del nivèl de *Carabùru* ; que yà ſe determinò à 1155 toeſas ſobre la ſuperficie del Mar ; las que ſumadas hacen 2935 , algo mas que una legua marina : y aſsì parece increíble , que viviente alguno haya eſtado elevado à mayor altura : ſin embargo veíamos de ordinario deſde las cumbres de los Paramos, donde aſsiſtíamos , baxo de Tiendas de Campaña , para formar la série de triangulos de la Meridiana , los Buytres mas altos que noſotros , y quizàs de 100 à 200 toeſas; por lo qual no irían muy lexos de habitar la altura donde el Mercurio ſe mantendría à 14 pulgadas , y el Ayre obtendría dupla dilatacion : y aſsì parece , que debe haver otra cauſa en el Ayre libre , que impida à la naturaleza obrar, como en la Machina Pneumatica.

CAPITULO IV.

De otro modo de hallar la altura de los Montes por las experiencias del Barometro.

YA hemos dicho , que las materias heterogeneas , que ſe elevan , y eſparcen por la Atmoſphera , alteran de ordinario el peſo de èſta , y al miſmo tiempo no permiten al Ayre, que la forma, el dilatarſe riguroſamente ſegun la

la ley aſignada en el Capitulo II : por eſte motivo preten-
den algunos , que à diſtancias cercanas à la ſuperficie de la
Tierra ſe haga dicha dilatacion en otra razon diſtinta ; y
ſuponen , que las capas , ò *Stratas* , de igual peſo , en que
ſe conſiderò dividida la Atmoſphera , ſe dilatan en pro-
greſsion arithmetica , correſpondiendo cada una de ellas
à igual aumento , ò diminucion de altura del Mercurio en
el Barometro.

Siguiendo eſta regla determinò *M. Caſsìni* , por ſus
experiencias hechas en *Francia* , que partiendo de la orilla
del Mar , para que el Mercurio en el Barometro baxe una
linea , es neceſſario elevarſe à la altura de 60 pies de Rey;
para que baxe 2 lineas , elevarſe 60+61 ; para que tres,
60+61+62 ; y aſsi continuando en una progreſsion
arithmetica , cuyo primer termino , partiendo de la orilla
del Mar , donde el Mercurio ſe mantiene à 28 pulgadas,
ha de ſer 60 , y el exceſſo de los demàs uno : ſegun eſto, la
ſuma de una ſérie de tantos terminos como lineas huviere
de diferencia entre dos experiencias , hechas en diſtintos
lugares , ſerà la elevacion de un lugar ſobre otro. Las miſ-
mas experiencias , que hizo *M.Caſsìni* al piè de la Torre de
la *Maſſane* , y en *Colibre* , en las quales hallò de diferen-
cia 2 pulgadas 5 lineas , dàn (ſegun eſta regla) la altura
de la Montaña ſobre la ſala de *Colibre* de 395 toeſas , que
no ſe diferencia de la que le determinò la medida geome-
trica mas que en 2 toeſas , que es quanta exactitud ſe pue-
de pedir.

El *P. Feüilèe* en ſu primer tomo intitulado *Journal des
Obſervations Phiſiques* &c. pagina 456 trae una tabla , que
ſe reduce à la progreſsion , que aſignò , por las experien-
cias , que hizo en *Lima* , para concluir las alturas , ò emi-
nen-

nencias donde ſe hiciere la experiencia del Barometro; à la qual dà por primer termino 60 pies, y por exceſſo 2.

M. Godin por las experiencias, que hizo en el *Petit-Goave*, determinò, que la progreſsion para aquel clima debìa tener por primer termino 74 pies 6 pulgadas $4\frac{5}{6}$ lineas; y por exceſſo de los terminos 10 pulgadas $5\frac{5}{12}$ lineas.

M. Bouguer por las miſmas obſervaciones aſignò el primer termino de $78\frac{3}{4}$ pies; y el exceſſo de 8 pulgadas; pero à ſu llegada al Reyno de *Quito*, viendo, que eſta progreſsion no convenia, diò à otra por primer termino $98\frac{1}{3}$ pies; y al exceſſo $\frac{2}{3}$, ò $\frac{16}{23}$ de piè. Unas, y otras ſi ſe aplican à las experiencias, y medidas dadas en la tabla del Capitulo antecedente, ſe verà, que no concuerdan.

Para determinar otra, que ſe acerque mas à la verdad, ſean,

x = al primer termino de la progreſsion.

z = al exceſſo de ellos.

n = al numero de los terminos entre dos experiencias, cuya elevacion de la una eſtacion ſobre la otra, hallada por geometrìa, es A.

m = al numero de los termino entre otras dos experiencias, cuya elevacion de la una eſtimacion ſobre la otra, es B.

con lo qual tendrémos eſtas dos equaciones $nx + \frac{1}{2} n^2 z = A$; y $mx + \frac{1}{2} m^2 z = B$. Por la primera $z = \frac{2}{n^2} \cdot (A - nx)$; cuyo valor introducido en la ſegunda, le reduce à $x = \frac{n^2 B - m^2 A}{nm.(n - m)}$; en donde ſe ſupone $n < m$, y $A < B$.

Para hallar al preſente los valores del primer termino

x,

x, y del exceſſo z, no hay mas, que poner en lugar de n, m, A, y B las cantidades, que les correſponden, ſacadas de las experiencias, y de la tabla antecedente. Si tomamos por exemplo las de *Carabùru*, *Oyambàro*, y *Pambamarca*, tendrémos $n = 48$, $m = 7\frac{1}{2}$, $A = 882$, y $B = 126$; de donde ſe concluirà $x = 16.51$ toeſas, ò 99 pies con corta diferencia; y $z = \frac{179.04}{2304}$ toeſas, ò $5\frac{3}{5}$ pulgadas.

Como no ſe neceſsitan mas de tres experiencias para dàr valores à x, y z, y de dos medidas geometricas para darſelos à A, y B, podemos, con las experiencias del Capitulo primero, y la tabla del antecedente, dàr varios valores à eſtas letras, y por conſiguiente determinar por ellos muchas veces la progreſsion, que debiera ſer ſiempre la miſma; pero muy al contrario deſpues de bien hecho el examen, ſe hallarà, que todas las veces, que ſe dèn diſtintos valores à las letras, ſe concluye diſtinta progreſsion: unas dàn el primer termino mayor, y el exceſſo menor, que el antecedente; otras al contrario; y algunas el exceſſo negativo: lo qual procede, como he dicho, de la mutacion en peſo de la Atmoſphera en las varias ocaſiones, que ſe hicieron las experiencias.

Segun eſto no podemos hacer coſa mejor, que tomar una progreſsion media entre todas las que ſe pueden deducir, tal, que determinando las alturas de los Montes por ella, y por geometría, las diferencias que ſe hallaren ſean lo mas pequeñas, que ſea poſsible. Es pues preciſo hallarlas todas, y combinarlas, ò cotejarlas, cuya operacion es algo dilatada; pero deſpues de bien viſta, he concluìdo, que la progreſsion, que ſe buſca es, la que tiene

por

por primer termino empezando del nivèl de *Carabùru* 103½ pies; y por excesso $\frac{215}{1000}$ de pie: y se empieza del nivèl del Mar, esta misma progresion tiene por primer termino 86. 246 pies; y dà las alturas, que se siguen.

Alturas deducidas por la progresion asignada, y las experiencias del Barometro, tales como se hallaron sobre el terreno, comparadas con las que dieron las operaciones geometricas.

Alturas sobre *Carabùru*.

	Por la progresion	Por geometrìa	Diferencias.
La cumbre del Cerro *Pichincha*	1181 toesas	1204	23
La Señal de *Pambamarca*	867	883½	15½
Tanlagua	524	518	6
Oyambàro	130	126	4
Corazon	979½	985	2½
Pucaguaìcu	1058	1036	22
Chusày	741½	727	14
Sinasaguàn	1108	1106	2
Alturas sobre el nivèl del Mar.			
En *San Luis*	267	247½	19½
En la Montaña del *Petit-Goave*	535	550	15
	457	463½	6½
	342	339½	2½
El Cerro del *Ancon* en *Panamà*	101½	101½	0

La altura de la Señal de *Pambamarca* por geometrìa es de 16½ toesas mayor, que la dada por la regla; pero como

R la

la experiencia del Barometro se hizo una toesa mas abaxo, que la Señal, le quitè èsta à la diferencia: y por lo mismo 8 à la altura de la Señal del *Corazon*.

La experiencia hecha en *San Luis*, no la comparè con la de la orilla del Mar yà asignada de 27 pulgadas 11½ lineas, sino con otra de 27 pulgadas 9⅓ lineas, porque à esta altura se hallò el Mercurio en el mismo parage.

Por esta tabla se vè la impossibilidad, que hay en asignar una progression, que convenga à todas las alturas; porque si se aumenta la progression dada, serà conveniente para unas alturas, y defectuosa para otras; y al contrario: de suerte, que siempre tendrémos algunas, que no convendràn con la regla exactamente.

Segun la misma progression hállo las alturas, que se siguen.

Alturas sobre la superficie del Mar.

Carabùru Señal Norte de la Base medida en el llano de *Yaruquì*	1267½ toesas.
Tarigagua en la *Montaña de San Antonio*	534
Guamac-Cruz en la misma *Montaña*	1098½
La Ciudad de *Quito*	1517
Cuenca	1402
La Villa de *Riobamba*	1728
El Pueblo de *Yaruquì*	1379
Alausì	1302
Cañar	1660
La cumbre del Cerro *Pichincha*	2471½

Las 2471½ toesas de altura de este Cerro, hacen mas de dos millas y media; altura mayor, que qualquiera de las que conocémos en Europa: porque aunque *Strabon*, *Kircherio*, *Riccioli*, y otros varios Authores nos dàn alturas de Mon-

Montes mucho mayores, parece que no les podemos dàr entero credito; lo primero, por no haver hecho ſus computos con la juſtificacion, que ſe debìa; y lo ſegundo, porque ultimamente ſe han medido varios Montes de los mas elevados de Europa geometricamente ſobre la ſuperficie del Mar, y no ſe han encontrado de tal elevacion. Segun *M. Caſsini*, el *Canigou*, ò de otra ſuerte el *Canigo* en los Perineos es de 1440 toeſas. Los mas altos Montes, que ſe conocen en Europa ſon los de los *Cantones*: en el de *Berna*, ſegun las *Philoſophicas Tranſacciones* numero 406, ſe halla el llamado *Gemmi*, que medido geometricamente, ſe hallò de 1685 toeſas. Segun el *P. Feüilée* el *Pico de Tenerife* tiene de altura 2193 toeſas, que yà es mucho mayor, que las antecedentes de Europa; pero ſin embargo no llega à la de *Pichincha*. La eminencia de eſte Cerro debe parecer ſegun eſto exceſsiva à los Europèos; y mucho mas la del *Chimborazo*, Cerro nevado continuamente, y proximo à la Villa de *Riobamba*, que ſegun mi computo tiene de altura ſobre la ſuperficie del Mar 3380 toeſas, que hacen mas de legua Maritima.

(°°)



LIBRO VI.

De la Velocidad del Sonido.

CAPITULO I.

De las experiencias ſobre dicha Velocidad.

ESTà generalmente recibido entre los Phyſicos, que el Sonido nace del movimiento vivo, y vibritorio del Cuerpo ſonoro, que comunicandole à el fluìdo, que le circunda, le conmueve en repetidas ondas, exparciendolas circularmente haſta herir los organos del oìdo. La experiencia nos ha enſeñado, que la translacion de eſtas ondas, deſde el Cuerpo ſonoro haſta el oìdo, no ſe hace ſubitamente, ſino por movimiento progreſsivo; pueſto, que el mas proximo al Cuerpo, oye primero el Sonido, que el mas diſtante: la velocidad pues, con que eſtas ondas corren, es lo que vulgarmente llamamos velocidad del Sonido; ſobre la qual ſon varias las queſtiones, que ſe han ſuſcitado, y las experiencias, que ſe han hecho; pero el que mas amplia, y delicadamente ha tratado eſte punto, es *M. Derham*, como ſe vè en las *Philoſophicas Tranſacciones* n. 313, quien propone las dificultades ſiguientes.

1. Quanto es lo que anda el Sonido en un ſegundo, ò mas de tiempo.

2. Si el Sonido viene con mas velocidad al Obſervador, haviendoſe diſparado por exemplo un Cañon con la boca àcia èl, que por el lado contrario.

3. Si

3. Si el Sonido anda iguales diſtancias en iguales tiempos, en todos eſtados de la Atmoſphera, ò alturas del Barometro.

4. Si ſe mueve con mas velocidad de dia, que de noche.

5. Si andan mas teniendo el Viento favorable, que contrario: y de haver alguna diferencia, quanta ſea.

6. Si anda con mas velocidad en tiempo de Calma, que en el de Borraſcas, ò Vientos violentos.

7. Si el Viento de travesìa, ò tranſverſal accelera, ò retarda ſu movimiento.

8. Si el Sonido tiene el miſmo grado de velocidad en Verano, que en Invierno.

9. Si ſucede lo propio nevando, que en tiempo ſereno.

10. Si el Sonido fuerte tiene la miſma velocidad, que el dèbil.

11. Si el Sonido de un Cañon ſe mueve con igual velocidad à todos grados de elevacion del Cañon.

12. Si las diferentes fortalezas de la Polvora alteran la velocidad del Sonido.

13. Si la velocidad es la miſma à todas las alturas encima de la ſuperficie de la Tierra.

14. Si es tambien la miſma viniendo el Sonido de arriba à abaxo, ò de abaxo à arriba: eſto es, de lo alto de un Cerro al Valle, ò al contrario.

15. Si todas las eſpecies de Sonidos, como de Cañones, Campanas, Martillos, &c. tienen la miſma velocidad.

16. Si el Sonido anda mas al principio de ſu movimiento, que al fin.

17. O ſi ſe mueve igualmente, andando iguales eſpa-

pacios en iguales tiempos.

18. Si ſe mueve igualmente en todas las Regiones: eſto es, en los climas Septentrionales, y Meridionales.

19. Si anda por el mas corto camino: eſto es, en linea recta, ò ſegun la curvidad de la ſuperficie Terraquea.

A varias de eſtas queſtiones diò exacta ſolucion *M. Derham*, por repetidas experiencias hechas en Inglaterra, à diſtintas ſazones, y tiempos, con diſtintos Cañones, Moſquetes, y Campanas, diſtantes deſde una haſta 8 millas, colocado todo de diverſas maneras: y reſolviò, que el Sonido anda iguales eſpacios en iguales tiempos: eſto es, 1142 pies Ingleſes en un ſegundo: y lo miſmo de qualquier cuerpo que ſea, en todas ſazones, y tiempos, yà ſea en Verano, ò en Invierno, de noche, ò de dia, en Calma, ò en Borraſca, con Viento tranſverſal, ò ſin èl, que ſea fuerte, ò dèbil: con Polvora mas, ò menos fuerte, y yà diſparando el Cañon por qualquier lado que ſea, y con diſtinta inclinacion; ſolo sì, lo que encontrò alterar eſta regla fuè el Viento favorable, ò contrario, pues el primero hallò acceleraba la velocidad del Sonido, y el ſegundo, que la retardaba.

Las unicas quatro queſtiones, que parece no pudo exactamente reſolver ſon las 13, 14, 18, y 19; pues para la 13, y 14 neceſsitaba hacer la experiencia en elevadiſsimos Cerros; y tales, que fuera ſenſible ſu altura, è inclinacion, de lo qual carecìa la Inglaterra. Para la 18, de hacer la experiencia igualmente en Climas muy apartados, yà à el Septentrion, ò yà à el Medio dia; pues aunque quiſo determinarla, por la comparacion de ſus experiencias, con las que hizo la *Academia del Cimento en Italia*, no diſcurro ſe pueda dàr à eſto la mayor ſeguridad, reſpeto de lo

po-

poco que diſtan eſtos Paìſes. Para la 19, era preciſo hacer experiencias en diſtancias mas conſiderables, que las que empleò, para que fueſſe ſenſible la curvidad de la Tierra; y como en tal caſo no ſe oyera el Sonido, parece dificil de determinar la queſtion.

Iguales operaciones hicieron ultimamente en Francia *M. M. Caſsini de Thury*, *Maraldi*, y el Abate de *la Caille*, empleando para las experiencias mayores diſtancias, à fin de obtener mayor exactitud, como ſe vè en las *Memorias de la Academia de las Ciencias de Parìs* del año 1738 pagina 128: por las quales determinaron las miſmas condiciones que *M. Derham*; con ſola la diferencia de darle al Sonido de velocidad 173 toeſas del piè de Rey de *Parìs* por ſegundo, en lugar de 1142 pies Ingleſes, que equivalen à 178½ de aquellas toeſas.

Otras muchas experiencias ſe han hecho por diſtintos Obſervadores, como las yà citadas de la *Academia del Cimento*, las de *M. M. Hamſteed*, *Halley*, y otras; pero las mas acreditadas ſon las antecedentes, que ſin embargo ſe diferencian en 5½ toeſas: lo qual ciertamente procede, del methodo que emplearon, en hacer las operaciones, los unos ſirviendoſe de mas exactas medidas geometricas, è Inſtrumentos mas juſtos para medir el tiempo, que los otros; à lo qual como à las crecidas diſtancias en que hicieron las experiencias, puſo la mayor atencion *M. de Thury*, facilitandoſelo todo, la ocaſion de repetir la medida de la Meridiana en Francia.

Como nueſtra eſtacion en el Reyno de *Quito* nos ofrecìa la miſma comodidad, nos pareciò, que debiamos aprovecharnos de ella, para examinar, y reſponder à la 13, y 18 queſtion de *M. Derham*. A la 13 por hallarſe *Quito*

1517 toesas sobre la superficie del Mar, y no elevarse el Mercurio en el Barometro mas que hasta 20 pulgadas 1 linea, como se viò en el Libro antecedente; y à la 18 por estàr casi sobre el Equador.

Por este motivo resolvimos hacer dichas experiencias, empleando la mayor distancia que fuesse possible; y por esto, en tiempo que *M. de la Codamine*, y yo haviamos passado à *Lima*, hallandose el resto de la Compañia detenida en lo tocante à la medida de la Meridiana, deliberaron los de ella, hacer la experiencia, poniendo un Cañon de 4 pies y medio de largo, y de 8 à 9 libras de Bala en la Cumbre del Monte, que llaman el *Panecillo*, al piè del qual està la Ciudad de *Quito*, y sirviendose de la distancia de este Monte al de *Pumbamarca*, (que està mas allà del Pueblo llamado el *Quinche*) y es de 19300 à 19400 toesas. Pusose la operacion en practica, pero jamàs se pudo oìr desde *Pambamarca* el estallido del Cañon puesto en el Panecillo: lo que se discurriò por entonces lo causaría el Viento: y se dexò la operacion, para hacerla de nuevo en mejor ocasion.

El dia 31 de Agosto de 1737 estando *M. Godin*, y yo en dicho Monte de *Pambamarca*, donde haviamos ido à tomar los angulos de la Meridiana, que se formaban allì, resolvimos hacer de nuevo la experiencia, haviendose antecedentemente dado las providencias necessarias en quanto à lo que debìan hacer, los que disparaban el Cañon en el *Panecillo*; y antes que llegasse la noche se dirigiò un anteojo à el Cañon, para vèr por èl con mas individualidad el instante, en que se inflamaba la Polvora.

Llegò la hora de la Observacion, à que assistimos con todo cuydado, y aunque se vieron distintamente dos llama-

maradas , no percebimos tiro alguno. Como el Viento que corrìa era ſuave , atribuìmos eſte defecto à las muchas eminencias , y profundidades, que entre uno, y otro Monte tiene aquel terreno , en donde ſe perdìa ſin duda el Sonido , reflectando en las Quebradas , que ſe hallan de mas de 100 toeſas de hondo , y en los Montes eminentes ; pues el de *Pambamarca* donde nos hallabamos tiene 883½ toeſas de altura, contadas deſde el llano ſobre que ſe eleva.

No haviendo podido lograr la experiencia en diſtancia tan grande , ſe reſolviò hacerla en otra menor : y el dia 10 de Julio de 1738 *M. Godin*, y yo paſſamos à una Hacienda , de los Padres Aguſtinos , que eſtà en el extremo Septentrional del llano de *Añaquito* , cercana à el camino Real de *Guayabamba* , de donde pretendiamos hacer la obſervacion ; mientras *Don Antonio de Ulloa*, y *M. Bouguer* fueron à la Hacienda de *Saguanche* , que eſtà à el lado opueſto del *Panecillo* , con el miſmo deſignio ; quedando unos, y otros con corta diferencia igualmente diſtantes del Cañon.

Puſimos un Pendulo de medios ſegundos en movimiento , à el abrigo del Viento , para que no le impidieſſe èſte hacer las oſcilaciones iguales : eſtabamos al miſmo tiempo en parage, que pueſtos debaxo de èl , de ſuerte, que oìamos perfectamente los golpes de los medios ſegundos , veìamos tambien claramente el *Panecillo* , y ſitio donde eſtaba en èl el Cañon. Nos colocamos inmediatos, atendiendo , para empezar à contar cada uno para sì , deſde el inſtante de la inflamacion de la Polvora , haſta oìr el Sonido : y deſpues comunicandonos las Obſervaciones, que no ſe diferenciaron jamàs de medio ſegundo , tomamos un medio entre las dos.

Se diſpararon cinco Cañonazos, los tres primeros àcia los otros Obſervadores, que eſtaban à la parte del medio dia; el quarto àcia noſotros; y el quinto ſe diſparò, pueſto el Cañon verticalmente: cuyas varias poſiciones ſe le dieron, por vèr ſi reſultaba de ello alguna diferencia.

Las Obſervaciones: eſto es, los tiempos, que el Sonido empleò en correr la diſtancia deſde el Cañon à el ſitio, en que nos hallabamos, ſon como ſe ſiguen.

Primer tiro	65	Tiempo, que gaſtò el Sonido en llegar à el oìdo, en medios ſegundos.
ſegundo	$66\frac{1}{2}$	
tercero	66	
quarto	66	
quinto	66	

El no hallar diferencia ſenſible en eſtas cinco Obſervaciones, ſatisface plenamente à la 2, y 11 queſtion de *M. Derham*.

En las tres ultimas ſiempre convenimos: eſto es, ambos encontramos el miſmo numero *66*; y como el *65*, y *66½* tengan con corta diferencia ſu medio en *66*, nos atuvimos à eſte numero, tomandole como el verdadero, que empleò el Sonido en correr la diſtancia deſde el Cañon à nueſtro oìdo.

Eſte tiempo debía en rigor aumentarſe, del que gaſta la Luz en andar deſde el Cañon à el Obſervador; pero en la practica es totalmente deſpreciable: porque ſegun las Obſervaciones de los Satelites de Jupiter de *M. Roemer*, la Luz ſolo tarda en venir deſde el Sol à noſotros de 7 à 8 minutos.

Finalizada la operacion reconocimos, que el Viento era contrario al movimiento del Sonido, y juzgamos, que podía andar dos toeſas por ſegundo: por cuyo motivo ſe

de-

debe ſuponer , que en el ſitio donde obſervamos , el Viento atraſſaba el Sonido dos toeſas por ſegundo. En el *Panecillo* , donde eſtaba el Cañon , nos advirtieron , que hacìa Calma ; con que en eſte ſitio no ſe atraſſaba coſa alguna el Sonido : puedeſe pues ſuponer tomando un medio, que generalmente ſe atraſſaba el Sonido una toeſa por ſegundo.

Don Antomio de Ulloa deſde *Saguanche* hizo las propias Obſervaciones , por medio de un Perpendiculo de 36 pulgadas $6\frac{4}{5}$ lineas del piè de *Parìs* de largo : colocado de ſuerte , que atendiendo à ſus Oſcilaciones , veìa al miſmo tiempo el ſitio en donde eſtaba el Cañon en el *Panecillo* : y fueron como ſe ſigue.

Primer tiro	76	Tiempo, que gaſtò el Sonido en llegar à el oìdo, en medios ſegundos.
ſegundo	$76\frac{1}{2}$	
tercero	77	
quarto	77	
quinto	76	

Tomando un medio entre eſtas cinco Obſervaciones, tendrémos $76\frac{1}{2}$ ſegundos por el tiempo , que empleò el Sonido en andar deſde el Cañon haſta la Hacienda de *Saguanche* : en cuyo intervalo el Viento no le interrumpiò ſu velocidad , reſpeto de haverſe experimentado en todo èl una perfecta Calma.

Para concluir ahora el camino , que hace el Sonido en un ſegundo de tiempo , nos falta determinar la diſtancia deſde la Hacienda de los Padres Aguſtinos al Lugar en que en el *Panecillo* eſtaba el Cañon , y aſsimiſmo la que havìa de èſte à *Saguanche*. Para eſte efecto nos valímos de una Baſe , que teniamos medida en *Quito* de 296 toeſas 1 piè, y $3\frac{1}{2}$ pulgadas , concluìda còn la mayor preciſion : pues ſu

primer deſtino fuè el de examinar con ella las diviſiones de nueſtros Quartos de circulo: para lo qual nunca eſtà de ſobra aun la mayor exactitud. Con eſte fundamento, y tres triangulos, que ſe formaron, cuyos angulos obſervamos con el Quarto de circulo, concluì la diſtancia, deſde el ſitio del Cañon en el *Panecillo*, al parage donde obſervamos en la Hacienda de los Padres Aguſtinos, de 5736 toeſas: y *Don Antonio de Ulloa* de la miſma ſuerte determinò, que la Hacienda de *Saguanche*: eſto es, el ſitio donde obſervò, diſtaba del Cañon 6820 de las miſmas toeſas.

Partiendo las 5736 toeſas por los 66 medios ſegundos, que tardò el Sonido en ir deſde el *Panecillo* à la Hacienda de los Padres Aguſtinos, ſe hallarà, que el Sonido corriò à razon de $173\frac{9}{11}$ toeſas por ſegundo. De la miſma ſuerte dividiendo las 6820, por los $76\frac{1}{2}$ medios ſegundos, que tardò igualmente el Sonido en ir deſde el Cañon à *Saguanche*, ſe hallarà, que corriò à razon de $178\frac{46}{153}$ toeſas por ſegundo, ò 178 juſtas.

Si atendémos ahora, ſegun dixe, à que el Viento detuvo el Sonido en mi experiencia una toeſa por ſegundo, las $173\frac{9}{11}$ deben ſer $174\frac{9}{11}$, ò 175 deſpreciando el corto quebrado.

Como eſtas experiencias dèn igual determinacion à la velocidad del Sonido, que las de *M. Derham*, y *M. Caſsini de Thury*, quedan ſatisfechas plenamente las queſtiones 13, y 18.

Aſsimiſmo ſe vè, que acreditan la Theorica dada por *M. Newton* en ſu obra *Philoſophiæ natalis prin. Mathematica.* Eſte Author dice en el Lib. 2 Corolario 2 propoſicion 49, que las velocidades de los impulſos, ò de las undulaciones, ſon en razon compueſta de la ſubduplicada, è inverſa de

de la denſidad del fluìdo, y de la ſubduplicada directa de ſu elaſticidad. Suponiendo pues,

$$\left.\begin{array}{l} V \\ D \\ E \end{array}\right\} = \text{à la} \left\{\begin{array}{l} \text{velocidad del Sonido} \\ \text{denſidad del Ayre} \\ \text{elaſticidad del Ayre} \end{array}\right\} \text{en Europa}$$

$$\left.\begin{array}{l} v \\ d \\ e \end{array}\right\} = \text{à la} \left\{\begin{array}{l} \text{velocidad del Sonido} \\ \text{denſidad del Ayre} \\ \text{elaſticidad del Ayre} \end{array}\right\} \text{en } \textit{Quito}$$

tendrémos ſegun *M. Newton* $V : v = d^{\frac{1}{2}}E^{\frac{1}{2}} : D^{\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{2}}$: pero en igual grado de Calor, ò Frio (quienes ſegun las experiencias de *M. Derham* no alteran la velocidad del Sonido) $D : d = E : e$, luego $D^{\frac{1}{2}} = \frac{d^{\frac{1}{2}}E^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}}$: cuyo valor poniendolo en la proporcion primera, ſe reducirà à $V : v = d^{\frac{1}{2}}E^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}E^{\frac{1}{2}}$: eſto es, la velocidad del Sonido en Europa, igual à la miſma en *Quito*, que es lo que ſe ha concluìdo por las experiencias.

La queſtion 14 es dificultoſo examinarla en diſtancia conſiderable, y que ſe pueda tener por ſegura; pero reſpeto de haverſe determinado, que à todas alturas de la Atmoſphera el Sonido anda lo propio, es muy dable, que le ſuceda lo miſmo, aunque ſea corriendo por qualquiera plano inclinado. Sin embargo, eſto no tendrà lugar ſegun la Theorica de *M. Huguens*, y el *Doctor Grandì*, quienes ſuponen, que las ondas del Sonido deben padecer refraccion como los demàs cuerpos, paſſando de un medio mas denſo à otro, que lo es menos, y eſtenderſe en eſte caſo en lineas Hyperbolicas, las quales no pueden diſtar igualmente de ſu Centro, ò cuerpo ſonoro.

CA-

CAPITULO II.

Aplicacion del movimiento progressivo del Sonido à algunos casos de Geometrìa, y Navegacion.

ADemàs de la utilidad, que saca la Phisica de las experiencias hechas del Sonido, pueden adquirir alguna la Geometrìa, y la Navegacion, por el methodo inverso: en aquella se midieron distancias para concluir la velocidad del Sonido; y en èstas nos valdrémos de la velocidad yà determinada, para concluir distancias, en varios casos muy necessarias.

No es menester para este efecto mas, que valerse de una Muestra de segundos, y de la ocasion en que se dispare, ò haga disparar Cañon, Fusil, ù otro qualquier Instrumento: pues observando con la Muestra el tiempo, ò segundos, que passaren desde el instante de la inflamacion de la Polvora, hasta que se oyga el Sonido, y multiplicandoles por 175, se tendrà lo que dista el Cañon del Observador en toesas del piè de Rey de *Parìs*: de las quales 2850 hacen en España una legua de 20 en grado.

Puede aplicarse esta practica à la determinacion de las Bases necessarias à los Planos, que se levantan, midiendolas de la mayor longitud, que fuere dable: pues con ello no solo se evitarà parte del corto yerro, que puede producirse, pero una gran molestia, y pèrdida de tiempo. El caso mas propio de esta especie, es, quando una Esquadra, fondeada en una Baìa, ò Rada enemiga, quiere levantar el Plano de ella, sin poner el piè en tierra: porque si de dos Navios distantes se relevan con la Aguja todos los puntos ne-

neceſſarios , y ſe mide la diſtancia de los primeros por el Sonido , quedarà con gran facilidad hecho el Plano deſeado.

Con ſemejante operacion ſe puede hacer el Mapa del eſtado , ò diſpoſicion de una Armada Naval , en qualquier deſembarco , colocando cada Navio en ſu verdadero ſitio, para que ſe vea la forma , y orden , que ſe guardò , y hallò toda la Armada ; y eſto con ſuma facilidad : pues ofreciendoſele al Comandante de ella diſparar varias veces Cañonazos , ſe pueden aprovechar de ellos para la medida de la Baſe.

Quando navegan de noche algunos Navios , en conſerva , pueden hacer igual operacion en varias ocaſiones, para ſaber lo diſtante , que ſe halla ſu Comandante ; y mas en un temporal,donde no ſe quiere eſtàr, ni muy proximo, ni muy diſtante de èl.

Lo miſmo digo para evitar la Tierra , yà ſea por haverſe empeñado , ò acercado mucho à ella un Navio , yà ſea por verſe obligados à anclar de noche , ù otras caſualidades : para las quales fuera bueno quedaſſen inſtruìdos los del Puerto , ò Coſta , pues por medio de diſparar algunos Fuſilazos , ò Cañonazos , evitaràn la pèrdida de algunas embarcaciones.

Otros muchos caſos ſemejantes pueden ofrecerſe , en quienes el Sonido ſea muy apreciable , pero diſcurro , que los referidos ſon ſuficientes , para comprehender , como ſe deba aplicar à los demàs , y quan utiles ſean las referidas experiencias.

(·.·)

LI-

LIBRO VII.

De la medida del grado de Meridiano contiguo à el Equador en el Reyno de *Quito*.

SECCION I.

Determinacion de la medida geometrica ſegun mis Obſervaciones.

CAPITULO I.

Medida de la Baſe fundamental del Llano de Yaruquì.

DEſpues de haverſe ampliamente tratado en la Introduccion ſobre los motivos, que obligaron à dudar de la Figura eſphérica de la Tierra, que muchos años ha ſe tenía recibida, y hecho vèr, que el mejor modo de reſolver, ò determinar la verdadera conſiſte, en medir con la mayor juſtificacion, que fuere dable, las longitudes de dos grados de Meridiano terreſtre, el uno lo mas proximo, que ſe pudiere al Polo, y el otro ſobre el Equador, para que con eſto, ſi ſe hallare alguna diferencia en ellas, ſea ſenſible à los Obſervadores, y no ſe les confunda con los yerros, que pueden producir los Inſtrumentos, pues de eſta diferencia ſe debe concluir la verdadera Figura de la Tierra, como queda notado en la Introduccion à eſta

Obra;

Obra; donde ſe dixo, que para que la tal Figura de la Tierra ſea Eſphérica, la diferencia en grados debe ſer ninguna, para que ſea longa debe exceder el grado del Meridiano en el Equador à el inmediato à el Polo; y al contrario para que ſea lata: parece, que no nos queda mas que advertir, ſino el methodo, que nos propuſimos de medir el del Equador, à que fuímos deſtinados, y entrar luego en las operaciones, que ſe practicaron.

El modo mas exacto, que haſta al preſente ſe conozca, de concluir la longitud de los grados terreſtres, conſiſte, en medir geometricamente, con buenos Inſtrumentos un terreno de 60, 80, ò mas leguas, que corra Norte Sur, el qual no ſerà mas que una porcion, ò arco de Meridiano terreſtre: y deſpues averiguar Aſtronomicamente, con Inſtrumentos aùn mas juſtificados, que los primeros, la diferencia en Latitud de los dos extremos de dicho terreno, que ſe llama *amplitud del arco*: pues partiendo las toeſas, ò varas, que comprehendiere el terreno, ò arco del Meridiano, por los grados de la amplitud del miſmo arco, debe venir al quociente el valor del grado terreſtre.

Las mas de las veces ſucede, que no ſe halla en el terreno la diſpoſicion conveniente para poderle medir exactamente Norte Sur, pues los Montes, que ſe interponen, obligan à deſviarſe à un lado, ò à otro; y en tal caſo la medida no es perfectamente un arco de Meridiano; pero ſe reduce facilmente, como es bien ſabido, aquélla à èſte, por medio de las operaciones trigonometricas, ſin que quede en ello el menor yerro.

Eſte fuè pues el modo, que nos propuſimos de medir nueſtro grado contiguo à el Equador; y para ponerle en practica, nos pareciò dàr principio por la medida geome-

trica, y à èſta, por la de una Baſe fundamental. Para eſte efecto, deſde nueſtro arribo à *Quito*, ſe procuraron examinar todos los llanos adequados à el intento; pero entre los varios que ſe preſentaron, lo fuè mas por ſu uniformidad el de *Yaruquì*, en quien ſe tomò por Baſe, la diſtancia deſde la Hacienda de *Oyambàro*, haſta el extremo de la de *Carabùru*, cuya llanura es muy unida, aunque con alguna inclinacion; y ſolo ſe hallaba en las cercanìas de *Oyambàro* una Quebrada de 9 toeſas de ancho, cuyo corto obſtáculo no era de momento alguno.

Procuramos linearle *M.M.Bouguer*, *la Condamine*, y yo, (interin ſe unia el reſto de la Compañia, que ſe hallaba en *Cayambe*) poniendo Señales à poco mas de 600 toeſas las unas de las otras, para guiar por ellas la medida en linea recta: en que tambien conſiſtìa lo exacto de la obra: de cuyas poſiciones quedamos aſſegurados, por cubrirſe exactamente las unas con las otras, quando nos poniamos en ſu direccion.

Deſpues de incorporada toda la Compañia, con los Inſtrumentos neceſſarios para medir la Baſe, yà lineada, pareciò mas conveniente, para la ſeguridad de la operacion, medirla ſeparadamente por dos partidos, en que ſe dividieſſe la Compañia: el uno que la midieſſe de *Carabùru* à *Oyambàro*, mientras el otro lo hacìa de *Oyambàro* à *Carabùru*: dexando la confrontacion de medidas, para deſpues de concluídas.

Con eſto *M. M. Bouguer*, *la Condamine*, y *Don Antonio de Ulloa* empezaron la medida deſde *Carabùru*, y *M. Godin*, y yo deſde *Oyambàro*: en cuyo principio ſe hizo una gran Señal, ſemejante à las que ſe fueron colocando deſpues en todo el extendido de la Meridiana, y à la que ſe vè en la fi-

figura 1 [a]; debaxo de la qual ſe puſo una piedra de Molino, y ſobre èſta, ſe hizo juſtamente en el parage donde caìa la vertical del Vertice de la Señal un pequeño punto, que ſirviò de principio à la medida de la Baſe: diligencia que ſe practicò igualmente en el otro extremo.

[a] Lam. 6

No era menos importante, para la exactitud de la medida de la Baſe, el methodo con que ſe debía hacer èſta, pues el corto yerro de una linea en cada 10 toeſas, produciría otro conſiderable de caſi 61 de èſtas en el grado. Eſta conſideracion no ſolo nos obligò à tomar entonces todas las precauciones, que pudimos precaver, ſino à hacer ahora relacion de ellas, para que ſe ſatisfaga el que leyere.

Hicieronſe tres perchas de tres pulgadas de grueſſo en quadro, largas de 20 pies cada una, de madera bien ſeca, para que fueſſen poco ſenſibles en las intemperies, y no faciles à tomar otra figura, que la recta; y en ſus extremos ſe le clavaron planchas de Cobre de linea y media de grueſſo (como ſe vè en la figura 2) para que eſtuvieſſen bien terminadas.

Para el govierno, y manejo de eſtas perchas al colocarlas en la direccion de la Baſe, y horizontalmente, ſe hicieron unos Cavalletes, ſemejantes con corta diferencia, à los que deſcribe *M. Caſsini* en ſu *medida de la Tierra* pag. 100: ſobre los quales ſe ſituaban, y daban todos los movimientos neceſſarios; pero con tanta lentitud, y trabajo, que nos fuè preciſo abandonarlos: deſde cuya reſolucion, fueron varias las idèas, que ſe nos preſentaron, para ſu mejor conſtruccion, las quales poniamos prontamente en practica, è ibamos ſucceſsivamente reformando, haſta que practicamos los Cavalletes de Pintor, que ſe vèn en la figura 3, los quales no ſolo ſe manejaban con prontitud; pero

guardaban firmemente las perchas en la ſituacion, que ſe ponian. Conſiſtian en tres palos taladrados en ſus extremos, por donde paſſaba una clavija *a*, que ſervìa de exe, tanto para mantenerles juntos, quanto para poner el piè del medio atràs, y los otros dos adelante: en *b* havìa clavada una ſortija, por donde paſſaba un cordel delgado, con cuyo extremo ſe ataba la percha prontamente, por medio de un ojal, y un boton, quedando el otro extremo firme en la clavija *d*: y bolteando èſta ſubía, y baxaba con ſuavidad la percha lo neceſſario.

El canto, ò extremo de la primera percha ſe ponía perpendicularmente ſobre el punto, de donde ſe empezaba à medir, por medio de un aplomo, que ſe dexaba caer de un hilo muy delgado A[a], que tocaba el piquete, donde ſe havìa dexado la obra el dia antecedente, y ſe empezaba aquel dia à proſeguir: colocabaſe la percha en la direccion de la Baſe, por medio de otro aplomo, que ſe tenìa en la mano; de lo qual ſe havìa encargado *M.Godin*, mientras yo procuraba ſituarla horizontalmente, por medio de un Nivèl de Viento, que ponìa encima de una regla de dos varas de largo, muy acepillada, y exacta, para evitar con ella las tenues deſigualdades de la percha.

[a] Fig. 4

Pueſta la primera percha, ſe colocaba la ſegunda, y tercera, en ſemejante methodo; haciendo ſe tocaſſen con prolixidad por ſus extremos, para que no ſe movieſſen de la ſituacion en que eſtaban; y ſe diſponìan como ſe vè en la figura 4: deſpues de lo qual, ſe paſſaba la mas atraſſada adelante, y ſe iba ganando terreno; de ſuerte, que ſiempre ſe veìan dos perchas ſin movimiento, y otra, que ſe eſtaba diſponiendo en linea, para ir abanzando en la medida.

La

La *Toesa* de hierro, que llevò *M. Godin* de *Parìs* iba ſiempre con noſotros, la qual eſtaba marcada con gran prolixidad, y ſe ponìa ſiempre à la ſombra, donde ni el Sol, ni el agua la maltrataſſen, y con el Thermometro à ſu lado, para que nos dieſſen el grado de calor, ò frio, que obtenìa, y ſe le pudieſſen hacer las correcciones eſſenciales ſobre eſte punto.

Todos los dias ſe median dos y tres veces las perchas, eſtando en una linea recta, tomando con un Compàs de vara la longitud de la *Toesa* con la mayor preciſion, y ſe iba transfiriendo ſobre las perchas, en las quales ſe havìan clavado tachuelas en los puntos donde caìa la punta del Compàs, para ſeñalar ſobre las cabezas exactamente cada toeſa: y ſiempre que ſe encontraba diferencia en la longitud de las perchas (que tenìan todas tres juntas en linea, 10 toeſas) ſe hacìa la correccion de añadir, ò ſubſtraer, lo que ſe havìa notado; teniendo cuydado de quitar la corta diferencia, que cauſaba el Compàs al medir las dos ultimas toeſas de los extremos; pues como las planchas de cobre eſtaban mas baxas, que la ſuperficie de las perchas, las dos ultimas toeſas ſe median inclinadas, y reducidas al plano, en que ſe medìan las otras, havìa $\frac{2}{27}$ de linea de correccion.

Siempre que el terreno iba declinando, y que las perchas, por haverlas de llevar horizontales, ſe hallaban muy altas, ò baxas en los Cavalletes, ſe reſtituían à ſu lugar, por medio de un aplomo, en la conformidad, que he dicho ſe operaba, quando ſe empezaba diariamente la medida, ò ſe finalizaba; dexando todas las noches un piquete bien clavado, en el qual teniamos marcado con un punto, el ſitio donde havia quedado la medida.

La

La obra ſe fuè haciendo, con quanta delicadeza ſe pudo emplear, empezando el dia 8 de Octubre de 1736: y eſtuvimos ocupados en ella, haſta 5 de Noviembre; pero todos los dias ſe abanzaba con mayor diligencia, pues ſi el primer dia no medimos mas de 40 toeſas, en los ultimos medimos 520, habilitados yà con la continuacion del trabajo, y quitados en los primeros dias los impedimentos.

Medimos deſpues la pequeña Quebrada por geometrìa, tomando los angulos con una plancheta; ſu anchura era ſolo de 9 toeſas: y agregada à la medida de las perchas, y hechas todas las correcciones preciſas, hallamos la Baſe en linea horizontal de 6272 toeſas, 4 pies, 2 pulgadas, y dos lineas.

Como ſe verà deſpues en la Seccion ſegunda, *Don Antonio de Ulloa*, con *M. M. Bouguer*, y *la Condamine* la concluyeron de 6272 toeſas, 4 pies, y 5 pulgadas, que no difiere de nueſtra determinacion mas que en dos pulgadas diez lineas; lo qual no sè ſi dependerà de caſualidad, ò exactitud: porque para quitar el eſcrupulo, que podìa haver por la comunicacion diaria de medidas, no ſe hizo mas de una, deſpues de concluìda la Baſe, en papeles reciprocos, dados al miſmo tiempo.

La diferencia aunque corta de las dos determinaciones, fuè preciſo dividirla, y tomar un medio entre las dos medidas: de ſuerte, que eſtablecimos la Baſe de 6272 toeſas, 4 pies, $3\frac{1}{2}$ pulgadas, que es la diſtancia horizontal deſde la Señal, que ſe hizo en la piedra de Molino, colocada en *Oyambàro*, haſta la Señal en la piedra de Molino, colocada en *Carabùru*.

Con eſta diſtancia horizontal eſtablecida, era preciſo con-

concluir la diſtancia en linea recta deſde la Señal de *Oyambàro* à la de *Carabùru*, para que tomada como Baſe fundamental, pudieramos, por el medio de obſervar angulos en varias Señales, ſituadas en los lugares mas ventajoſos, formar una ſérie de triangulos, que determinaſſen la Meridiana.

Si el terreno, en que medimos la Baſe, huviera ſido uniforme, ò eſtado todo en un miſmo plano, la diſtancia eſtablecida, fuera la de la horizontal, que paſſa por la mitad de la elevacion de *Oyambàro* ſobre *Carabùru*; pero como el terreno no ſe hallaba en el miſmo plano, como lo monſtraba patentemente ſu viſta, fuè neceſſario, aſignar la Baſe medida à otra elevacion, que la dicha. *M. Godin*, y yo en varias ocaſiones, que premeditamos eſte punto, juzgamos, (reſpeto de aproximarſe mas el terreno à la horizontal de *Carabùru*, que à la de *Oyambàro*) que la diſtancia medida podia, ſin yerro ſenſible, eſtablecerſe à un tercio de la elevacion de *Carabùru* à *Oyambàro*, pues diez toeſas de mas, ò menos elevacion, no aumentan, ni diſminuyen la Baſe, mas que de $\frac{1}{50}$ de toeſa con corta diferencia: por lo que eſcuſamos con mucha razon, el tomar, ù obſervar las varias inclinaciones del llano, para deducir por ellas la horizontal, que era la medida hallada: pues mas huviera ſido prolixidad, y pèrdida de tiempo, que utilidad.

La altura de *Oyambàro* viſta deſde *Carabùru*, y la depreſſion de *Carabùru* viſta deſde *Oyambàro* fueron obſervadas con el Quarto de circulo, el año 1736, varias veces: *M. Bouguer* daba la depreſſion de *Carabùru* deſde *Oyambàro* de 1° 12′ 20″; la qual no hallabamos *M. Godin*, y yo, mas que de 1° 11′ 45″: cuya variedad nos hizo examinar de nue-

nuevo el año 1737 las dos inclinaciones de los extremos de la Base, tomando para ello la precaucion (que guardamos en toda la medida de la Meridiana) de poner objetos en ambos extremos à la altura del Centro del Quarto de circulo, para que en ambas Obſervaciones, la viſual del anteojo fueſſe la miſma: y poniendo todo cuydado, hallamos de *Oyambàro*, *Carabùru* depreſſo 1° 11′ 35″
y de *Carabùru*, *Oyambàro* elevado 1 6 30

Con eſtos datos, para hallar la diſtancia directa de un extremo à otro de la Baſe, ſean

C[a] *Carabùru* [a Fig. 5 Lam. 7]

O *Oyambàro*

T el punto en la Tierra à donde ſe juntan las perpendiculares, tiradas à los Horizontes de los Lugares C y O, ò el Centro de la Tierra.[b]

ED la horizontal medida de 6272. t 4. p 3½ p, que ſe ſupone paſſar por el tercio de la altura HO de *Oyambàro* ſobre *Carabùru*.

Y ſiendo CB perpendicular à TC, el angulo BCO ſerà el de altura, obſervado en *Carabùru* de 1° 06′ 30″: y aſsimiſmo ſiendo FO perpendicular à OT, el angulo FOC ſerà el de depreſsion, obſervado en *Oyambàro* de 1° 11′ 35″.

Por lo qual ſerà en angulo COT = 88° 48′ 25″
y el angulo OCT = 90° + BCO = 91 06 30

Eſtos

b. Eſtas perpendiculares en la ſupoſicion de no ſer la Tierra una Eſphera, no ſe juntan en ſu centro, à menos que la direccion de la Baſe CO no ſea paralela à el Equador; y en la ſupoſicion de ſer la Tierra Lata, y nombrando ſu Exe 1, y el Diametro del Equador A, ſi la Baſe, ò lado corre ſegun el Meridiano, las perpendiculares ſe juntaràn, en las cercanìas del Equador donde medimos, à una diſtancia, expreſſada por $\frac{1}{A}$; pero que ſe junten à uno, ù otro punto, induce muy poco yerro en la medida, no tan ſolo de la Baſe, pero de qualquiera de los mayores lados de la Meridiana, ſiendo el mayor, que ſe puede cometer, de ſolas 2. lineas.

Eſtos dos angulos, con el formado en T, han de hacer dos rectos; por lo qual con tomar el ſuplemento de los dos primeros, ſe concluirà el angulo en T; pero para verificar las Obſervaciones de los dos angulos antecedentes, ſerà bueno hallar el angulo en T por otro methodo.

Si la figura de la Tierra no es Eſphérica, las lineas CT, y OT pueden juntarſe à mayor, ò menor diſtancia del centro, ſegun la figura, que ſe le quiſiere aſignar: por lo que puede haver variedad en el angulo CTO; pero qualquiera figura, que ſe ſuponga de las que los Authores modernos la atribuyen, induce muy poco yerro en dicho angulo; y no puede ſubir à mas de 5 ſegundos: por lo qual me parece, que para la mayor brevedad, ſe puede hallar eſte angulo (como los demàs, que en ſemejantes caſos ſe ofrecieren de la Meridiana) partiendo la diſtancia CO en toeſas por 16, pues el quociente darà el valor del angulo en T en ſegundos: que ſiempre llamarè *angulo en el centro de la Tierra*: en el preſente caſo ſerà de 6′ 32″; pero teniendole calculado mas exactamente de 6′ 37″ me valdrè de eſtè.

Angulo	COT =	88°	48′	25″
	OCT =	91	06	30
	CTO =	00	06	37
Suma		180	01	32.

El exceſſo 1′ 32″ viene ſin duda del poco yerro, que los Inſtrumentos pueden ocaſionar, ſin embargo de haverlos corregido del error de las diviſiones: pero lo mas cierto es, que proviene en la mayor parte de las refracciones terreſtres, que muchos tienen notadas, y eſtàn admiti-

tidas de los inteligentes.[a] Suponiendo, que en ambas Obſervaciones de *Carabùru*, y *Oyàmbàro* hayan ſido las refracciones iguales, tendrémos para cada una 46″, y ſe corregiràn las Obſervaciones como ſe ſigue.

Angulo COT . . . . . $= 88° 48′ 25″$
Refraccion ſubſtractiva 46
Verdadero angulo COT $= 88\ 47\ 39$

Angulo OCT . . . . . $= 91\ 06\ 30$
Refraccion ſubſtractiva 46
Verdadero angulo OCT $= 91\ 05\ 44$

Siendo el angulo en T de 6′ 37″, cada angulo HCT, CHT (por ſer el triangulo CHT yſoſceles) ſerà de 89° 56′ 41½″ y haviendoſe ſupueſto la horizontal ED[b] al tercio de la altura HO, ſeràn $EI = \frac{ED}{3} =$ 2090 toeſas, 5 pies, 5 pulgadas, y 2 lineas; y $ID = \frac{2ED}{3} =$ 4181 toeſas, 4 pies, 10 pulgadas, y 4 lineas: y en el triangulo CIE tendrémos conocidos, el angulo IEC $=$ HCT $=$ 89° 56′ 41½″, el angulo ICE (complemento de OCT) $=$ 88° 53′ 30″, y el lado EI $=$ 2090 toeſas, 5 pies, 5 pulgadas, 2 lineas: luego

ECI $= 88° 53′ 30″$
IEC $= 89\ 56\ 41\frac{1}{2}$

EI

a M. *Huguens* hizo varias experiencias ſobre ello, fixando un Teleſcopio à un objeto; y à cortas horas de intervalo le viò ſubir, y baxar del punto donde le havia pueſto, por motivo de la diverſa refraccion, que huvo en ellas, y diſtinta craſitud de la Atmoſphera.

b En rigor geometrico la ED medida es un arco porcion de la circunferencia de la Tierra; pero es lo miſmo ſuponerla cuerda del miſmo arco, de quien no ſe diferencia ſenſiblemente.

t p p l
IE = 2090. 5 5. 2.
IC = 2091. 1 9 3

De igual modo en el triangulo IOD ſon conocidos, el angulo IDO = $180° - CHO = 90° 03' 18\frac{1}{2}''$
IOD = 88 47 39

t p p l
y el lado ID = 4181. 4. 10. 4.: luego
IOD = $88° 47' 39''$
IDO = $90\ 03\ 18\frac{1}{2}$

t p p l
ID = 4181 4. 10. 04
IO = 4182 4 04 10

luego IC + IO = CO = 6274 toeſas, ò pies, 2 pulgadas, y una linea, que es la diſtancia en linea recta deſde *Carabùru* à *Oyambàro*: la qual el dia 24 de Agoſto de 1737 alargamos *M. Godin*, y yo 3 pulgadas, 8 lineas: y aſsi ſerà la verdadera diſtancia de 6274 toeſas, o pies, 5 pulgadas, 9 lineas: ò de 6274 toeſas, o pies, 6 pulgadas juſtas, por faltarle ſolo 3 lineas para ello.

CAPITULO II.

Del examen de las diviſiones de los Quartos de circulo.

ANtes de emprender una obra, es preciſo examinar ſiempre los Inſtrumentos con que ſe debe executar, para conocer los defectos, que pueden producir, y corregirlos, ò hacer el computo de la juſtificacion de ella. Por eſte motivo tuvimos preſente antes de empezar las Obſervaciones de los angulos, que formaban la Série de triangulos de la Meridiana, el examinar las diviſiones de

los Quartos de circulo, con que se debian observar: pues es cierto, que por mas cuydado, que el Operario ponga en executarlas, no dexarà de deslizarse en algun corto yerro; y mas quando son muchas las causas de donde puede producirse: porque quièn podrà estàr seguro de haver tomado exactamente una medida igual à otra? Quièn lo estarà de haver dividido un arco justamente en dos partes iguales? Y quièn de haver hallado exactamente el centro de un circulo? Todas son cosas muy faciles en la theorica, pero extremamente dificiles en la practica, quando se pide un cierto punto de precision.

Varios methodos se nos ofrecieron de examinar las divisiones de nuestros Quartos de circulo; pero de ellos era necessario excluir, los que podìan dàr igual, ò mayor yerro, que el que cometiò el Operario en la construccion de los Instrumentos. Uno de ellos es, el querer verificar con un Compàs la razon de cada cuerda del arco del Instrumento con su radio correspondiente, pues no hay seguridad alguna, en que la operacion del Observador sea mas exacta, que la del Operario.

Uno de los que practicamos *M. Godin*, *Don Antonio de Ulloa*, y yo fuè el mismo de que usò *M. de Maupertuis*, para verificar su Sector en Tornea: el qual tambien discurro muy expuesto à yerros, à causa de la medida geometrica, que es necessario practicar, de donde se concluye el angulo verdadero, que ha de corregir los del Instrumento: porque si en las medidas pequeñas se halla dificultad al practicarlas, es muy probable, que esta se aumente proporcionalmente en las mayores: y assi este genero de operacion no puede ser mas justificada, que la que hizo el Operario.

Otros

Otros dos methodos ſe nos ofrecieron, en los quales no ſe hallaban los inconvenientes de arriba: el primero obſervar los angulos de varios triangulos, y tomar ſu diferencia à 180 grados; combinandolos de tal ſuerte, que ſe hallaban las correcciones de todos los grados: y el ſegundo obſervando primeramente en quatro angulos rectos toda la buelta del Horizonte, cuya quarta parte del exceſſo, ò defecto à 360 grados era la correccion del grado 90; y obſervando un angulo recto en dos de 45 grados, la mitad del exceſſo, ò defecto à 90 la correccion para 45; y aſsi procediendo haſta adquirir la de todos los grados.

Todos eſtos methodos ſe practicaron, y repitieron, para aſſegurarnos de las verdaderas correcciones, y poderlas emplear en las obſervaciones de la Meridiana: en ellos encontramos varios reparos, y atenciones muy curioſas, que neceſsitarìan para ſu explicacion, que nos detuvieſſemos largamente; pero como no ſe pretenda dàr mas que el aviſo de las precauciones, que ſe obſervaron, y el methodo con que ſe practicaron, parece, que ſerà ſuficiente la corta explicacion dada.

Con eſto los angulos, que obſervamos en la Série de triangulos, que ſe verà, no tan ſolamente fueron corregidos del yerro de los anteojos, y otros, que de ordinario ſe conocen por los Inteligentes, pero aſsimiſmo de los que pudimos conocer de la conſtruccion de las diviſiones del Inſtrumento, por los methodos arriba referidos.

CA-

CAPITULO III.

De los Angulos de la Série de Triangulos, que se formò, y calculo de sus lados.

YA medida la Base, se fueron tomando los angulos de posicion con los Quartos de circulo de los extremos de ella, y de las demàs Señales, que componìan la Série de triangulos, segun dixe en el Libro segundo pagina 51, y se fueron calculando las distancias de unas Señales à otras: esto es, siendo AB [a] la Base, con los tres angulos del triangulo ABC, observados, se concluìa AC; con este lado, y los tres angulos del triangulo ACD se concluìa CD; y assi en los demàs.

[a] Fig. 10 Lam. 4

Es cierto, que el haver observado los dos angulos de cada triangulo huviera sido bastante; pero para quedar del todo assegurados, de que no nos haviamos equivocado observandolos, tuvimos por conveniente, se observassen todos tres; mas para aliviar el trabajo, y adelantarle, se dividiò (como se hizo para la Base) la Compañìa en dos: *M. M. Bouguer*, *la Condamine*, y *Don Antonio de Ulloa* iban por un lado, tomando angulos; quando *M. Godin*, y yo los observabamos por otro: se tenìa dispuesto el orden de tal suerte, que cada Compañìa observaba dos angulos de cada triangulo, y el tercero le era comunicado por la otra. Con esta providencia, no tan solo se conseguìa el estàr seguros de las Observaciones, y se aliviaba el trabajo adelantandole, pero se hacìa dos veces la medida, y se tenìa la seguridad cotejando una con otra de no haverse equivocado.

Los angulos de toda la Série de triangulos corregidos como tengo dicho, empezando desde la Base, son los que se

ſe ſiguen en eſta tabla : en la qual los grados , minutos , y ſegundos notados al lado de las Señales , ſon el valor del angulo formado en aquella Señal , comprehendido entre las otras dos que la acompañan. La primera coluna de angulos ſon los que fielmente ſe hallaron , ù obſervaron, haviendolos ſolo ſubſtraìdo las correcciones , que arriba ſe mencionaron ; y la ſegunda los miſmos corregidos arbitrariamente , de ſuerte , que la ſuma de los tres de cada triangulo ſea de 180 grados. Aunque he dicho arbitrariamente , es neceſſario entender , que fuè con mucha reflexion : porque ſi no ſe tenìa tanta ſeguridad en un angulo de un triangulo como en los otros dos , ſe hechaba la correccion totalmente ſobre el primero : otras veces ſobre dos ; y quando ſucedìa , que ſe tenìa entera ſatisfaccion de los tres , ſe repartìa la correccion igualmente entre todos.

1. Triangulo.

Señales		Angulos obſervados			Angulos corregidos.		
A *Oyambàro*		63°	47′	40″	63°	47′	42″
B *Carabùru*		77	35	30½	77	35	32
C *Pambamarca*		38	36	44	38	36	46
	Suma -	179	59	54½	180	00	00

2.

Señales						
A *Oyambàro*	74	10	44½	74	10	58
C *Pambamarca*	69	46	13	69	46	32
D *Tanlagua*	36	02	20¼	36	02	30
	179	59	17¾	180	00	00

Se-

3.

Señales.	Angulos observados.			Angulos corregidos.		
D *Tanlagua*	65°	39′	37″	65°	39′	42″
E *Guàpulo*	67	17	33½	67	17	33½
C *Pambamarca*	47	02	38	47	02	44½
	179	59	48½	180	00	00

4.

E *Guàpulo*	72	08	53¾	72	08	52
F *Guamanì*	59	53	52	59	53	50
C *Pambamarca*	47	57	20¾	47	57	18
	180	00	06½	180	00	00

5.

E *Guàpulo*	69	25	56¾	69	25	54
F *Guamanì*	74	00	14	74	00	12
G *Corazòn*	36	33	56	36	33	54
	180	00	06¾	180	00	00

6.

E *Guàpulo*	38	05	12¾	38	05	10
G *Corazòn*	58	53	29	58	53	26
H *Chinchulagua*	83	01	27	83	01	24
	180	00	08¾	180	00	00

7.

G *Corazòn*	36	14	50½	36	14	53
H *Chinchulagua*	66	29	32	66	29	34½
I *Limpie-Pongo*	77	15	30	77	15	32½
	179	59	52½	180	00	00

8.

Señales.	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
G *Corazòn*	66° 43′ 23″	66° 43′ $25\frac{1}{2}$″
I *Limpie-Pòngo*	73 23 $32\frac{1}{2}$	73 23 35
K *Milìn*	39 52 57	39 52 $59\frac{1}{2}$
	179 59 $52\frac{1}{2}$	180 00 00

9.

G *Corazòn*	41 36 47	41 36 45
K *Milìn*	44 16 48	44 16 47
L *Papaurcu*	94 06 $28\frac{1}{2}$	94 06 28
	180 00 $03\frac{1}{2}$	180 00 00

10.

K *Milìn*	60 31 59	60 31 59
L *Papaurcu*	60 31 32	60 31 34
M *Vengotaſin*	58 56 27	58 56 27
	179 59 58	180 00 00

11.

K *Milìn*	52 18 08	52 18 $06\frac{2}{2}$
N *Chulapu*	49 18 $11\frac{1}{2}$	49 18 $11\frac{1}{2}$
M *Vengotaſin*	78 23 42	78 23 42
	180 00 $01\frac{1}{2}$	180 00 00

12.

M *Vengotaſin*	34 47 55	34 48 21
N *Chulapu*	73 54 03	73 54 03
O *Jivicatſu*	71 17 36	71 17 36
	179 59 34	180 00 00

13.

Señales.	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
N *Chulapu*	75° 56′ 18″	75° 56′ 22″
O *Jiÿicatſu*	68 53 15	68 53 18
P *Chichichoco*	35 10 16	35 10 20
	179 59 49	180 00 00

14.

O *Jiÿicatſu*	34 29 33	34 29 33
Q *Mulmùl*	73 24 27	73 24 27
P *Chichichoco*	72 05 59	72 06 00
	179 59 59	180 00 00

15.

P *Chichichoco*	48 51 40½	48 51 40
Q *Mulmùl*	54 19 15½	54 19 15
R *Guayama*	76 49 06	76 49 05
	180 00 02	180 00 00

16.

Q *Mulmùl*	60 49 40	60 49 38
R *Guayama*	91 22 27	91 22 25
S *Ilmàl*	27 47 59	27 47 57
	180 00 06	180 00 00

Haviendonos parecido el angulo en *Ilmàl* pequeño, de que podìa reſultar yerro en el lado RS à poca diferencia del verdadero angulo; ſe reſolviò rectificar el miſmo lado por nuevos triangulos, que ſon los que ſe vèn formados de puntos; pero haviendo hallado el lado RS de igual magnitud, tanto por el primer methodo, como por el ſe-

ſegundo , à cortas pulgadas de diferencia , me parece, que para no confundir la obra, ſerà bueno no hacer mencion de los triangulos puntuados.

17. Triangulo.

Señales.	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
R *Guayama*	71° 35′ 55¾″	71° 35′ 55″
T *Siſa-Pòngo*	41 03 30½	41 03 30
S *Ilmàl*	67 20 36	67 20 35
	180 00 02¼	180 00 00

18.

T *Siſà-Pòngo*	48 31 38	48 31 40
V *Sèſgum*	67 48 24	67 48 25
S *Ilmàl*	63 39 53	63 39 55
	179 59 55	180 00 00

19.

T *Siſà-Pòngo*	47 28 35	47 28 35
V *Sèſgum*	52 00 56	52 00 56
U *Lanlanguſo*	80 30 29	80 30 29
	180 00 00	180 00 00

20.

V *Sèſgum*	71 00 57	71 00 57
U *Lanlanguſo*	47 46 09	47 46 34
X *Senegualàp*	61 12 29	61 12 29
	179 59 35	180 00 00

21.

Señales.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
U *Lanlanguſo*	66°	28′	40″	66°	28′	27″
X *Senegualàp*	55	40	46	55	40	46
Y *Chusày*	57	50	$46\frac{3}{4}$	57	50	47
	180	00	$12\frac{3}{4}$	180	00	00

22.

Señales.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
X *Senegualàp*	78	05	$57\frac{1}{2}$	78	05	$57\frac{1}{2}$
Y *Chusày*	45	22	03	45	21	56
Z *Tiolòma*	56	32	32	56	32	$06\frac{1}{2}$
	180	00	$32\frac{1}{2}$	180	00	00

23.

Señales.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
Y *Chusày*	50	53	07	50	53	07
Z *Tiolóma*	51	55	$36\frac{1}{2}$	51	55	22
α *Sinaſaguàn*	77	11	31	77	11	31
	180	00	$14\frac{1}{2}$	180	00	00

24.

Señales.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
Z *Tiolòma*	56	59	52	56	59	44
α *Sinaſaguàn*	50	38	00	50	38	$52\frac{1}{2}$
β *Quinoalòma*	72	21	$23\frac{1}{2}$	72	21	$23\frac{1}{2}$
	179	59	$15\frac{1}{2}$	180	00	00

25.

Señales.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
α *Sinaſaguàn*	86	39	05	86	39	09
β *Quinoalòma*	48	53	$40\frac{1}{2}$	48	53	44
γ *Bueràn*	44	27	04	44	27	07
	179	59	$49\frac{1}{2}$	180	00	00

26.

Señales	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
β *Quinoalòma*	47 25 01½	47 24 46
γ *Bueràn*	47 12 00	47 11 44
δ *Yaſuaì*	85 23 45½	85 23 30
	180 00 47	180 00 00

27.

Señales	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
γ *Bueràn*	85 07 22	85 07 21
δ *Yaſuaì*	32 55 18	32 55 17
π *Surampàlte*	61 57 23	61 57 22
	180 00 03	180 00 00

28.

Señales	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
δ *Yaſuaì*	Eſte angulo ſe concluyò.	33 40 21
π *Surampàlte*	87 14 17	87 14 17
θ *Guanacàuri*	59 05 22	59 05 22
		180 00 00

29.

Señales	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
π *Surampàlte*	20 33 14	20 33 16
ε *La Torre de Cuenca*	66 06 33½	66 06 35
θ *Guanacàuri*	93 20 07	93 20 09
	179 59 54½	180 00 00

Deſpues de eſtos triangulos, ſe formaron los otros, que ſe vèn puntuados, para hallar la diſtancia de *Guanacàuri* (θ) à *los Baños* (ζ), que fuè ſegunda Baſe examinada para verificar la Série de los triangulos. Medimos eſta Baſe *M. Godin*, y yo de la miſma ſuerte, que la de *Yaruquì*, y con iguales precauciones; en cuya obra empleamos 21 dias.

dias. El llano en que ſe halla, que eſtà contiguo à la Ciudad de *Cuenca*, no era tan commodo como el de *Yaruquì*, pues tuvo algunas paredes, que derribar, y dos Rios de tres quartas, à una vara de agua de profundidad, que paſſar midiendo: lo que hizimos por medio de los Cavalletes; aunque con la incomodidad del agua, que nos daba caſi à la cintura. Otro Rio algo mas caudaloſo, que es el que paſſa cerca de *Guanacàuri*, lo medimos geometricamente por dos pequeños triangulos: cuyos angulos obſervamos con el Quarto de circulo. En fin hecha toda correccion conforme ſe dixo en la medida de la Baſe de *Yaruquì*, y agregandole la porcion geometrica, hallamos la diſtancia de *Guanacàuri* (θ) à *los Baños* (ξ) de 6197 toeſas, 3 pies, y 8 pulgadas; y la miſma diſtancia por la Série de triangulos la hallè de 6196.^{t} 3.^{p} 07 pulgadas. Deſde luego ſe preſenta à la viſta la diferencia 1 toeſa 0 pies 1 pulgada, que ſe diſcurrirà provenir de la medida de los triangulos; pero ſi ſe atiende à que el temperamento de la Baſe de *Cuenca*, ò de *Guanacàuri* à *los Baños* no era tan calido como el de la Baſe de *Yaruquì*, ſe verà, que conviene una medida con otra. El temperamento medio de la Baſe de *Yaruquì* lo obſervamos de 1023 en el Thermometro de *M. de Reaumur*; y el de la Baſe de *Cuenca* de 1016; cuya diferencia es de 7 partes, ò grados; à las quales correſponden ſegun el Libro IV. de la dilatacion de los Metales $\frac{18\frac{1}{2}}{100}$ de linea de dilatacion en cada toeſa; luego à las 6197 les correſponderàn 7 pies 11½ pulgadas; de donde quitando 6 pies 1 pulgada de la diferencia antecedente, quedaràn ſolamente 1 piè 10½ pulgadas de diferencia, deſpues de una Série de triangulos tan larga.

Deſ-

Despues de medida la Base de *Cuenca*, y examinada por las Latitudes de esta Ciudad, y la de *Yaruquì*, que nuestra Sèrie de triangulos no comprehendìa aun tres grados de Meridiano, nos pareciò que debiamos prolongarla por la parte del Norte hasta que comprehendiera à lo menos dichos tres grados. Algunos han procurado persuadirnos à que no se debe medir mas de un grado de Meridiano para que su conclusion salga menos erronea; pero muy al contrario otros con razones mas sólidas tienen por cierto, que quanto mas larga se hiciesse la medida: esto es, quanto mas grande fuere el arco que se midiere, mas exacta se tendrà la conclusion del grado. Para vèr esto patentemente no es necessario mas, que atender à que el yerro, que se puede cometer en la conclusion del grado, no puede proceder mas, que de los que se cometieren en las Observaciones Astronómicas, ò determinacion de la amplitud del arco, y de los que resultaren en la medida geometrica: estos poniendonos en el peor caso, se pueden aumentar proporcionalmente à la magnitud de la medida; pero dividiendo èsta despues por la amplitud del arco, para concluir el valor del grado, disminuyen dichos yerros en la misma razon, que antes se aumentaron; y assi por lo tocante à estos, no nos daràn mas, ni menos exacta la conclusion del grado, que se mida grande, ò pequeño el arco de Meridiano. No resulta lo proprio de los que se cometieren en las Observaciones Astronómicas, pues estos no pueden aumentar, ni disminuir, porque sea pequeña, ò grande la amplitud del arco; y como al dividir por èsta la longitud del mismo, para concluir el valor del grado hayan de disminuirse segun fuere mas grande dicho arco, es evidente, que quanto mas grande se midiere èste, menos

nos ſenſibles ſeràn los yerros en la concluſion del grado.

Eſtas reflexiones nos determinaron, como he dicho, à prolongar la Série de triangulos, haſta que comprehendieſſe à lo menos tres grados: y para ello le añadimos por la parte del Norte los triangulos, que ſe ſiguen.

30. Triangulo.

Señales	Angulos obſervados	Angulos corregidos.
E *Guàpulo*	72° 53′ 15½″	72° 54′ 10″
C *Pambamarca*	32 01 15	32 01 30
ζ *Campanario*	75 02 20	75 04 20
	179 56 50½	180 00 00

31.

Señales	Angulos obſervados	Angulos corregidos.
C *Pambamarca*	96 21 10	96 21 12
ζ *Campanario*	38 07 36	38 07 38
Φ *Cosìn*	45 31 08½	45 31 10
	179 59 54½	180 00 00

32.

Señales	Angulos obſervados	Angulos corregidos.
ζ *Campanario*	38 02 27	38 02 27
Φ *Cosìn*	75 42 01½	75 42 01½
Ψ *Cuicòcha*	66 15 49	66 15 31½
	180 00 17½	180 00 00

33.

Señales	Angulos obſervados	Angulos corregidos.
Φ *Cosìn*	59 48 00	59 48 04
Ψ *Cuicòcha*	82 20 59	82 21 03
ω *Mira*	37 50 49	37 50 53
	179 59 48	180 00 00

Con

Con los angulos de todos eſtos triangulos obſervados, comprobados, y corregidos, y con la Baſe de *Yaruquì* de 6274 toeſas, y 6 pulgadas entrarémos à calcular el valor de todos los lados de la parte occidental de la Série, para con ellos determinar deſpues el valor del arco terreſtre, que comprehende.

Reſolucion de los Triangulos.

1. Triangulo.

ACB 38° 36′ 46″
ABC 77 35 32
AB 6274 $\frac{1}{12}$ toeſas
AC 9819 +

2. Triangulo.

ADC 36° 02′ 30″
CAD 74 10 58
AC 9819 + toeſas
CD 16056 +

3.

CED 67° 17′ 33½″
CDE 65 39 42
CD 16056 + toeſas
CE 15859 —

4.

CFE 59° 53′ 50″
ECF 47 57 18
CE 15859 — toeſas
EF 13613 —

5.

EGF 36 33 54
EFG 74 00 12
EF 13613 — toeſas
EG 21965.864 +

6.

EHG 83 01 24
GEH 38 05 10
EG 21965.864 + toeſas
GH 13651 —

7.

GIH 77 15 32½
GHI 66 29 34½
GH 13651 — toeſas
GI 12834 —

8.

GKI 39 52 59½
GIK 73 23 35
GI 12834 — toeſas
GK 19179.609 +

9.

GLK 94° 06′ 28″
KGL 41 36 45
GK 19179.609+ toesas
KL 12770—

10.

KML 58° 56′ 27″
KLM 60 31 34
KL 12770— toesas
KM 12978—

11.

KNM 49 18 $11\frac{1}{2}$
KMN 78 23 42
KM 12978— toesas
KN 16767.152—

11.

KNM 49 18 $11\frac{1}{2}$
MKN 52 18 $06\frac{1}{2}$
KM 12978— toesas
MN 13544—

12.

MON 71 17 36
NMO 34 48 21
MN 13544— toesas
NO 8162—

13.

NPO 35 10 20
NOP 68 53 18
NO 8162— toesas
NP 13218.061—

13.

NPO 35 10 20
ONP 75 56 22
NO 8162— toesas
OP 13745—

14.

OQP 73 24 27
POQ 34 29 33
OP 13745— toesas
PQ 8122—

15.

PRQ 76 49 05
PQR 54 19 15
PQ 8122— toesas
PR 6775.772+

15.

PRQ 76 49 05
QPR 48 51 40
PQ 8122— toesas
QR 6282+

16.

OSR 27 47 57
RQS 60 49 38
QR 6282+ toesas
RS 11761+

17.

RTS 41 03 30
SRT 67 20 35
RS 11761+ toesas
RT 16524.693+

17.

RTS 41° 03′ 30″
SRT 71 35 55
RS 11761 + toeſas
ST 16991 —

18.

SVT 67° 48′ 25″
TSV 63 39 55
ST 16991 — toeſas
TV 16446 +

19.

TUV 80 30 29
TVU 52 00 56
TV 16446 + toeſas
TU 13142.313 +

19.

TUV 80 30 29
VTU 47 28 35
TV 16446 + toeſas
VU 12289 —

20.

VXU 61 12 29
UVX 71 00 57
VU 12289 — toeſas
UX 13260 —

21.

UYX 57 50 47
UXY 55 40 46
UX 13260 — toeſas
UY 12935.128 —

21.

UYX 57 50 47
XUX 66 28 27
UX 13260 — toeſas
XY 14360 +

22.

XZY 56 32 06½
YXZ 78 05 57½
XY 14360 + toeſas
YZ 16844 —

23.

YαZ 77 11 31
YZα 51 55 22
YZ 16844 — toeſas
Yα 13597.398 —

23.

YαZ 77 11 31
ZYα 50 53 07
YZ 16844 — toeſas
Zα 13402 +

24.

Zβα 72 21 23½
αZβ 56 59 44
Zα 13402 + toeſas
αβ 11794 +

25.

αγβ 44 27 07
αβγ 48 53 44
αβ 11794 + toeſas
αγ 12690.320 +

25.		26.	
αγβ	44° 27′ 07″	βδγ	85° 23′ 30″
βαγ	86 39 09	γβδ	47 24 46
αβ	11794+ toeſas	βγ	16813— toeſas
βγ	16813—	γδ	12419—

27.		27.	
γπδ	61 57 22	γπδ	61 57 22
γδπ	32 55 17	δγπ	85 07 21
γδ	12419— toeſas	γδ	12419— toeſas
γπ	7647.190+	δπ	14020—

28.		29.	
δθπ	59 05 22	πεθ	66 06 35
πδθ	33 40 21	πθε	93 20 09
δπ	14020— toeſas	πθ	9060— toeſas
πθ	9060—	πε	9892.084+

30.		30.	
CζE	75 04 20	CζE	75 04 20
ECζ	32 01 30	CEζ	72 54 10
EC	15859— toeſas	EC	15859— toeſas
Eζ	8703.393+	Cζ	15687+

31.		32.	
CΦζ	45 31 10	ζΨΦ	66 15 31½
ζCΦ	96 21 12	ζΦΨ	75 42 01½
Cζ	15687+ toeſas	ζΦ	21851+ toeſas
ζΦ	21851+	ζΨ	23132.220+

32.		33.	
ζΨΦ	66 15 31½	ΦωΨ	37 50 53
ΦζΨ	38 02 27	ΨΦω	59 48 04
ζΦ	21851+ toeſas	ΦΨ	14710+ toeſas
ΦΨ	14710+	Ψω	20721.275

Del calculo antecedente ſe deduce la tabla, que ſe ſigue.

Ta-

Tabla de las diſtancias, que entre sì tienen las Señales occidentales de la Série de Triangulos.

De	*Mira* (ω) à *Cuichocha* (Ψ)	20721.275 toeſas
	Cuichocha (Ψ) à Campanario (ζ)	23132.220
	Campanario (ζ) à *Guàpulo* (E)	8703.392
	Guàpulo (E) al *Corazòn* (G)	21965.864
	Corazòn (G) à *Milìn* (K)	19179.609
	Milìn (K) à *Chulàpu* (N)	16767.152
	Chulàpu (N) à *Chichichoco* (P)	13218.061
	Chichichoco (P) à *Guayàma* (R)	6775.772
	Guayàma (R) à *Siſà-Pòngo* (T)	16524.693
	Siſà-Pòngo (T) à *Lanlangùſo* (U)	13142.313
	Lanlangùſo (U) à *Chuſaì* (Y)	12935.128
	Chuſaì (Y) à *Sinaſaguàn* (α)	13597.398
	Sinaſaguàn (α) à *Bueràn* (γ)	12690.320
	Bueràn (γ) à *Surampàlte* (π)	7647.190
	Surampàlte (π) à la *Torre de Cuenca* (ε)	9892.084

CAPITULO IV.

De la reduccion de las diſtancias occidentales de la Série de triangulos à horizontales.

POr ſer el terreno del Reyno de *Quito* muy montuoſo, y quebrado, las unas Señales eſtaban muy elevadas reſpeto de las otras, y ſus diſtancias aſignadas ſe midieron por conſiguiente en diſtintos planos; es pues preciſo redu- cir-

cirlas à uno miſmo, que ſerà el horizontal: y para ello ſea AB[a] la diſtancia de una Señal à otra; T el centro de la Tierra, ò punto donde ſe juntan las perpendiculares à los Horizontes de las Señales A, y B; y el angulo ATB ſerà el *angulo en el centro de la Tierra*, que yà ſe dixo ſe hallarà ſu valor en ſegundos, partiendo la diſtancia AB en toeſas por 16. Tireſe AC, BD perpendiculares à AT, TB; y el angulo BAC ſerà el de altura de la Señal B viſta de A; y el DBA el de la depreſsion de la Señal A viſta de B. Tireſe tambien AE de ſuerte, que el triangulo AET ſea yſoſceles; y EB ſerà la altura de la Señal B, ſobre la horizontal de la Señal A; y AE ſu diſtancia horizontal al nivèl de la Señal A.

[a] Fig. 6 Lam. 7

Por la conſtruccion de la figura es evidente, que BEA $= 90^\circ + \frac{ETA}{2}$; y tambien CAE $= \frac{ETA}{2}$; luego ABE (complemento de la depreſsion DBA) $= 90^\circ -$ BAC $-$ ATE; y DBA (angulo de la depreſsion) $=$ BAC (angulo de la altura) $+$ ATE: eſto es, el angulo de depreſsion es mayor, que el de altura del *angulo en el centro de la Tierra* ATE; y para hallar la diſtancia horizontal AE tendrémos ſiempre eſta analogía.

BEA $= 90^\circ + \frac{ETA}{2}$, es à

ABE (complem. de la depreſ.) $= 90 -$ BAC (ang. de alt.) $-$ATE: como

BA diſtancia de una Señal à otra, à

AE ſu diſtancia horizontal.

Los angulos de altura de las Señales las unas reſpeto de las otras, que obſervamos (ſegun dixe en el Lib. 2 pag. 49) deſde los proprios ſitios, con todo cuydado, y atencion, ſon los que ſe ſiguen.

Ta-

Tabla de los angulos de altura de unas Señales reſpeto de otras, que ſon neceſſarios para el calculo de los triangulos.

		Angulos de altura, ò depreſsion.
De *Mira* (ω) ſe obſervò	*Cuicòcha* (Ψ)	2° 01′ 05″ alt.
Campanario (ζ)	*Cuicòcha* (Ψ)	0 21 39
	Cosìn (Φ)	0 22 55
	Guàpulo (E)	1 56 10 dep.
Guàpulo (E),	*Campanario* (ζ)	1 46 35 alt.
	el Corazòn (G)	1 34 15½
Oyambàro (A)	*Pambamarca* (C)	4 20 29
	Tanlagua (D)	1 18 30
el Corazòn (G)	*Milìn* (K)	1 24 35 dep.
Milìn (K)	*el Corazòn* (G)	1 05 42½ alt.
	Chulàpu (N)	0 24 35
Chulàpu (N)	*Milìn* (K)	42 03 dep.
	Chichichoco (P)	39 55
Chichichoco (P)	*Chulàpu* (N)	27 05 alt.
	Guayàma (R)	3 29 35
Guayàma (R)	*Siſa-Pòngo* (T)	0 38 52 dep.
Siſa-Pòngo (T)	*Guayàma* (R)	0 22 47 alt.
	Lanlanguſo (U)	0 29 45
Lanlanguſo (U)	*Siſa-Pòngo* (T)	0 42 35 dep.
	Chuſaì (Y)	1 20 05
Sèſgum (V)	*Lanlanguſo* (U)	1 52 20 alt.
Chuſaì (V)	*Lanlanguſo* (U)	07 50½
	Sinaſaguàn (α)	29 02

De

De *Sinaſaguàn* (α) *Chuſaì* (Y)	1° 42′ 24″dep.
Bueran (γ)	43 04
Bueràn (γ) *Sinſaguàn* (α)	30 42 alt.
Surampàlte (π)	14 38 dep.
Yaſuaì (♌) *Bueràn* (γ)	0 21 08 alt.
Surampàlte (π) *Bueràn* (γ)	1 07 07½
la Torre de Cuenca	2 55 27½dep.

Reduccion de los lados à horizontales.

Lado ωΨ = 20721.275 toeſas

De Mira (ω) altura de *Cuicòcha* (Ψ) [a]	2° 01′ 05″
Angulo en el centro de la Tierra	0 21 35
De *Cuicócha* (Ψ) depreſsion de Mira (ω)	2 22 40
Su complemento	87 37 20

Analogía.

$90^\circ\ 10'\ 47\frac{1}{2}'' : 87^\circ\ 37'\ 20'' =$ (ωΨ) 20721.275 :
(ωΨ horizontal) 20703.536

Lado Ψζ = 23132.220

De Campanario (ζ) altura de *Cuicòcha* (Ψ)	0° 21′ 39″
Angulo en el centro de la Tierra	0 24 06
De *Cuicòcha* (Ψ) depreſ. de Campanario (ζ)	0 45 45
Su complemento	89 14 15

$90^\circ\ 12'\ 03'' : 89^\circ\ 14'\ 15'' =$ (Ψζ) 23132.220 :
(Ψζ horizontal) 23130.299

La-

a. Eſtas alturas debieran corregirſe de la refraccion terreſtre, que las altera. Por varias obſerveciones , que ſe hicieron de alturas , y depreſsiones de las Señales en toda la Sèrie de triangulos , procurè deducir la refraccion, que le correſpondìa à cada Señal reſpeto de ſu altura, y diſtancia ; pero hallè tal variedad en ello, que algunas obſervaciones daban la refraccion negativa , ò contraria de lo que debìan : por cuyo motivo , è inducir poco yerro el tomar un minuto mas, ò menos grandes eſtos angulos para las operaciones que ſe ſiguen , me pareciò omitirlas ; no obſtante en la ocaſion , que ſe obſervò altura, y depreſsion de Señales correſpondientes, tòmo un medio entre las dos, que es lo propio, que empleàr la refraccion.

Lado ζE = 8703. 393

De *Guàpulo* (E) altura de *Campanario* (ζ)	1°	46′	35″
Angulo en el centro de la Tierra	0	09	04
De *Campanario* (ζ) depreſsion de *Guàpulo* (E)	1	55	39
Obſervada ſe hallò	1	56	10
Medio entre las dos	1	55	55
Su complemento	88	04	05

90° 04′ 32″ : 88° 04′ 05″ = (ζE) 8703. 393:
(ζE horizontàl) 8698. 453

Lado EG = 21965. 864

De *Guàpulo* (E) altura del *Corazòn* (G)	1°	34′	15½″
Angulo en el centro de la Tierra	0	22	53
Del *Corazòn* (G) depreſsion de *Guàpulo* (E)	1	57	08½
Su complemento	88	02	51½

90° 11′ 26½″ : 88° 02′ 51½″ = (EG) 21965. 864:
(EG horizontàl) 21953. 234

Lado GK = 19179. 609

De *Milìn* (K) altura del *Corazòn* (G)	1°	05′	42½″
Angulo en el centro de la Tierra	0	19	59
Del *Corazon* (G) depreſsion de *Milìn* (K)	1	25	41½
Obſervada ſe hallò	1	24	35
Medio entre las dos	1	25	08
Su complemento	88	34	52

90° 09′ 59½″ : 88° 34′ 52″ = (GK) 19179. 609:
(GK horizontàl) 19173. 809.

Lado KN = 16767. 152

De *Milìn* (K) altura de *Chulàpu* (N)	0°	24′	35″
Angulo en el centro de la Tierra	0	17	28

De *Chulàpu* (N) depreſsion de *Milìn* (K) 0° 42′ 03″
Obſervada ſe hallò 0 40 40
Medio entre las dos 0 41 $21\frac{1}{2}$
Su complemento 89 18 $38\frac{1}{2}$
$90^\circ\ 08'\ 44'' : 89^\circ\ 18'\ 38\frac{1}{2}'' =$ (KN) 16767.152:
(KN horizontàl) 16765.992

Lado NP = 13218.061

De *Chichichòco* (P) altura de *Chulàpu* (N) 0° 27′ 05″
Angulo en el centro de la Tierra 0 13 46
De *Chulàpu* (N) depreſsion de *Chichichòco* (P) 0 40 51
Obſervada ſe hallò 0 39 55
Medio entre las dos 0 40 23
Su complemento 89 19 37
$90^\circ\ 06'\ 53'' : 89^\circ\ 19'\ 37'' =$ (NP) 13218.061:
(NP horizontàl) 13217.175

Lado PR = 6775.772

De *Chichichòco* (P) altura de *Guayàma* (R) 3° 29′ 35″
Angulo en el centro de la Tierra 0 07 $03\frac{1}{2}$
De *Guayàma* (R) depreſ. de *Chichichóco* (P) 3 36 $38\frac{1}{2}$
Su complemento 86 23 $21\frac{1}{2}$
$90^\circ\ 03'\ 31\frac{3}{4}'' : 86^\circ\ 23'\ 21\frac{1}{2}'' =$ (PR) 6775.772:
(PR horizontàl) 6762.335

Lado RT = 16524.693

De *Siſa-Pòngo* (T) altura de *Guayàma* (R) 0° 22′ 47″
Angulo en el centro de la Tierra 0 17 13
De *Guayàma* (R) depreſ. de *Siſa-Pòngo* (T) 0 40 00
Obſervada ſe hallò 0 38 52
Medio entre las dos 0 39 26
Su complemento 89 20 34
$90^\circ\ 08'\ 36\frac{1}{2}'' : 89^\circ\ 20'\ 34'' =$ (RT) 16524.693:
(RT horizontàl) 16523.658

La-

Lado TU = 13142.313

De *Siſa-Pòngo* (T) altura de *Lanlangùſo* (U)	0° 29′ 45″
Angulo en el centro de la Tierra	0 13 41
De *Lanlangùſo* (U) depreſ. de *Siſa-Pòngo* (T)	0 43 26
Obſervada ſe hallò	0 42 35
Medio entre las dos	0 43 00½
Su complemento	89 16 59½

90° 06′ 50½″ : 89° 16′ 59½″ = (TU) 13142.313:
(TU horizontàl) 13141.311

Lado UY = 12935.128

De *Chuſaì* (Y) altura de *Lanlangùſo* (U)	1° 07′ 50″
Angulo en el centro de la Tierra	0 13 28
De *Lanlangùſo* (U) depreſsion de *Chuſaì* (Y)	1 21 19
Obſervada ſe hallò	1 20 05
Medio entre las dos	1 20 42
Su complemento	88 39 18

90° 06′ 44½″ : 88° 39′ 18″ = (UY) 12935.128:
(UY horizontàl) 12931.589

Lado Yα = 13597.398

De *Chuſaì* (Y) altura de *Sinaſaguàn* (α)	1° 29′ 02″
Angulo en el centro de la Tierra	0 14 10
De *Sinaſaguàn* (α) depreſsion de *Chuſaì* (Y)	1 43 12
Obſervada ſe hallò	1 42 24
Medio entre las dos	1 42 48
Su complemento	88 17 12

90° 07′ 05″ : 88° 17′ 12″ = (Yα) 13597.398.
(Yα horizontàl) 13591.351

Lado $\alpha\gamma = 12690.320$

De *Bueràn* (γ) altura de *Sinaſaguàn* (α)	1°	30′	42″
Angulo en el centro de la Tierra	0	13	13
De *Sinaſaguàn* (α) depreſsion de *Bueràn* (γ)	1	43	55
Obſervada ſe hallò	1	43	04
Medio entre las dos	1	43	29½
Su complemento	88	16	30½

$90° \ 06' \ 36\frac{1}{2}'' \ 88° \ 16' \ 30\frac{1}{2}'' = (\alpha\gamma) \ 1269.320$:
($\alpha\gamma$ horizontàl) 12684.594

Lado $\gamma\pi = 7647.190$

De *Surampàlte* (π) altura de *Bueràn* (γ)	1°	07′	07½″
Angulo en el centro de la Tierra	0	07	58
De *Bueràn* (γ) depreſsion de *Surampàlte* (π)	1	15	05½
Obſervada ſe hallò	1	14	38
Medio entre las dos	1	14	51¾
Su complemento	88	45	08¼

$90° \ 03' \ 59''$: $88° \ 45' \ 08\frac{1}{4}'' = (\gamma\pi) \ 7647.190$:
($\gamma\pi$ horizontàl) 7645.400

Lado $\pi\varepsilon = 9892.084$

De *Surampàlte* (π) depr. *de la Torre de Cuenca*	2°	55′	27½″
Su complemento	87	04	32½
Angulo en el centro de la Tierra	0	10	18

$90° \ 05' \ 09''$: $87° \ 04' \ 32\frac{1}{2}'' = (\pi\varepsilon) \ 9892.084$:
($\pi\varepsilon$ horizontàl) 9879.214

Del calculo antecedente ſe deduce la tabla, que ſe ſigue.

Ta-

Tabla de las diſtancias horizontales de unas Señales à otras: eſto es, al nivèl de la Señal mas baxa de las dos de quienes ſe dà la diſtancia.

De *Mira* (ω) à *Cuicòcha* (Ψ)	20703.536 toeſas
Cuicòcha (Ψ) à *Campanario* (ζ)	23130.299
Campanario (ζ) à *Guàpulo* (E)	8698.453
Guàpulo (E) al *Corazòn* (G)	21953.245
el Corazòn (G) à *Milìn* (K)	19173.809
Milìn (K) à *Chulàpu* (N)	16765.992
Chulàpu (N) à *Chichichoco* (P)	13217.175
Chichichoco (P) à *Guayàma* (R)	6762.335
Guayàma (R) à *Siſà-Pòngo* (T)	16529.658
Siſà-Pòngo (T) à *Lanlangùſo* (U)	13141.311
Lanlangùſo (U) à *Chuſaì* (Y)	12931.589
Chuſaì (Y) à *Sinaſaguàn* (α)	13591.351
Sinaſaguàn (α) à *Bueràn* (γ)	12684.594
Bueràn (γ) à *Surampàlte* (π)	7645.400
Surampàlte (π) à la *Torre de Cuenca* (ε)	9879.214

CAPITULO V.

De las Obſervaciones de Azimuth del Sol; y deduccion de las inclinaciones de los lados de los triangulos reſpeto del Meridiano.

DE las diſtancias horizontales concluìdas, es preciſo deducir las diſtancias entre los Paralelos de todas las Señales; cuya ſuma darà la longitud del arco de Meridia-

diano terreſtre : pero para eſte efecto, es preciſo conocer las inclinaciones de los lados occidentales de los triangulos, reſpeto del Meridiano; para lo qual ſe hicieron en el diſcurſo de la obra las obſervaciones de los angulos Azimuthales, que el Sol formaba con las Señales mas immediatas, que ſe ſiguen.

El dia 25 de Noviembre de 1736 deſde la Señal de *Oyambàro* (A) *M. Godin* obſervò, teniendo el centro del Sol 11° 40′ 55″ de altura, el angulo entre el limbo Septentrional del Sol, y la Señal de *Pambamarca* (C) de 66° 28′ 38″.

En la Eſtereographica proyeccion de la Eſphera, ſobre el plano del Meridiano, ſean

[a] Fig. 7 Lam. 6

HR[a] el Horizonte
NS el Exe de la Eſphera
RS la altura de Polo de *Oyambàro*
Z el Zenith
P la Señal de *Pambamarca*
O el centro del Sol
PZ ſerà el complemento de la altura de *Pambamarca* ſobre el Horizonte

OZ el complemento de la altura del Sol ſobre el Horizonte; y la porcion del circulo maximo PO comprehenderà los grados del angulo obſervado entre la Señal de *Pambamarca*, y el Sol.

En el triangulo PZO conocidos los tres lados, ſe puede venir en conocimiento del angulo horizontàl PZO. Y en el triangulo OZS, ſiendo SZ el complemento de la Latitud de *Oyambàro*, y SO el complemento de la Declinacion del Sol à la hora de la obſervacion, ſe tienen conocidos los tres lados; luego ſe conocerà el angulo Azimuthal OZS, que aña-

añadido à PZO, darà el angulo PZS, que el Azimuth de *Pambamarca* formaba con el Meridiano, ò la inclinacion de la Señal con el Meridiano, que es lo que se desea.

Calculo.

Altura del centro del Sol	11°	40′	55″
Refraccion substractiva	0	4	40
Altura verdadera del centro del Sol	11	36	15
Altura de la Señal de *Pambamarca*	4	20	29
Angulo observado del limbo Sept. del Sol	66	28	38
Semidiamet. aparente del Sol de *M. Louville*	00	16	15
Angulo observado del centro del Sol	66	44	53

Complemento de la alt. del centro del Sol	78	23	45
de *Pambamarca*	85	39	31
Angulo observado del centro del Sol	66	44	53
Suma	230	48	09
Semisuma	115	24	$04\frac{1}{2}$
Diferencia primera	37	00	$19\frac{1}{2}$
segunda	29	44	$33\frac{1}{2}$
Seno del angulo $\frac{PZO}{2}$	23	34	04

luego angulo horizontàl entre la Señal de Pambamarca, y el centro del Sol 67° 08′ 08″.

Complemento de la alt. del centro del Sol	78	23	45
Latitud de *Oyambàro* [a]	89	48	40
Declinacion del Sol à la hora de la observ. [b]	69	06	13

[a] Lib. 2. pag. 36.

Su-

b. Para calcular la Declinacion del Sol se tomò la maxima de 23° 28′ 20″ conforme à lo que se determinò en el Libro primero pag. 18.

Suma	237	18	38
Semiſuma	118	39	19
Diferencia primera	40	15	34
ſegunda	28	50	39
Seno del angulo $\frac{OZS}{2}$	34	20	34

luego angulo Azimuthàl del centro del Sol à la hora de la Obſervacion 68° 41′ 08″;
que añadido à el angulo horizontàl entre la Señal de *Pambamarca*, y el centro del Sol 67° 08′ 08″,
tendrémos el angulo PZS de 135 49 16
cuyo ſuplemento dà la inclinacion de la Señal de *Pambamarca* del Norte al Eſte, ò el angulo HZP de 44 10 44

a Fig. 10 Lam. 4

El dia 26 de Noviembre del miſmo año deſde la propia Señal de *Oyambàro* (A) [a] *M. Godin* obſervò, teniendo de altura el centro del Sol 11° 44′ 35″, el angulo entre el limbo Septentrionàl del Sol, y la Señal de *Pambamarca* (C) de 66° 39′ 28″

Los datos para eſte calculo ſon

Altura del centro del Sol	11	44	35
Refraccion ſubſtractiva	00	4	39
Altura verdadera del Sol	11	39	56
Angulo obſervado del limbo Sept. del Sol	66	39	28
Semidiametro aparente de *M. de Louville*	00	16	15
Angulo obſervado del centro del Sol	66	55	43
El complem. de la altura de *Pambamarca* (C)	85	39	31
Latitud de *Oyambàro* (A)	89	48	40
Declinacion del Sol	68	54	52

Con los quales, haciendo el calculo como en el antecedente,

te, ſe hallarà la inclinacion de *Pambamarca* del Norte al Eſte, ò el angulo HZP[a] de 44° 11′ 30″

[a] Fig. 7 Lam. 6

El miſmo dia 26 de Noviembre deſde la propia Señal de *Oyambàro* (A)[b] *M. Godin*, *Don Antonio de Ulloa*, y yo, teniendo de altura el centro del Sol 1° 46′ 30″, obſervamos el angulo entre el limbo Septentrionàl del Sol, y la Señal de *Tanlàgua* (D) de 80° 49′ 27½″

[b] Fig. 10 Lam. 4

Los datos para el calculo ſon

Altura del centro del Sol	1°	46′	30″
Refraccion ſubſtractiva	0	22	37
Altura verdadera del centro del Sol	1	23	53
Altura de *Tanlàgua* (D)	1	18	30
Angulo obſervado del limbo Sept. del Sol	80	49	27½
Semidiam. aparente del Sol de *M. de Louville*	0	16	15
Angulo obſervado del centro del Sol	81	05	42½
El complem. de la Latitud de *Oyambàro* (A)	89	48	40
Declinacion del Sol	68	49	44

Con los quales haciendo el calculo, ſe hallarà la inclinacion de *Tanlàgua* (D) del Norte al Oeſte de 30° 03′ 01″

El dia 21 de Febrero de 1739 deſde la Señal de *Sèſgum* (V), eſtando el Sol, y la Señal de *Lanlangùſo* (U) dentro del miſmo anteojo, obſervamos *M. Godin*, y yo con el Micrometro, el angulo que formaba el limbo Septentrionàl del Sol con dicha Señal de 00° 21′ 35½″

Los datos para el calculo ſon

La Latitud de *Sèſgum* (V) calculada es de	1°	52′	12″
La altura de la Señal de *Lanlangùſo* (U) que es la miſma, que la del centro del Sol	1	52	20
Refraccion ſubſtractiva	0	21	57
Altura verdadera del centro del Sol	1	30	23
El complemento de la Declinacion del Sol	79	34	15

Con los quales, haciendo el calculo, ſe hallarà la inclinacion de *Lanlangùſo* (U) del Sur al Oeſte de 80° 14′ 31″

El dia 8 de Julio de 1739 deſde la Señal de *Yaſuaì* (ᔑ), *M. Godin*, y yo obſervamos el angulo entre el limbo Meridionàl del Sol, y la Señal de *Bueràn* (γ), eſtando el Sol à la parte Meridionàl de la Señal, de 2° 30′ 49″

Los datos para el calculo ſon

Altura de la Señal de *Bueràn* (γ), que es la miſma que la del centro del Sol	0°	21′	08″
Refraccion ſubſtractiva	0	31	08
Verdadera depreſsion del Sol	0	10	00
Latitud de *Yaſuaì*, (ᔑ) calculada	2	41	46
Declinacion del Sol	22	29	19
Semidiametro aparente del miſmo	00	15	47

Con los quales, haciendo el calculo, ſe hallarà la inclinacion de *Bueràn* (γ) del Norte al Oeſte de 65° 14′ 36″

El dia 20 de Febrero de 1744 deſde la Señal de *Campanario* (ζ) teniendo de altura el Sol 1° 45′ 06″, obſervè el angulo entre el limbo Meridionàl del Sol, y la Señal de *Cosìn* (φ) de 40° 28′ 13″

Los datos para el calculo ſon

Altura del centro del Sol	1	45	06
Refraccion ſubſtractiva	0	22	46
Altura verdadera del centro del Sol	1	22	20
Altura de *Cosìn* (φ)	00	22	55
Angulo obſervado del limbo Merid. del Sol	40	28	13
Semidiametro aparente del miſmo	00	16	13
Angulo obſervado del centro del Sol	40	12	00
Latitud de *Campanario*, (ζ) Sur calculada	00	02	30
Declinacion del Sol	11	01	41½

Con los quales, haciendo el calculo, ſe hallarà la inclinacion

cion de *Cosìn* (Φ) del Norte al Eſte de 60° 50′ 16″

De las ſeis Obſervaciones ſe han deducido las inclinaciones, que ſe ſiguen.

1 }	De *Oyambàro*(A) *Pambamarca*(C) del N. al E.	44°	10′	44
2 }		44	11	30
3	*Tanlàgua*(D) del N. al O.	30	03	01
4	De *Sèſgum* (V) *Lanlanguſo* (U) del S. al O.	80	14	31
5	De *Yaſuaì* (ℵ) *Bueràn* (γ) del N. al O.	65	14	36
6	De *Campanàrio* (ζ) *Cosìn* (Φ) del N. al E.	60	50	16

Eſtas cinco inclinaciones no ſon ſuficientes, para calcular todas las diſtancias entre los paralelos de las Señales: es preciſo ſaber todas las inclinaciones de los lados occidentales de la Série de triangulos; las quales ſe pueden deducir, añadiendo à una inclinacion dada la ſuma de los tres angulos, formados en una Señal, y tomando el ſuplemento: eſto es, ſi ſe tiene conocida la inclinacion de Ψζ, y ſe le agregan los tres angulos Ψζ Φ, Φζ C, CζE, y ſe toma el ſuplemento de toda la ſuma, quedarà la inclinacion de ζ E del Sur al Eſte; pero es neceſſario advertir, que los tres angulos, que ſe han de agregar, han de ſer reducidos à horizontales; por lo que es preciſo, para obtener las inclinaciones de todos los lados occidentales, reducir todos los angulos formados en las Señales occidentales à horizontales, y tambien uno formado en *Oyambàro*, y *Pambamarca*, cuya operacion es la miſma, que hice para reducir à horizontàl el angulo obſervado entre las Señales, y el Sol en las Obſervaciones de Azimuth: eſto es, ſi P[a] repreſenta una Señal, y O otra, el arco de circulo maximo PO comprehenderà el angulo obſervado entre las dos Señales P, O; y teniendo conocidos los complementos de ſus alturas ſobre el Horizonte PZ, OZ, ſe conoceràn los

[a] Fig. 7. Lam. 6.

 tres

tres lados del triangulo PZO, por donde ſe vendrà en conocimiento del angulo PZO, que es el horizontàl, comprehendido entre dichas Señales, P, O.

[a] Fig.10. Lam.4.

Reduccion de los angulos formados en *Cuicòcha* (Ψ)[a] à horizontales.

De *Cuicòcha*(Ψ) depreſsion de *Mira* (ω)+90°	92°	22′	40″
Cosìn(Φ)+90	90	09	58
Ang.en *Cuicòcha*(Ψ)entre *Mira*(ω) y *Cosìn*(Φ)	82	21	03
Suma	264	53	41
Semiſuma	132	26	50½
Diferencia primera	40	04	10½
ſegunda	42	16	52½
Seno de la mitad del angulo	41	10	32
luego angulo horizontàl en *Cuicòcha* (Ψ) entre *Mira* (ω), y *Cosìn* (Φ)	82	21	04
De *Cuicòcha* (Ψ) depreſ. de *Cosìn* (Φ)+90°	90	09	58
Campan.(ζ)+90°	90	45	45
Angulo en *Cuicòcha* (Ψ) entre *Cosìn* (Φ), y *Campanàrio* (ζ)	16	15	31½

y ſiguiendo el calculo ſe hallarà eſte angulo reducido à horizontàl de 66° 15′ 32″.

Reduccion de los angulos formados en *Campanàrio* (ζ) à horizontales.

De *Camp.* (ζ) compl.de la alt. de *Cuicòcha* (Ψ)	89°	38′	21″
Cosìn (Φ)	89	37	05
Ang.en *Camp.*(ζ) entre *Cuicòcha*(Ψ)y *Cosìn*(Φ)	38	02	27
que dà el horizontàl de	38	02	30

De

De *Camp.*(ζ) comp. de la altura de *Cosìn* (φ)	89°	37′	05″
Pamba.(C)	89	04	10
Angul.en *Camp.*(ζ) entre *Cosìn*(φ) y *Pamb.*(C)	38	07	38
de donde ſe deduce el horizontàl	38	07	34
De *Camp.*(ζ) compl.de la altura de *Pamb.*(C)	89	04	10
depreſ. de *Guàpulo* (E)+90°	91	55	55
Ang.en *Camp.*(ζ) entre *Pamb.*(C) y *Guàpul.*(E)	75	04	20
de donde ſe deduce el horizontàl	75	01	44

Reduccion del angulo formado en *Oyambàro* (A) entre *Pambamàrca* (C) y *Tanlàgua* (D) à horizontàl.

Complemento de la altura de *Pambamàrca*(C)	85°	39′	31″
Tanlàgua (D)	88	41	30
Angulo obſervado	74	10	58
de donde ſe deduce el horizontàl	74	14	06

Reduccion del angulo formado en *Pambamàrca* (C) entre *Oyambàro* (A) y *Campanàrio* (ζ) à horizontàl.

Complem. de la depreſ. de *Oyambàro* (A)	85°	29′	33″
Campanàrio (ζ)	88	47	50
Angulo obſervado	54	47	44½
de donde ſe deduce el horizontàl	54	46	38½

Reduccion de los angulos en *Guàpulo* (E)

Complem. de la altura de *Campanàrio* (ζ)	88°	13′	25″
Pambamàrca (C)	88	03	45
Angulo obſervado	72	54	10
de donde ſe deduce el horizontàl	72	56	50
Complem. de la altura de *Pambamàrca* (C)	88	03	45
Guamanì (F)	87	51	30

An-

Angulo obſervado	72°	08′	52″
horizontàl	72	12	02
Complemento de la altura de *Guamanì* (F)	87	51	30
el Corazòn (G)	88	25	45
Angulo obſervado	69	25	54
horizontàl	69	28	17

Reduccion de los angulos en el *Corazòn* (G)

Depreſsion de *Guàpulo* (E)+90°	91°	57′	08½″
Chinchulàgua (H)+90°	90	48	39
Angulo obſervado	58	53	26
horizontàl	58	53	58
Depreſsion de *Chinchulàgua* (H)+90°	90	48	39
Limpie-Pòngo (I)+90°	90	08	39
Angulo obſervado	36	14	53
horizontàl	36	14	36
Depreſsion de *Limpie-Pòngo* (I)+90°	90	08	39
Milìn (K)+90°	91	25	08
Angulo obſervado	66	43	25½
horizontàl	66	43	12

Reduccion de los angulos en *Milìn* (K)

Complemento de la altura del *Corazòn* (G)	88°	54′	17½″
Papaùrcu (L)	89	56	37
Angulo obſervado	44	16	47
horizontàl	44	16	14
Complemento de la altura de *Papaùrcu* (L)	89	56	37
Vengotasìn (M)	88	48	40

An-

Angulo obſervado	60°	31′	59″
horizontàl	60	31	39
Complemento de la altura de *Vengotasìn* (M)	88	48	40
Chulàpu (N)	89	35	25
Angulo obſervado	52	18	06½
horizontàl	52	18	06½

Reduccion de los angulos en *Chulàpu* (N)

Depreſsion de *Milìn* (K) + 90°	90°	41′	21½″
Complemento de la altura de *Vengotasìn* (M)	89	32	45
Angulo obſervado	49	18	11
horizontàl	49	17	27
Complemento de la altura de *Vengotasìn* (M)	89	32	45
Depreſsion de *Jivicàtſu* (O) + 90°	92	42	50
Angulo obſervado	73	54	03
horizontàl	73	51	34
Depreſsion de *Jivicàtſu* (O) + 90°	92	42	50
Chichichòco (P) + 90°	90	40	23
Angulo obſervado	75	56	22
horizontàl	75	57	18

Reduccion de los angulos en *Chichichòco* (P)

Complemento de la altura de *Chulàpu* (N)	89°	32′	55″
Depreſsion de *Jivicàtſu* (O) + 90°	91	09	19
Angulo obſervado	35	10	20
horizontàl	35	08	02

De-

Depreſsion de *Jiꝟicàtſu* (O) + 90°	91°	09′	19″
complemento de la altura de *Mulmùl* (Q)	88	46	55
Angulo obſervado	72	06	00
horizontàl	72	03	28

Complemento de la altura de *Mulmùl* (Q)	88	46	55
Guayàma (R)	86	30	25
Angulo obſervado	48	51	40
horizontàl	48	51	04

Reduccion de los angulos en *Guayàma* (R)

Depreſsion de *Chichichòco* (P) + 90°	93°	36	$38\frac{1}{2}$
Mulmùl (Q) + 90°	92	17	$57\frac{1}{2}$
Angulo obſervado	76	49	05
horizontàl	76	56	02

Depreſsion de *Mulmúl* (Q) + 90°	92	17	$57\frac{1}{2}$
Ilmàl (S) + 90°	91	34	$07\frac{1}{2}$
Angulo obſervado	91	22	25
horizontàl	91	26	16

Depreſsion de *Ilmàl* (S) + 90°	91	34	$07\frac{1}{2}$
Siſa-Pòngo (T) + 90°	90	39	26
Angulo obſervado	71	35	55
horizontàl	71	36	33

Reduccion de los angulos en *Siſa-Pòngo* (T)

Complemento de la altura de *Guayàma* (R)	89	37	13
Depreſsion de *Ilmàl* (S) + 90°	90	39	33
Angulo obſervado	41	03	30
horizontàl	41	02	45

De-

	°	′	″
Depreſsion de *Ilmàl* (S) + 90°	90°	39′	33″
Sèſgum (V) + 90°	91	06	33
Angulo obſervado	48	31	40
horizontàl	48	31	55
Depreſsion de *Sèſgūm* (V) + 90°	91	06	33
Complemento de la alt. de *Lanlangúſo* (U)	89	30	15
Angulo obſervado	47	28	35
horizontàl	47	27	06

Reduccion de los angulos en *Lanlangùſo* (U)

	°	′	″
Depreſsion de *Siſa-Pòngo* (T) + 90°	90	43	00½
Sèſgum (V) + 90°	92	04	20
Angulo obſervado	80	30	29
horizontàl	80	32	16
Depreſsion de *Sèſgum* (V) + 90°	92	04	20
Senegualàp (X) + 90°	90	22	35
Angulo obſervado	47	46	34
horizontàl	47	45	25
Depreſsion de *Senegualàp* (X) + 90°	90	22	35
Chuſaì (Y) + 90°	91	20	42
Angulo obſervado	66	28	27
horizontàl	66	28	35

Reduccion de los angulos en *Chuſaì* (Y)

	°	′	″
Complem. de la altura de *Lanlangúſo* (U)	88	52	09½
Senegualàp (X)	89	14	55
Angulo obſervado	57	50	47
horizontàl	57	51	14

Complem. de la altura de *Senegualàp* (X)	89°	14′	55″
Tiolòma (Z)	89	17	25
Angulo obſervado	45	21	56
horizontàl	45	22	10

Complemento de la altura de *Tiolòma* (Z)	89	17	25
Sinaſaguàn (α)	88	30	58
Angulo obſervado	50	53	07
horizontàl	50	53	32

Reduccion de los angulos en *Sinaſaguàn* (α)

Depreſsion de *Chuſaì* (Y) + 90°	91°	42′	48″
Tiolòma (Z) + 90°	90	40	14
Angulo obſervado	77	11	31
horizontàl	77	12	21

Depreſsion de *Tiolòma* (Z) + 90°	90	40	14
Quinoalòma (β) + 90°	91	33	06½
Angulo obſervado	50	38	52½
horizontàl	50	39	04

Depreſsion de *Quinoalòma* (β) + 90°	91	33	06½
Bueràn (γ) + 90°	91	43	29½
Angulo obſervado	86	39	09
horizontàl	86	41	48

Reduccion de los angulos en *Bueràn* (γ)

Complem. de la altura de *Sinaſaguàn* (α)	88°	29″	18″
Quinoalóma (β)	89	56	08
Angulo obſervado	44	27	07
horizontàl	44	26	02

Com-

Complem. de la altura de *Quinoalòma* (β)	89°	56′	08″
Depreſsion de *Yaſuaì* (♌) + 90°	90	32	28
Angulo obſervado	47	11	44
horizontàl	47	11	32

Depreſsion de *Yaſuaì* (♌) + 90°	90	32	28
Suralpàlte (π) + 90°	91	14	$51\frac{3}{4}$
Angulo obſervado	85	07	21
horizontàl	85	07	59

Reduccion de los angulos en *Suralpàlte* (π)

Complemento de la altura de *Bueràn* (γ)	88°	52′	$52\frac{1}{2}$″
Yaſuaì (♌)	89	50	$57\frac{1}{2}$
Angulo obſervado	61	57	22
horizontàl	61	57	13

Complemento de la altura de *Yaſuaì* (♌)	89	50	$57\frac{1}{2}$
Depreſsion de *Guanacàuri* (θ) + 90°	93	09	$02\frac{1}{2}$
Angulo obſervado	87	14	17
horizontàl	87	13	32

Depreſsion de *Guanacàuri* (θ) + 90°	93	09	$02\frac{1}{2}$
la Torre de Cuenca (ε) + 90°	92	55	$27\frac{1}{2}$
Angulo obſervado	20	33	16
horizontàl	20	34	57.

Haviendo reducido los angulos à horizontàles, ſe pueden, como queda dicho, hallar todas las inclinaciones de los lados occidentales de la Série de triangulos reſpeto del Meridiano.

Por la tercera Obſervacion de Azimuth, queda
Tanlagua (D) de *Oyambàro* (A) del N. al O. 30° 03′ 01″
lo que ſubſtraìdo del angulo horizontàl en
Oyambàro(A)entre *Tanl.*(D)y *Pambamàrca* (C), 74 14 06
quedarà ſegun eſte Azimuth de *Oyambàro*(A)
Pambamàrca (C) del N. al E. 44 11 05
Por el primerAzimuth es eſta miſma direc.de 44 10 44
ſegundo 44 11 30
medio arithmetico entre los tres 44 11 06½
añadiendole el angulo horiz.en Pambam.(C)
entre *Oyambàro* (A) y *Campanàrio* (ζ) 54 46 38½
ſe tendrà la ſuma 98 57 45
cuyo ſuplem. ſerà la inclin.de *Campanàrio* (ζ)
deſde *Pambamàrca* (C) del N. al O. 81 02 15
Añadiendole el angulo horiz. en *Campan.*(ζ)
entre *Pambamàrca* (C) y *Cosìn* (φ) 38 07 34
ſe tendrà la ſuma 119 09 49
cuyo ſuplem. ſerà la inclinacion de *Cosìn* (φ)
deſde *Campanàrio* (ζ) del N. al E. 60 50 11
que ſe diferencia muy poco del ultimoAzimuth
obſervado , que es de 60 50 16
y aſsi ſe puede tomar un medio,y aſſentar,que
de *Campanàrio*(ζ) queda *Cosìn* (φ)del N. al E. 60 50 13
Subſtrayendo el angulo horiz.en *Campan.* (ζ)
entre *Cosìn* (φ) y *Cuicòcha* (Ψ) 38 02 30
quedarà de *Camp.*(ζ) *Cuicòcha*(Ψ) del N. al E. 22 47 43
Subſtraìda eſta inclinacion de los dos angulos
horizontàles en *Cuicòcha* (Ψ) 148 36 36
quedan 125 48 53
y ſu ſuplem.dà la inclinacion de *Cuicòcha*(Ψ) à
Mìra (ω) del N. al E. 54 11 07

De

De *Campanàrio* (ζ) *Cuicòcha* (Ψ) del N. al E.	22°	47′	43″
Mas los tres ang. horizontàles en *Camp.*(ζ)	151	11	48
Suma	173	59	31
ſu ſupl.queda de *Camp.*(ζ)*Guàp.*(E)del S.al E.	06	00	29
Añadiendo la diferencia de los tres angulos horizontàles en *Guàpulo* (E) à 360°	145	22	51
Suma	151	23	20
ſu ſuplemento; queda de *Guàpulo* (E) el *Corazon* (G) del S. al O.	28	36	40
Añadien.los tres ang.horiz.en el *Corazòn*(G)	161	51	46
Suma menos 180°; queda del *Corazòn* (G) *Milìn* (K) del S. al O.	10	28	26
Añadiendo los tres ang.horiz. en *Milìn* (K)	157	05	59½
Suma	167	34	25½
ſu ſup.queda de *Milìn*(K) *Chul.*(N) del S.al E.	12	25	34½
Subſtrayendo de los tres angulos horizontàles en *Chulàpu* (N) menos 180°	19	06	19
quedarà la direccion de *Chulàpu* (N) à *Chichichòco* (P) del S. al O.	06	40	44½
Añadiendo los tres ang.horiz.en *Chichic.*(P)	156	02	34
Suma	162	43	18½
ſu ſuplem. queda de *Chichichòco* (P) *Guayàma* (R) del S. al E.	17	16	41½
Subſtrayendo eſto de los tres angulos horizontàles en *Guayama* (R) menos 180°	59	58	51
quedarà la direccion de *Guayama* (R) à *Siſa-Pòngo* (T) del S. al O.	42	42	09½
Añadien. los tres ang.hor.en *Siſa-Pongo*(T)	137	01	46
Suma	179	43	55½
ſu ſuplemento; queda de *Siſa-Pòngo*(T)*Lanlangùſo* (U) del S. al E.	00	16	04½

Subſ-

Subſtraìdo eſto del angulo horizontàl en *Lanlangùſo* (U) formado entre *Siſa-Pongo* (T) y *Sèſgum* (V) 80° 32′ 16″

quedarà de *Lanlang.*(U)*Sèſgum*(V) del N.al E. 80 16 11½

Por la Obſervacion de Azimuth 4.ª ſe hallò 80 14 31

cuya diferencia , deſpues de una Série tan larga de triangulos, ſolo es de 00 01 40½

que prueba la exactitud de los triangulos,y Obſervaciones.

Queda de *Lanlangùſo* (U) *Sèſgum* (V) ſegun la Obſervacion del N. al E. 80 14 31

à lo qual añadiendo los dos angulos horizontàles en *Lanlangùſo* (U) 144 14 00

Suma menos 180°; queda de *Lanlangùſo* (U) *Chuſaì* (Y) del S. al O. 14 28 31

Añadiendo los tres angulos horizontàles en *Chuſaì* (Y) 154 06 47

Suma 168 35 18

ſu ſuplemento ; queda de *Chuſaì* (Y) *Sinaſa-guàn* (α) del S. al E. 11 24 42

Subſtrayendo eſto de los tres angulos horizontàles en *Sinaſaguàn* (α) menos 180° 34 33 13

quedarà de *Sinaſag.*(α) *Bueràn* (γ)del S.al O. 23 08 31

Añadiendo los dos primeros angulos horizontàles en *Bueràn* (γ) 91 37 34

Suma 114 46 05

Su ſuplemento;queda de *Bueràn*(γ)*Yaſuaì*(δ) del S. al E. 65 13 55

Por la Obſervacion de Azimuth 5ª quedò 65 14 41

cuya diferencia es ſolo de 00 00 41

que prueba de nuevo lo exacto de las Obſervaciones.

Que-

Queda de *Sinasag.*(α) *Bueràn* (γ) del S. al O.	23° 08′ 31″
Añadiendo los tres angulos horizontàles en *Bueràn* (γ)	176 45 33
Suma menos 180°; queda de *Bueràn* (γ) *Surampàlte* (π) del S. al O.	19 54 04
Añadiendo los tres angulos horizontàles en *Surampàlte* (π)	169 45 42
Suma menos 180°; queda de *Surampàlte* (π) la *Torre de Cuenca* (ε) del S. al O.	09 39 46

De todo este calculo se deduce la tabla, que se sigue.

Tabla de las inclinaciones de los lados Occidentàles de la Série de triangulos respeto del Meridiano.

Queda de Mira(ω)*Cuicòcha*(Ψ)	54°	11′	07″	del S.al O.
Cuicòcha (Ψ)*Campanar.*(ζ)	24	47	43	
Campanario(ζ)*Guàpulo*(E)	06	00	29	del S. al E.
Guàpulo (E) *el Corazòn* (G)	28	36	40	del S.al O.
el Corazòn (G) *Milìn* (K)	10	28	26	
Milìn (K) *Chulàpu* (N)	12	25	34½	del S.al E.
Chulàpu(N) *Chichichòco* (P)	06	40	44½	del S.al O.
Chichichòco (P)*Guayàma*(R)	17	16	41½	del S.al E.
Guayàma(R)*Sisa-Pòngo*(T)	42	42	09½	del S.al O.
Sisa-Pòngo(T)*Lanlang.*(U)	00	16	04½	del S. al E.
Lanlangùso (U) *Chusaì* (Y)	14	28	31	del S.al O.
Chusaì (Y) *Sinasaguàn* (α)	11	24	42	del S. al E.
Sinasaguàn (α) *Bueràn*(γ)	23	08	31	del S.al O.
Bueràn (γ) *Surampàlte* (π)	19	54	04	
Sur.(π)*la Torre de Cuenca*(ε)	09	39	46	

CA-

CAPITULO VI.

Deduccion de las diſtancias entre los Paralelos de las Señales.

HAlladas yà las inclinaciones de los lados de la Série de triangulos reſpeto del Meridiano, podémos calcular las diſtancias entre los Paralelos de las Señales, explicando primero el methodo en que ſe deben deducir, y el motivo, que en el caſo preſente facilita el calculo.

En la Eſtereographica proyeccion de la Eſphera, ſobre el plano del Horizonte, ſean,

[a] Fig. 8. Lam. 6.

Z[a] el Zenith, y una Señal
A otra Señal
ZN un Meridiano
ZA un circulo de Azimuth
AN un circulo maximo, que paſſando por la Señal A cae perpendicularmente ſobre el Meridiano ZN.

Conſidereſé formado debaxo del triangulo Eſphérico ZAN, el rectilineo rectangulo ZAD, de ſuerte, que el lado ZD coincida con el Meridiano ZN, y lo miſmo la Hypothenuſa del triangulo rectilineo con el Azimuth ZA; quedando ſolo ſin coincidìr el lado AD con el circulo maximo AN; y el lado ZD del triangulo rectilineo ſerà menor, que el ZN del triangulo Eſphérico toda la porcion DN; mas èſta es tan corta, que ſe puede, ſin que ſe origine yerro ſenſible, tomar un lado por el otro en el calculo, y reſolver aſsimiſmo un triangulo por el otro; pero el circulo maximo AN, que cae perpendicularmente ſobre el Meridiano ZN, es por haverſe hecho la medida de la Sèrie de trian-

triangulos en el Equador el mismo Equador; luego es tambien el paralelo de la Señal A; y por consiguiente, la distancia ZN, ò ZD del triangulo rectilineo rectangulo ZDA es la de los paralelos de las Señales Z, y A; y para hallarla es suficiente la resolucion de este triangulo. De otra suerte por si se hiciere mas inteligible.

Puesta ZD por el Meridiano de la Señal Z, y AB por el de la Señal A, ZB por el paralelo de Z, y AD por el de A, tendrémos los angulos DAB, DZB rectos; pero los Meridianos ZD, AB, por haverse hecho la medida en el Equador son sensiblemente paralelos; luego los angulos ADZ, ZBA tambien seràn rectos; y por consiguiente la distancia ZD, entre los paralelos de las dos Señales, es la misma, que la del triangulo rectilineo ZDA; y se hallarà sin mas correccion con esta analogía.

Como el radio
Al Seno 2. de la inclinacion DZA
Asi la distancia de las Señales ZA reducida à horizontàl
A la distancia entre los paralelos ZD.

Esto supuesto, el calculo es como se sigue.

Hallar la distancia entre los Paralelos de ωΨ.[a]

[a] Fig. 10 Lam. 4

Radio	90° 00′ 00″
Seno 2. de la inclinaciòn	54 11 07
Distancia horizontàl Ψω	20703.536 toesas
Distancia entre los paralelos de ωΨ	12155.006

de Ψζ

Radio	90° 00′ 00″
Seno 2. de la inclinaciòn	22 47 48
Distancia horizontàl Ψζ	23130.299 toesas
Distancia entre los paralelos de Ψζ	21323.709

de ζE

Radio	90° 00′ 00″	
Seno 2. de la inclinaciòn	06 00 29	
Diſtancia horizontàl ζE	8698.453	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de ζE	8650.321	

de EG

Radio	90° 00 00	
Seno 2. de la inclinaciòn	28 36 40	
Diſtancia horizontàl EG	21953.234	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de EG	19272.536	

de GK

Radio	90° 00 00	
Seno 2. de la inclinaciòn	10 28 26	
Diſtancia horizontàl GK	16173.809	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de GK	18854.333	

de KN

Radio	90° 00 00	
Seno 2. de la inclinaciòn	12 25 34	
Diſtancia horizontàl KN	16765.992	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de KN	16373.266	

de NP

Radio	90° 00 00	
Seno 2. de la inclinaciòn	06 40 $44\frac{1}{2}$	
Diſtancia horizontàl NP	13217.175	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de NP	13127.474	

de PR

Radio	90° 00 00	
Seno 2. de la inclinaciòn	17 16 $41\frac{1}{2}$	
Diſtancia horizontàl PR	6762.335	toeſas
Diſtancia entre los paralelos de PR	6457.178	

de

de RT

Radio	$90^{\circ}\ 00'\ 00''$
Seno 2. de la inclinaciòn	$42\ 42\ 09\frac{1}{2}$
Diſtancia horizontàl RT	16523.658 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de RT	12142.961

de TU

Radio	90° 00 00
Seno 2. de la declinaciòn	$00\ 16\ 04\frac{1}{2}$
Diſtancia horizontàl TU	13141.311 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de TU	13141.167

de UY

Radio	90° 00 00
Seno 2. de la declinaciòn	14 28 31
Diſtancia horizontàl UY	12931.589 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de UY	12521.083

de Yα

Radio	90° 00 00
Seno 2. de la inclinacion	11 24 42
Diſtancia horizontàl Yα	13591.351 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de Yα	13322.659

de $\alpha\gamma$

Radio	90° 00 00
Seno 2. de la inclinaciòn	23 08 31
Diſtancia horizontàl $\alpha\gamma$	12684.594 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de $\alpha\gamma$	11663.917

de $\gamma\pi$

Radio	90° 00 00
Seno 2. de la inclinaciòn	19 54 04
Diſtancia horizontàl $\gamma\pi$	7645.400 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de $\gamma\pi$	7188.828

de $\pi\varepsilon$

Radio	90° 00′ 00″
Seno 2. de la inclinaciòn	09 39 46
Diſtancia horizontàl $\pi\varepsilon$	9879.214 toeſas
Diſtancia entre los paralelos de $\pi\varepsilon$	9739.055

Eſtas diſtancias entre los paralelos es neceſſario notar, que ſon à la elevacion de la Señal mas baxa de las dos de quienes ſe dà la diſtancia; reſpeto que à eſta altura, ò nivèl ſe calcularon las diſtancias horizontàles.

CAPITULO VII.

Reduccion de las diſtancias halladas entre los paralelos, al nivèl del Mar.

COmo las Señales de la Série de triangulos tenìan varias elevaciones, las unas reſpecto de las otras, y las diſtancias entre los paralelos aſignadas, ſon à la altura de las Señales mas baxas; eſtas diſtancias eſtàn todas en diſtintos planos paralelos al Horizonte; y es preciſo reducirlas à un miſmo plano: y como el nivèl del Mar le hayan tomado todos los Authores por la ſuperficie de la Tierra, ſerà à eſte plano al que ſe deban reducir; pero para ello, es preciſo inquirir primero las elevaciones de las Señales ſobre la ſuperficie del Mar.

Para eſta operacion tuvimos ſiempre preſente, en toda la medida de triangulos, el ligar las Señales con el Mar, por medio de otros triangulos; mas no ſe pudo eſto conſeguir por lo diſtante que eſtaba aquèl, por lo montuoſo, y quebrado del Paìs, y por las muchas Nubes, que impedìan continuamente el verle. Sin embargo de no haver conſeguido eſte deſignio, el Barometro diſcurro dà la determina-

nacion mas juſta de lo que ſe neceſsita para ſemejante operacion, pueſto que 100 toeſas de diferencia en la altura de las Señales no cauſa yerro ſenſible en el calculò.

En el Libro V. de las experiencias del Barometro[a] dimos la altura de la Ciudad de *Cuenca* ſobre la ſuperficie del Mar; à la qual ſe le añaden las varias alturas de las demàs Señales las unas reſpeto de las otras, ſe conſeguirà el calculo deſeado.

a pag. 130

Para calcular las varias elevaciones, ò alturas de unas Señales ſobre las otras, ſean

b. Fig. 6 Lam. 7

A[b] una Señal
B otra
T el centro de la Tierra

Tireſe AE de ſuerte, que el triangulo ATE ſea Yſoſceles; y la altura de la Señal B ſobre la A ſerà EB; la qual ſe hallarà con eſta analogìa.

$AEB = 90° + \frac{ETA}{2}$[c], es à BAE = à el angulo de altura $BAC + \frac{ETA}{2}$; como AB = à la diſtancia de una Señal à otra, à EB altura deſeada. Eſto ſupueſto el calculo es como ſe ſigue.

De la altura de ♆[d] ſobre ω.

d Fig. 10 Lam. 4

$90° + \frac{ETA}{2}$	90° 10′ 47″
es al angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	02 11 52½
como la diſtancia ♆ω	20721.275 toeſas
à la altura de ♆ ſobre ω	794.7

de

c. Es tambien el primer termino de las analogìas de la reduccion de los lados à horizontàles Cap. IV. pagina 174

de ♆ ſobre ζ

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 12′ 03″
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	00 33 42
Diſtancia ♆ζ	23132.220 toeſas
Altura de ♆ ſobre ζ	226.8

de ζ ſobre E

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 04′ 32″
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	01 51 23
Diſtancia ζE	8703.393 toeſas
Altura de ζ ſobre E	281.9

de G ſobre E

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 11 56½
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	01 46 12
Diſtancia EG	21965.864 toeſas
Altura de G ſobre E	678.5

de G ſobre K

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 09 59½
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	01 15 08½
Diſtancia GK	19179.609 toeſas
Altura de G ſobre K	419.2

de

de N ſobre K

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 08'\ 44''$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$00\ \ 32\ \ 37\frac{1}{2}$
Diſtancia KN	16767.152 toeſas
Altura de N ſobre K	159.1

de N ſobre P

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 06'\ 53''$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$00\ \ 33\ \ 30$
Diſtancia NP	13218.061 toeſas
Altura de N ſobre P	128.8

de R ſobre P

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 03\ \ 31\frac{3}{4}$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$03\ \ 33\ \ 06\frac{3}{4}$
Diſtancia PR	6775.772 toeſas
Altura de R ſobre P	419.8

de R ſobre T

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 08\ \ 36\frac{1}{2}$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$00\ \ 30\ \ 49\frac{1}{2}$
Diſtancia RT	16524.693 toeſas
Altura de R ſobre T	148.2

de

de U ſobre T

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 06′ 50½″
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	00 36 10
Diſtancia TU	13142.313 toeſas
Altura de U ſobre T	138.2

de U ſobre Y

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 06 44½
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	01 13 57¾
Diſtancia UY	12935.128 toeſas
Altura de U ſobre Y	278.2

de α ſobre Y

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 07 05
Angulo de altura +	01 35 43
Diſtancia Y α	13597.398 toeſas
Altura de α ſobre Y	378.5

de α ſobre γ

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	90° 06 36½
Angulo de altura +	01 36 53
Diſtancia ωγ	12690. 320 toeſas
Altura de α ſobre γ	357.6

de

de γ ſobre π

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 03'\ 59''$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$01\ \ 10\ \ 52\frac{3}{4}$
Diſtancia $\gamma\pi$	7647.190 toeſas
Altura de γ ſobre π	157.7

de π ſobre ε

$90^\circ + \frac{ETA}{2}$	$90^\circ\ 05\ \ 09$
Angulo de altura $+ \frac{ETA}{2}$	$02\ \ 50\ \ 18\frac{1}{2}$
Diſtencia $\pi\varepsilon$	9892.084 toeſas
Altura de π ſobre ε	489.8

La altura de la Ciudad de *Cuenca* ſobre la ſuperficie del Mar, ſegun el Libro V[a], es de 1402 toeſas; à la que agregando la altura de la Torre de la Igleſia mayor, que es la que ſervìa de Señal, ſe tendrà la altura de ε ſobre la ſuperficie del Mar de 1414. Si à eſta ſe añade la altura de π ſobre ε 489. 8 ſe tendrà la de π de 1903. 8 : con cuyo orden continuando ſe ha conſtruìdo la tabla, que ſe ſigue.

[a] pag. 130

Tabla de las alturas de las Señales occidentales de la Série de triangulos ſobre la ſuperficie del Mar.

Altura de	*Mira* (ω)	1333. 6 toeſas
	Cuicòcha (Ψ)	2128. 3
	Campanàrio (ζ)	1901. 1
	Guàpulo (E)	1619. 6

Altura de *el Corazòn* (G)	2298. 1 toesas
Milìn (K)	1878. 9
Chulàpu (N)	2038. 0
Chichichòco (P)	1909. 2
Guayàma (R)	2329. 0
Sisa-Pòngo (T)	2180. 8
Lanlangùso (U)	2319. 0
Chusaì (Y)	2040. 6
Sinasaguàn (α)	2419. 1
Bueràn (γ)	2061. 5
Surampàlte (π)	1903. 8
La Torre de Cuenca (ε)	1414. 0

Con esta tabla, para reducir las distancias entre los paralelos de las Señales al nivèl del Mar, sean,

[a] Fig. 9. Lam. 6.

EA [a] la distancia, que se ha de reducir
T el centro de la Tierra
BC el nivèl del Mar.

y tirando las dos lineas ET, AT; BC serà la distancia reducida; la que se conocerà con esta analogìa.

TE, el Radio de la Tierra mas la altura BE, es à
EA distancia propuesta : como
BE altura sobre el nivèl del Mar, à
EA—BC.

cuyo ultimo termino si se substràe de la distancia propuesta, se tendrà la verdadera, ò reducida; y despues del calculo hecho se tendràn las reducciones siguientes.

Distancia entre los paralelos de ωΨ	12115.006 toesas
menos lo que la Casa, que sirviò de Señal en *Mira* estaba al Norte del Observatorio, del qual nos sirviò una Hacienda cercana de *Pueblo viejo*	170.62

re-

residuo 11944.386 toesas
Substraccion por $1333\frac{1}{2}$ toesas de altura
de ω sobre el Mar 4.843
Distancia entre los paral. de ωΨ reducida 11939.543

Entre los paralelos de Ψζ 21323.709
Subst. por $1901\frac{1}{2}$ toesas de altura de ζ 12.348
Distancia reducida 21311.361

Entre los paralelos de ζE 8650.321
Subst. por $1619\frac{1}{2}$ toesas de altura de E 4.265
Distancia reducida 8646.056

Entre los paralelos de EG 19272.536
Subst. por $1619\frac{1}{2}$ toesas de altura de E 9.503
Distancia reducida 19263.033

Entre los paralelos de GK 18854.333
Subst. por 1879 toesas de altura de K 10.790
Distancia reducida 18843.543

Entre los paralelos de KN 16373.266
Subst. por 1879 toesas de altura de K 9.357
Distancia reducida 16363.909

Entre los paralelos de NP 13127.474
Subst. por 1909 toesas de altura de P 7.631
Distancia reducida 13119.843
Entre los paralelos de PR 6455.956
Subst. por 1909 toesas de altura de P 3.753
Distancia reducida 6452.203

Entre los paralelos de RT	12142.961 toesas
Subst. por 2181 toesas de altura de T	8.060
Distancia reducida	12134.901
Entre los paralelos de TU	13141.167
Subst. por 2181 toesas de altura de T	8.716
Distancia reducida	13132.451
Entre los paralelos de UY	12521.083
Subst. por 2041 toesas de altura de Y	7.800
Distancia reducida	12513.283
Entre los paralelos de Yα	13322.659
Subst. por 2041 toesas de altura de Y	8.290
Distancia reducida	13314.369
Entre los paralelos de $\alpha\gamma$	11663.917
Subst. por 2061 toesas de altura de γ	7.330.
Distancia reducida	11656.587
Entre los paralelos de $\gamma\pi$	7188.828
Subst. por 1903 toesas de altura de π	4.172
Distancia reducida	7184.656
Entre los paralelos de $\pi\varepsilon$	9739.055
Mas lo que el Observatorio estaba mas al Sur que la Torre de la Iglesia, que sirviò de Señal	114.845
Suma	9853.900
Subst. por 1414 toesas de altura de ε	4.205
Distancia reducida	9849.695.

De

De eſte calculo ſe deduce la tabla, que ſe ſigue.

Tabla de las diſtancias entre los paralelos de las Señales Occidentàles de la Série de triangulos reducidas al Nivèl del Mar.

Entre los de *Pueblo viejo*, y *Cuicòcha*(Ψ)	11939.543	toeſas
Cuicòcha(Ψ) y *Campanàrio*(ζ)	21311.361	
Campanàrio(ζ) y *Guàpulo* (E)	8646.056	
Guàpulo(E) y *el Corazòn* (G)	19263.033	
el Corazòn (G) y *Milìn* (K)	18843.543	
Milìn (K) y *Chulàpu* (N)	16363.909	
Chulàpu (N) y *Chichichòco*(P)	13119.843	
Chichichòco(P) y *Guayàma*(R)	6452.203	
Guayàma(R) y *Siſa-Pòngo*(T)	12134.901	
Siſa-Pòngo(T) y *Lanlang.*(U)	13132.451	
Lanlangùſo (U) y *Chuſaì* (Y)	12513.288	
Chuſaì (Y) y *Sinaſaguàn*(α)	13314.369	
Sinaſaguàn(α) y *Bueràn* (γ)	11656.587	
Bueràn(γ) y *Surampàlte*(π)	7184.656	
Suramp.(π) y el Obſer. de *Cuenca*	9849.659	
Suma	195725.397	

Eſta ſuma es la diſtancia entre los paralelos de los dos Obſervatorios de *Pueblo viejo*, y *Cuenca*; ò la longitud del arco de Meridiano terreſtre comprehendido entre dichos Obſervatorios.

SEC-

SECCION II.

Determinacion de la medida geométrica ſegun las Obſervaciones de *D. Antonio de Ulloa.*

CAPITULO I.

Medida de la Baſe fundamental del Llano de Yaruquì.

TOdo genero de medidas no tienen por lo ordinario otra comprobacion, que tomarlas repetidas veces, yà ſea con el miſmo methodo, yà con diſtinto; pero ſiempre que ſe pudieſſe obrar de eſta ultima ſuerte, queda mayor ſatisfaccion, à cauſa de la ſeguridad, que ſe tiene, de no haver provenido el yerro (ſi lo huviere) del methodo de practicar la Operacion.

Por eſte motivo, aunque en la primera Seccion ſe diò la medida del arco de Meridiano comprehendido entre los paralelos de *Cuenca*, y *Pueblo viejo*, neceſsitamos dàr en eſta la comprobacion de ella, por la que hizo *Don Antonio de Ulloa* con diſtinta Série de triangulos, en compañia de *M.M. Bouguer*, y *la Condamine.*

La Baſe fundamental con que dieron principio à la medida, fuè la miſma que la nueſtra, la qual, como dixe en la Seccion antecedente, empezaron à medir por el extremo de *Carabúru*; practicando en ſus operaciones las miſmas precauciones, y diligencias de que nos valímos *M. Godin*, y yo. Uſaron deſde ſu principio, para el manejo de las tres perchas, que tenìan hermanas de las nueſtras, de

los

los mismos Cavalletes, que describe *M. Cassini* en su *medida de la Tierra* pag. 100; pero à corto tiempo los encontraron con el propio defecto, que nosotros; su poca solidèz, y mala disposicion para manejarlos, les precisò à abandonarlos inmediatamente, y à medir con las perchas por el suelo, de la misma suerte que nosotros lo hicimos sobre los Cavalletes de Pintor: y solo se diferenciaron en el methodo de conducir la medida en la direccion de la Base, porque en lugar de valerse del aplomo de que nosotros nos servimos, elevaron dos Cabrias, de cuyas ligaduras G, [a] C pendian dos aplomos GM, CD, cayendo el primero directamente sobre el piquete E, de donde se empezaba la medida; y poniendose un Observador con su anteojo detràs del aplomo GM, hacìa que enfilassen los dos aplomos de las Cabrias, con la Señal mas inmediata de las que se havìan colocado sobre la Base: con lo qual, y tendiendo una cuerda desde el piquete E al F, que se ponìa debaxo del aplomo CD, quedaba èsta dirigida, y exactamente sobre la Base; sirviendoles para guiar inmediatamente à ella las perchas; y para que èstas, ù otro qualquier accidente no pudiessen doblar la cuerda, tuvieron la precaucion de clavar las varas largas H, que la mantenìan recta.

[a] Fig. 11 Lam. 7

Como el terreno no era horizontàl, ni tampoco exactamente unido, no podìan llevar de continuo sus perchas sobre èl; y para allanar este inconveniente, se valieron de Cuñas, y piquetes, con las quales elevaban las perchas lo necessario, y echaban los aplomos, que se ofrecian, como se vè en la figura 12.

Examinaban diariamente la longitud de sus perchas, por medio de una de ellas, que la havian hallado mas constante; tenian cuidado de guarecerlas lo mas que se podìa

dìa de todo genero de humedad, y calor; y algunas veces con la toeſa de hierro, de que nos ſerviamos noſotros.

Midieron igualmente la pequeña Quebrada por geometrìa con Plancheta, y tambien con el Quarto de circulo; y tomadas todas las precauciones poſsibles: eſto es, corregidas las perchas, de lo que ſe alargaban, ò acortaban diariamente, y añadiendo lo ancho de la Quebrada, hallaron la Baſe de 6272 toeſas, 4 pies, 5 pulgadas en linea horizontàl, que no difiere de nueſtra determinacion, como ſe dixo en la Seccion antecedente[a], ſino es en dos pulgadas, y 10 lineas: por lo qual ſe aſſentò de 6272 toeſas, 4 pies $3\frac{1}{2}$ pulgadas.

a pag. 150

Por eſta diſtancia horizontàl calcùla *D. Antonio de Ulloa*, de la miſma ſuerte que yo lo hice, las que hay en linea recta deſde el extremo de *Curabùru*(B)[b] à el de *Oyambàro*(A): pero haviendo tomado de algunos ſegundos mas, ò menos los angulos de altura, y depreſsion obſervados en dichos dos Lugares, concluyò eſta diſtancia de 6274 toeſas, 00 pies, $1\frac{1}{2}$ pulgadas; 7 lineas menor, que la que yo determinè por mi calculo.

b. Fig. 10 Lam. 4

Ademàs de eſto pone por anotacion, que *M. Bouguer* haviendo hecho ſemejante calculo, hallò la propia diſtancia de 6274 toeſas, 9 pulgadas; por cuyo motivo, y para dexarla en un numero redondo, acortò la Baſe de las 9 pulgadas, que hallò de exceſſo ſobre las 6274 toeſas: pero advierte tambien, que en eſte calculo parece que ſepadeciò alguna equivocacion, porque el ſuyo concuerda con toda la preciſion, que ſe puede deſear, con el de *M. Godin*, y mio.

No alexandoſe pues ſu determinacion de las 6274 toeſas juſtas, toma la Baſe de eſta longitud, y levanta la Série de triangulos, como ſe ſigue.

CA-

CAPITULO II.

Sobre los angulos de la Série de triangulos, que formò, y calculó de ſus lados.

YA ſe dixo en el Capitulo tercero de la Seccion primera, como para la ſeguridad de las Obſervaciones de los angulos, ſe diſpuſo dividir la Compañìa en dos; y que cada una de èſtas obſervaba dos angulos de cada triangulo, ſiendole comunicado el tercero por la otra, cuya orden ſe premeditò deſde el principio guardar, conſervando ambas la miſma Série de triangulos.

Sin embargo no ſe obſervò tan puntualmente eſta providencia, porque el terreno era tan eſcabroſo, quebrado, y montuoſo, que nos coſtaba en ocaſiones mucha fatiga, y pèrdida de tiempo la concluſion de obſervaciones de una ſola Señal; pues en la que ſe puſo en lo mas elevado del Cerro *Pichìncha*, ſe mantuvieron *M. M. Bouguer*, *la Condamine*, *y Don Antonio de Ulloa* 23 dias, ſin que pudieſſen tomar los angulos neceſſarios, yà porque paſſaban muchos revueltos con las nubes, yà porque las demàs Sañales, que neceſsitaban vèr, lo eſtaban tambien; trabajo que padecímos en caſi toda la medida de la Meridiana. Eſtos motivos nos obligaron à abandonar la Señal de la cumbre de *Pichìncha*, y puſimos en ſu lugar *M. Godin*, y yo otra en el alto de *Guàpulo* (E) [a]; y al miſmo tiempo *M. Bouguer* puſo la equivalente à media cueſta del Cerro *Pichìncha* (*b*). Con eſto yà tuvimos las dos Compañìas diſtinta Série de triangulos, que no volvìmos à unir, haſta que el terreno nos lo permitiò, que fuè al noveno triangulo. Sin embargo ſiempre

[a] Fig. 10 Lam. 4

pre ſe obſervaron los tres angulos de ellos, para mayor ſeguridad.

A nueſtro arribo à *Cuenca*, *M.Godin*, y yo determinamos medir ſegunda Baſe en las inmediaciones de aquella Ciudad, para rectificar nueſtras operaciones; pero la otra Campañia proſiguiò la Série de triangulos haſta llegar à *Tàrqui*; lo qual tambien hizo alterar la ſuya de la mia. Eſta diferencia ſe vè mas claramente en la figura, donde los triangulos hechos de lineas enteras, repreſentan la Série mia, y los hechos de lineas entre cortadas los de *Don Antonio de Ulloa*; cuyas Obſervaciones de angulos ſon las ſiguientes.

1. Triang.	Angulos obſervados.			Angulos corregidos.		
Oyambàro (A)	63°	48′	10″	63°	48	14″
Carabúru (B)	77	35	33	77	35	38
Pambamàrca (C)	38	36	04	38	36	08
Suma	179	59	47	180	00	00
2.						
Oyambàro (A)	74	11	15	74	10	57
Pambamàrca (C)	69	46	56	69	46	38
Tanlàgua (D)	36	02	42	36	02	25
	180	00	53	180	00	00
3.						
Tanlàgua (D)	89	14	00	89	14	04
Pichìncha (*b*)	52	09	20	52	09	24
Pambamàrca (C)	38	36	28	38	36	32
	179	59	48	180	00	00

Pi-

4.	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
Pichìncha (*b*)	61° 06′ 31″	61° 06′ 30″
Shangallì (*d*)	79 06 35	79 06 33
Pambamàrca (C)	39 46 58	39 46 57
Suma	180 00 04	180 00 00

5.		
Pichìncha (*b*)	58 26 20	58 26 18
Shangallì (*d*)	82 57 40	82 57 38
el Corazòn (G)	38 36 06	38 36 04
	180 00 06	180 00 00

6.		
Shangallì (*d*)	41 14 36	41 14 45
el Corazòn (G)	74 08 09	74 08 18
Pucaguaìcu (*e*)	64 36 48	64 36 57
	179 59 33	180 00 00

7.		
el Corazòn (G)	62 56 20	62 56 13
Pucaguaìcu (*e*)	75 17 35	75 17 45
Milìn (K)	41 45 54	41 46 02
	179 59 49	180 00 00

8.		
Corazòn (G)	41 37 11	41 37 04
Milìn (K)	44 16 02	44 16 15
Papaùrcu (L)	94 06 23	94 06 41
	179 59 36	180 00 00

9.	Angulos observados.			Angulos corregidos.		
Milìn (K)	60°	31′	24″	60°	31′	36″
Papaùrcu (L)	60	31	24	60	31	36
Vengotàsin (M)	58	56	37	58	56	48
Suma	179	59	25	180	00	00
10.						
Milìn (K)	52	18	38	52	18	35
Chulàpu (N)	49	18	01	49	17	58
Vengotàsin (M)	78	23	31	78	23	27
	180	00	10	180	00	00
11.						
Vengotàsin (M)	34	47	55	34	47	55
Chulàpu (N)	73	54	24	73	54	24
Jivicàtsu (O)	71	17	41	71	17	41
	180	00	00	180	00	00
12.						
Chulàpu (N)	75	56	22	75	56	22
Jivicàtsu (O)	68	53	22	68	53	22
Chichichòco (P)	35	10	16	35	10	16
	180	00	00	180	00	00
13.						
Jivicàtsu (O)	34	29	20	34	29	05
Mulmùl (Q)	73	24	51	73	24	35
Chichichòco (P)	72	06	35	72	06	20
	180	00	46	180	00	00

14.	Angulos observados.	Angulos corregidos.
Chichichòco (P)	48° 51′ 40″	48° 51′ 41″
Mulmùl (Q)	54 19 09	54 19 11
Guayàma (R)	76 49 06	76 49 08
Suma	179 59 55	180 00 00

15.		
Mulmùl (Q)	60 49 25	60 49 30
Guayàma (R)	91 22 20	91 22 26
Ilmàl (S)	27 47 59	27 48 04
	179 59 44	180 00 00

Por parecer el angulo en *Ilmàl* pequeño, ſe ſirviò de la miſma ſuerte que yo de los triangulos puntuados auxiliares, que ſe vèn en la figura, para confirmar el lado RS: pero le concluyò de la miſma longitud, por el un camino, que por el otro: y aſsi no ſerà neceſſario interrumpir la Série de arriba.

16.	Angulos observados.	Angulos corregidos.
Guayàma (R)	71° 35′ 56″	71° 35′ 57″
Siſa-Pòngo (T)	41 03 25	41 03 26
Ilmàl (S)	67 20 36	67 20 37
	179 59 57	180 00 00

17.		
Siſa-Pòngo (T)	48 31 53	48 31 50
Sèſgum (V)	67 48 24	67 48 21
Ilmàl (S)	63 39 52	63 39 49
	180 00 09	180 00 00

Siſa-

		Angulos observados.	Angulos corregidos.
	18.		
Sisa-Pòngo (T)		47° 28′ 26″	47° 28′ 29″
Sèsgum (V)		52 01 12	52 01 15
Lanlangúso (U)		80 30 13	80 30 16
		179 59 51	180 00 00
	19.		
Sèsgum (V)		71 00 58	71 00 58
Lanlangùso (U)		47 46 33	47 46 32
Senegualàp (X)		61 12 30	61 12 30
		180 00 01	180 00 00
	20.		
Lanlangùso (U)		66 28 40	66 28 39
Senegualàp (X)		55 40 52	55 40 51
Chusaì (Y)		57 50 33	57 50 30
		180 00 05	180 00 00
	21.		
Senegualàp (X)		78 06 00	78 05 56
Chusaì (Y)		45 21 40	45 21 35
Tiolòma (Z)		56 32 34	56 32 29
		180 00 14	180 00 00
	22.		
Chusaì (Y)		50 53 07	50 53 00
Tiolòma (Z)		51 55 34	51 55 27
Sinasaguàn (α)		77 11 40	77 11 33
		180 00 21	180 00 00

Tio-

23.	Angulos observados.			Angulos corregidos.		
Tiolòma (Z)	56°	59′	53″	56°	59′	53″
Sinaſaguàn (α)	50	38	07	50	38	45
Quinoalòma (β)	72	21	22	72	21	22
	179	59	22	180	00	00

24.						
Sinaſaguàn (α)	86	39	19	86	39	20
Quinoalòma (β)	48	53	35	48	53	36
Bueràn (γ)	44	27	03	44	27	04
	179	59	57	180	00	00

25.						
Quinoalòma (β)	47	25	01½	47	24	49
Bueràn (γ)	47	12	00	47	11	48
Yaſuaì (♌)	85	23	35	85	23	23
	180	00	36½	180	00	00

26.						
Bueràn (γ)	85	07	16	85	07	13
Yaſuaì (♌)	32	55	36	32	55	33
Surampàlte (π)	61	57	17	61	57	14
	180	00	09	180	00	00

27.						
Yaſuì (♌)	Eſte angulo ſe concluyò			33	40	21
Surampàlte (π)	87	14	17	87	14	17
Guanacàuri (θ)	59	05	22	59	05	22
				180	00	00

Su-

28.	Angulos observados.	Angulos corregidos.
Surampàlte (π)	20° 33′ 14″	20° 33′ 16″
la *Torre de Cuenca* (ϵ)	66 06 33½	66 06 35
Guanacàuri (θ)	93 20 07	93 20 09
	179 59 54½	180 00 00

Además de los triangulos antecedentes, prosiguiò la Série con las Señales *f*, *h*, *g*, *m*, *n*, *p*, hasta obtener la distancia *n p*, que es nueva Base, que midiò en el llano de *Tàrqui*, juntamente con *M.M. Bouguer*, y *la Condamine*, con el mismo methodo que la de *Yaruquì*, para comprobar por ella las Observaciones de los triangulos. Este llano es muy unido, hermoso, y propio para semejante operacion. Segun la Série de triangulos hallò en èl *Don Antonio de Ulloa* la distancia *n p* de 5259 toesas, 3 pies, 10 pulgadas, 8½ lineas; y por la medida geométrica de 5259 toesas, 5 pies, 1 pulg. 8½ lineas, mayor que la antecedente de 1 piè, 3 pulgadas.

Para hacer atencion à que el temperamento de *Tàrquì* es mas frio, que el de la Base de *Yaruquì*; y à la correccion que de ello se debe deducir, era preciso tener Observaciones del Thermometro hechas en aquel territorio; pero como carecieron de este Instrumento en la ultima medida, no podrémos concluir la diferencia, que el frio de *Tàrqui* pudo ocasionar à la *Toesa* de hierro; sin embargo se puede discurrir, que èsta no sea de mucho momento.

La continuacion de triangulos por la parte del Septentrion, que yo hice para prolongar la Meridiana, hasta que comprehendiesse tres grados, como se viò en el Capit. 3. Seccion 1, fuè en compañia de *Don Antonio de Ulloa*; y asi estos

eſtos triangulos ſon para ambos los miſmos ; ſolo sì, como èſte hizo el juicio prudente , para corregirlos , de diſtinta forma , los angulos correctos variaron , y ſon como ſe ſiguen.

	Angulos obſervados.	Angulos corregidos.
29.		
Tanlàgua (D)	65° 39′ 37″	65° 39′ 42″
Guàpulo (E)	67 17 33½	67 17 33½
Pambamàrca (C)	47 02 38	47 02 44½
	179 59 48½	180 00 00
30.		
Guàpulo (E)	72 53 15½	72 54 09
Pambamàrca (C)	32 01 15	32 02 10
Campanàrio (ζ)	75 02 20	75 03 41
	179 56 50½	180 00 00
31.		
Pambamàrca (C)	96 21 10	96 21 15
Campanàrio (ζ)	38 07 36	38 07 35
Cosìn (Φ)	45 31 08½	45 31 10
	179 59 54½	180 00 00
32.		
Campanàrio (ζ)	38 02 27	38 02 09
Cosìn (Φ)	75 42 01½	75 42 02
Cuicòcha (Ψ)	66 15 49	66 15 49
	180 00 17½	180 00 00

33.	Angulos observados.	Angulos corregidos.
Cosìn (Φ)	59° 48′ 00″	59° 48′ 04″
Cuicòcha (Ψ)	82 20 59	82 21 03
Mira (ω)	37 50 49	37 50 53
	179 59 48	180 00 00

Por estos triangulos, y la Base de *Yaruquì*, que tomò *Don Antonio de Ulloa* de 6274 toesas, calculò èste los lados de la Série de triangulos en la forma siguiente.

Tabla de la magnitud de los lados de la Série de triangulos.

De *Carabúru* (B) à	*Oyambàro* (A)	6274 toesas
Oyambàro (A) à	*Pambamàrca* (C)	9821. 129
	Tanlàgua (D)	15663. 550
Pambamàrca (C) à	*Tanlàgua* (D)	16060. 483
Pichìncha (*b*) à	*Tanlàgua* (D)	12690. 723
	Pambamàrca	20335. 855
Pambamàrca (C) à	*Shangallì* (*d*)	18131. 313
Pichìncha (*b*) à	*Shangallì* (*d*)	13251. 719
al	*Corazòn* (G)	21079. 145
Shangallì (*d*) al	*Corazòn* (G)	18079. 508
à	*Pucaguaìcu* (*e*)	19268. 561
Pucaguaìcu (*e*) al	*Corazòn* (G)	13206. 571
el Corazòn (G) à	*Milìn* (K)	19179. 832
Pucaguìacu (*e*) à	*Milìn* (K)	17655. 654
el Corazòn (G) à	*Papaùrcu* (L)	13423. 046
Papaùrcu (L) à	*Milìn* (K)	12771. 314½
	Vengotàsin (M)	12978. 489

Mi-

De *Milìn* (K) à	*Vengotàſin* (M)	12978. 489 toeſas
	Chulàpu (N)	16768. 923
Vengotàſin (M) à	*Chulàpu* (N)	13545. 239$\frac{1}{2}$
	Jivicàtſu (O)	13740. 167$\frac{1}{2}$
Chulàpu (N) à	*Jivicàtſu* (O)	8161. 253$\frac{1}{2}$
	Chichichòco (P)	13217. 468
Jivicàtſu (O) à	*Chichichòco* (P)	13743. 857$\frac{1}{2}$
	Mulmùl (Q)	13647. 100
Chichichòco (P) à	*Mulmùl* (Q)	8119. 596
	Guayàma (R)	6773. 883
Guayàma (R) à	*Ilmàl* (S)	11757. 451
Mulmùl (Q) à	*Ilmàl* (S)	13461. 919
Ilmàl (S) à	*Siſa-Pòngo* (T)	16985. 480$\frac{1}{2}$
	Sèſgum (V)	13745. 816
Siſa-Pòngo (T) à	*Sèſgum* (V)	16440. 572
	Lanlangùſo (U)	13139. 051
Sèſgum (V) à	*Lanlangùſo* (U)	12284. 675
	Senégualàp (X)	10380. 265
Lanlangùſo (U) à	*Senegualàp* (X)	13255. 161$\frac{1}{2}$
	Chuſaì (Y)	12931. 512
Senegualàp (X) à	*Chuſaì* (Y)	14356. 227$\frac{1}{2}$
	Tiolòma (Z)	12244. 369
Chuſaì (Y) à	*Tiolòma* (Z)	16838. 601
	Sinaſaguàn (α)	13593. 472
Tiolòma (Z) à	*Sinaſaguàn* (α)	13397. 781$\frac{1}{2}$
	Quinoalòma (β)	10871. 107$\frac{1}{2}$
Sinaſaguàn (α) à	*Quinoalòma* (β)	11790. 729
	Bueràn (γ)	12686. 213
Quinoalòma (β) à	*Bueràn* (γ)	16808. 000
	Yaſuaì (δ)	12371. 894$\frac{1}{2}$
Bueràn (γ) à	*Yaſuaì* (δ)	12415. 177

De *Buerán* (γ) à	*Surampálte* (π)	7646. 209 t.
Yasuaì (δ) à	*Surampálte* (π)	14016. 109$\frac{1}{2}$
	Guanacáuri (θ)	16317. 382
Surampálte (π) à	*Guanacáuri* (θ)	9057. 614
	à la *Torre de Cuenca* (ε)	9889. 578$\frac{1}{2}$
Guanacáuri (θ)	à la *Torre de Cuenca* (ε)	3478. 097
Pambamarca (C) à	*Guápulo* (E)	15862. 712
	Campanàrio (ζ)	15692. 018
Tanlàgua (D) à	*Guápulo* (E)	12740. 616$\frac{1}{2}$
Guápulo (E) à	*Campanàrio* (ζ)	8708. 765
Pambamárca (C) à	*Cosìn* (ϕ)	13578. 675
Campanàrio (ζ) à	*Cosìn* (ϕ)	21858. 271
	Cuicòcha (Ψ)	23138. 404
Cosìn (ϕ) à	*Cuicòcha* (Ψ)	14712. 651
	Mira (ω)	23765. 410
Cuicòcha (Ψ) à	*Mira* (ω)	20724. 490$\frac{1}{2}$

CAPITULO III.

Reduccion de los lados antecedentes à horizontáles ; y conclusion de la altura de unas Señales sobre las otras.

EN el Capitulo IV de la Seccion antecedente se explicò el methodo , con que se deben reducir los lados inclinados de los triangulos à horizontáles ; y se diò la analogìa , que se debìa practicar. Y asimismo en el Capitulo VII , la que se debe usar para hallar la altura de unas Señales sobre las otras ; y como *Don Antonio de Ulloa* se valiò de las mismas , podrémos dàr principio à este Capitulo, insertando los demàs fundamentos , de los quales deduxo la reduccion de los lados antecedentes à horizontàles , y las alturas de las unas Señales , sobre las otras ; que se reducen

cen à los angulos de altura, y depresſion de unas Señales reſpecto de otras, y el *angulo en el centro de la Tierra*, de quien tambien en el Capitulo IV de la Seccion antecedente ſe hablò, con los quales ſe hallan los tres angulos del triangulo ABE [a], neceſſarios para eſtas operaciones. Pero ſerà bueno advertir, que el *angulo en el centro de la Tierra* en eſte calculo, es diſtinto que en el mio; en donde le hallè, dividiendo la diſtancia en toeſas de una Señal à otra por 16, y tomando el quociente, por los ſegundos que valìa dicho angulo; en lugar de ſuponerſe en èſte, que la diferencia del angulo de altura, y depresſion, ò la ſumma de dos depresſiones, es el *angulo en el centro de la Tierra*; lo que fuera muy cierto, como ſe tiene demonſtrado, à no alterar las Obſervaciones la Refraccion; pero como èſta no ſe pudo jamàs obtener exactamente, y el omitirlas induce poco, ò ningun yerro en el calculo; *Don Antonio de Ulloa* toma eſte anguló como tengo dicho. Sus elementos pues ſon como ſe ſiguen.

[a] Fig. 6. Lam. 7.

Ang. de altura en *Carabùru* obſervand. à *Oyamb.*	1°	06′	30″
depreſ. en *Oyamb.* obſervando à *Carab.*	1	11	35
Diferencia *angulo en el centro de la Tierra* T		5	05
E	90	02	32½
B	88	48	25
A	1	09	02½

Ang. de altura en *Carabùru* obſervando à *Pamb.*	5	33	08½
depreſ. en *Pambam.* obſervando à *Carab.*	5	43	23
en el centro de la Tierra T		10	14½
E	90	05	07¼
B	84	16	37
A	5	38	15¾

An-

Ang. de altura en *Oyamb.* obſervando à *Pamb.*	4°	20'	12"
depreſ. en *Pamb.* obſervand. à *Oyamb.*	4	30	27
en el centro de la Tierra T		10	15
E	90	05	07½
B	85	29	33
A	4	25	19½

Ang. de altura en *Oyamb.* obſervando à *Tanlàg.*	1	19	58
depreſsion en *Tanlàgua*	1	33	48
en el centro de la Tierra T		13	50
E	90	06	55
B	88	26	12
A	1	26	53

Ang. de depreſ. en *Pambam.* obſerv. à *Tanlàg.*	1	25	42
altura en *Tanlàgua*	1	11	45
en el centro de la Tierra T	0	13	57
E	90	06	58½
B	88	48	15
A	1	04	46½

Ang. de altura en *Pamb.* obſervan. à *Pichincha*	00	09	53
depreſsion en *Pichincha*	00	28	26
en el centro de la Tierra T	00	18	33
E	90	09	16½
B	89	31	34
A	00	19	09½

Ang.

Ang. de altura en *Tanlàgua* obſerv.à *Pichinc.*	02°	02′	52″
depreſsion en *Pichincha*	2	16	10
en el centro de la Tierra T		13	18
E	90	06	39
B	87	43	50
A	2	09	31

Ang. de altura en *Shangallì* obſerv.à *Pichincha*	3	25	47
depreſsion en *Pichincha*	3	39	11
en el centro de la Tierra T		13	24
E	90	06	42
B	86	20	49
A	3	32	29

Ang. de altura en *Shangallì* obſerv.à *Pambam.*	2	04	56
depreſsion en *Pambamàrca*	2	21	47
en el centro de la Tierra T		16	51
E	90	08	25½
B	87	38	13
A	2	13	21½

Ang. de altura en *Shangallì* obſerv. el *Corazòn*	2	24	31
depreſsion en el *Corazòn*	2	42	10
en el centro de la Tierra T		17	39
E	90	08	49½
B	87	17	50
A	2	33	20½

Ang.

Ang. de altura en *Shangallì* obſerv. à *Pucaguaìcu*	2°	24′	17″
depreſsion en *Pucaguaìcu*	2	42	54
en el centro de la Tierra T		18	37
E	90	09	18½
B	87	17	06
A	2	33	35½

Ang. de altura en el *Corazòn* obſerv. à *Pucag.*	00	06	50
depreſsion en *Pucaguaìcu*	00	19	34
en el centro de la Tierra T		12	44
E	90	06	22
B	89	40	26
A		13	12

Angulo de depreſsion en *Pichincha*	0	13	36½
depreſsion en el *Corazòn*	0	07	59½
en el centro de la Tierra T	0	21	36
E	90	10	48
B	89	46	23½
A		2	48½

Ang. de altura en *Papaùrcu* obſerv. el *Corazòn*	1	30	58
depreſsion en el *Corazòn*	1	45	20
en el centro de la Tierra T		14	22
E	90	07	11
B	88	14	40
A	1	38	09

Ang.

	°	′	″
Ang. de altura en *Milìn* obſervand. à *Papaùrcu*	00	03	32
depreſsion en *Papaùrcu*		16	32
en el centro de la Tierra T		13	00
E	90	06	30
B	89	43	28
A		10	02

Ang. de altura en *Milìn* obſervando el *Corazòn*	1	05	50
depreſsion en el *Corazòn*	1	24	35
en el centro de la Tierra T		18	45
E	90	09	22½
B	88	35	25
A	1	15	12½

Ang. de altura en *Milìn* obſervan. à *Pucaguaìcu*	1	23	35
depreſsion en *Pucaguaìcu*	1	49	14
en el centro de la Tierra T		25	39
E	90	12	49½
B	88	10	46
A	1	36	24½

Ang. de altura en *Papaùrcu* obſervan. à *Vengat*[illegible]	1	00	48
depreſsion en *Vengotàſin*	1	14	45
en el centro de la Tierra T		13	57
E	90	06	58½
B	88	45	15
A	1	07	46½

Ang. de altura en *Milìn* obſervand.à *Vengotàſin*	1°	11′	20″
depreſsion en *Vengotàſin*	1	23	45
en el centro de la Tierra T		12	25
E	90	06	12½
B	88	36	15
A	1	17	32½

Ang. de altura en *Chulàpu* obſerv.à *Vengotàſin*	00	27	15
depreſsion en *Vengotàſin*	00	40	45
en el centro de la Tierra T		13	30
E	90	06	45
B	89	19	15
A		34	00

Ang. de altura en *Milìn* obſervando à *Chulàpu*	00	24	29
depreſsion en *Chulàpu*		40	40
en el centro de la Tierra T		16	11
E	90	08	05½
B	89	19	20
A		32	34½

Ang. de altura en *Jivicàtſu* obſerv. à *Vengot.*	2	01	00
depreſsion en *Vengotàſin*	2	15	08
en el centro de la Tierra T		14	08
E	90	07	04
B	87	44	52
A	2	08	04

Ang.

Ang. de altura en *Jivicàtſu* obſervan. à *Chulàpu*	2°	33′	29″
depreſsion en *Chulàpu*	2	42	50
en el centro de la Tierra T		9	21
E	90	04	40½
B	87	17	10
A	2	38	09½

Ang. de altura en *Chichichòco* obſerv. à *Chulàpu*	0	27	05
depreſsion en *Chulàpu*		39	05
en el centro de la Tierra T		12	00
E	90	06	00
B	89	20	55
A		33	05

Ang. de altura en *Jivicàtſu* obſerv. à *Chichich.*	0	55	30
depreſsion en *Chichichòco*	1	09	19
en el centro de la Tierra T		13	49
E	90	06	54½
B	88	50	41
A	1	02	24½

Ang. de altura en *Chichichòco* obſerv. à *Mulmùl*	1	13	05
depreſsion en *Mulmùl*	1	20	30
en el centro de la Tierra T		7	25
E	90	03	42½
B	88	39	30
A	1	16	47½

	°	′	″
Ang. de altura en *Jivicàtsu* observan. à *Mulmùl*	1°	42′	30″
depresion en *Mulmùl*	1	56	32
en el centro de la Tierra T		14	02
E	90	07	01
B	88	03	28
A	1	49	31

Ang. de altura en *Chichichòco* observ. à *Guayàma*	3	29	35
depresion en *Guayàma*	3	35	29
en el centro de la Tierra T		5	54
E	90	02	57
B	86	24	31
A	3	32	32

Ang. de altura en *Mulmùl* observan. à *Guayàma*	2	07	35
depresion de *Guayàma*	2	12	58
en el centro de la Tierra T		5	23
E	90	02	$41\frac{1}{2}$
B	87	47	02
A	2	10	$16\frac{1}{2}$

Ang. de altura en *Ilmàl* observando à *Mulmùl*	0	10	09
depresion en *Mulmúl*	0	22	25
en el centro de la Tierra T		12	16
E	90	06	08
B	89	37	35
A		16	17

Ang.

Ang. de altura en *Ilmàl* obſervando à *Guayàma*	1°	22'	59"
depreſsion en *Guayàma*	1	33	48
en el centro de la Tierra T		10	49
E	90	05	$24\frac{1}{2}$
B	88	26	12
A	1	28	$23\frac{1}{2}$

Ang. de altura en *Ilmàl* obſerv. à *Siſa-Pòngo*	00	23	39
depreſsion en *Siſa-Póngo*	00	40	15
en el centro de la Tierra T		16	36
E	90	08	18
B	89	19	45
A		31	57

Ang. de altura en *Siſa-Pòngo* obſerv.à *Guayà.*	00	22	40
depreſsion en *Guayàma*	00	38	04
en el centro de la Tierra T		15	24
E	90	07	42
B	89	21	56
A		30	22

Ang. de depreſ.en *Ilmàl* obſervand.à *Sèſgum*	00	31	46
altura en *Sèſgum*	00	26	28
en el centro de la Tiera T		05	18
E	90	02	39
B	89	28	14
A		29	07

Ang.

	°	′	″
Ang. de altura en *Sèſgum* obſerv. à *Siſa-Pòngo*	0	57	35
depreſsion en *Siſa-Pòngo*	1	07	45
en el centro de la Tierra T		10	10
E	90	05	05
B	88	52	15
A	1	02	40

Ang. de altura en *Siſa-Pòngo* obſerv. à *Lanlang.*	0	29	45
depreſsion en *Lanlangúſo*	0	42	35
en el centro de la Tierra T		12	50
E	90	06	25
B	89	17	25
A		36	10

Ang. de altura en *Sèſgum* obſerv. à *Lanlangùſo*	1	55	12
depreſsion en *Lanlangùſo*	2	04	20
en el centro de la Tierra T		9	08
E	90	04	34
B	87	55	40
A	1	59	46

Ang. de altura en *Sèſgum* obſerv. à *Senegualàp*	1	55	28
depreſsion en *Senegualàp*	2	03	51
en el centro de la Tierra T		8	23
E	90	04	11½
B	87	56	09
A	1	59	39½

Ang.

Ang. de altura en *Senegualàp* obſerv. à *Lanlan.*	00°	10′	39″
depreſsion en *Lanlangùſo*	00	22	35
en el centro de la Tierra T		11	56
E	90	05	58
B	89	37	25
A		16	37

Ang. de altura en *Chuſaì* obſerv. à *Lanlangùſo*	1	10	03
depreſsion en *Lanlangùſo*	1	20	05
en el centro de la Tierra T		10	02
E	90	05	01
B	88	39	55
A	1	15	04

Ang. de altura en *Chuſaì* obſerv. à *Senegualàp*	00	45	05
depreſsion en *Senegualàp*	00	58	31
en el centro de la Tierra T		13	26
E	90	06	43
B	89	01	29
A		51	48

Ang. de altura en *Senegualàp* obſerv. à *Tiolòma*	00	03	49
depreſsion en *Tiolòma*	00	15	39
en el centro de la Tierra T		11	50
E	90	05	55
B	89	44	21
A		9	44

Ang.

Ang.de altura en *Chuſaì* obſervand.à T*iolòma*	00°	42′	35″
depreſsion en *Tiolòma*	00	59	14
en el centro de la Tierra T		16	39
E	90	08	19½
B	89	00	46
A		50	54½

Ang.de altura en *Chuſaì* obſervando à *Sinaſag.*	1	29	02
depreſsion en *Sinaſaguàn*	1	42	24
en el centro de la Tierra T		13	22
E	90	06	41
B	88	17	36
A	1	35	43

Ang.de altura en *Tiolòma* obſervan.à *Sinaſag.*	00	22	31
depreſsion en *Sinaſaguàn*	00	40	14
en el centro de la Tierra T		17	43
E	90	08	51½
B	89	19	46
A		31	22½

Ang.de altura en *Quinoalòma* obſerv.à *Tiolòma*	00	49	19
depreſsion en T*iolòma*	00	58	59
en el centro de la Tierra T		9	40
E	90	04	50
B	89	01	01
A		54	09

Ang.

Ang. de altura en *Quinoalòma* obſerv. à *Sinaſag.*	1°	21′	26″
depreſsion en *Sinaſaguàn*	1	33	06
en el centro de la Tierra T		11	40
E	90	05	50
B	88	26	54
A	1	27	16

Ang. de altura en *Bueràn* obſerv. à *Sinaſaguàn*	1	30	42
depreſsion en *Sinaſaguàn*	1	43	04
en el centro de la Tierra T		12	22
E	90	06	11
B	88	16	56
A	1	36	53

Ang. de altura en *Bueràn* obſerv. à *Quinoalòma*	00	03	52
depreſsion en *Quinoalòma*	00	20	32
en el centro de la Tierra T		16	40
E	90	08	20
B	89	39	28
A		12	12

Ang. de altura en *Yaſuaì* obſerv. à *Quinoalòma*	00	37	23
depreſsion en *Quinoalòma*	00	48	33
en el centro de la Tierra T		11	10
E	90	05	35
B	89	11	27
A		42	58

Ang. de altura en *Yaſuaì* obſervando à *Bueràn*	00°	21′	08″
depreſsion en *Bueràn*	00	32	28
en el centro de la Tierra T		11	20
E	90	05	40
B	89	27	32
A		26	48

Ang. de altura en *Surampàlte* obſerv. à *Bueràn*	1	06	55
depreſsion en *Bueràn*	1	13	37
en el centro de la Tierra T		6	42
E	90	03	21
B	88	46	23
A	1	10	16

Ang. de altura en *Surampàlte* obſerv. à *Yaſuaì*	00	08	58
depreſsion en *Yaſuaì*	00	21	14
en el centro de la Tierra T		12	16
E	90	06	08
B	89	38	46
A		15	06

Ang. de altura en *Guanacaùri* obſerv. à *Yaſuaì*	1	48	17
depreſsion en *Yaſuaì*	2	05	47
en el centro de la Tierra T		17	30
E	90	08	45
B	87	54	13
A	1	57	02

Ang.

Ang.de altura en *Guanacàuri* obſerv.à *Suramp.*	3°	01′	02″
depreſsion en *Surampàlte*	3	09	02½
en el centro de la Tierra T		8	00½
E	90	04	00¼
B	86	50	57½
A	3	05	02¼

Ang.de altura en *la Torre de Cuenca* obſ.à *Suram.*	2	46	08
depreſsion en *Surampàlte*	2	55	27½
en el centro de la Tierra T		9	19½
E	90	04	39¾
B	87	04	32½
A	2	50	47¾

Ang. de alt.en *la Torre de Cuenca* obſ. à *Guanac.*	00	03	02
depreſsion en *Guanacàuri*	00	06	10
en el centro de la Tierra T		3	08
E	90	01	34
B	89	53	50
A		4	36

Ang. de altura en *Guàpulo* obſerv. à *Tanlàgua*	00	48	29
depreſsion en *Tanlàgua*	1	00	26
en el centro de la Tierra T		11	57
E	90	05	58½
B	88	59	34
A	--	54	27½

Ang. de altura en *Guápulo* obſerv. à *Pambam.*	1°	51′	03″
depreſsion en *Pambamàrca*	2	05	52
en el centro de la Tierra T		14	49
E	90	07	24½
B	87	54	08
A	1	58	27½

Ang. de altura en *Guàpulo* obſerv. à *Campanàrio*	1	46	35
depreſsion en *Campanàrio*	1	55	00
en el centro de la Tierra T		8	25
E	90	04	12½
B	88	05	00
A	1	50	47½

Ang. de altura en *Campanàr.* obſerv. à *Pambam.*	0	55	50
depreſsion en *Pambamàrca*	1	10	34
en el centro de la Tierra T		14	44
E	90	07	22
B	88	49	26
A	1	03	12

Ang. de altura en *Campanàrio* obſervan. à *Cosìn*	00	22	55
depreſsion en *Cosìn*	00	43	58
en el centro de la Tierra T		21	03
E	90	10	31½
B	89	16	02
A		33	26½

Ang.

Ang. de altura en *Cosìn* obſervando à *Pambam.*	00°	12′	48″
depreſsion en *Pambamàrca*	00	27	03
en el centro de la Tierra T		14	15
E	90	07	07½
B	89	32	57
A		19	55½

Ang. de altura en *Campanar*.obſerv.à *Cuicòcha*	00	21	39
depreſsion en *Cuicòcha*	00	43	26
en el centro de la Tierra T		21	47
E	90	10	53½
B	89	16	34
A		32	32½

Ang. de depreſsion en *Cosìn* obſerv.à *Cuicòcha*	00	03	18
depreſsion en *Cuicòcha*	00	10	41
en el centro de la Tierra T		13	59
E	90	06	59½
B	89	49	19
A		3	42

Ang. de altura en *Mira* obſervando à *Cosìn*	1	40	45
depreſsion en *Cosìn*	2	03	08
en el centro de la Tierra T		22	23
E	90	11	11½
B	87	56	52
A	1	51	56½

Ang.

Ang. de altura en *Mira* obſervando à *Cuicòcha*	2°	01′	05″
depreſsion en *Cuicòcha*	2	20	36
en el centro de la Tierra T		19	31
E	90	09	45½
B	87	39	24
A	2	10	50½

Con eſtos fundamentos, y la reſolucion ordinaria de triangulos, *D. Antonio de Ulloa* deduce las tablas ſiguientes.

Tabla de las diſtancias horizontàles de unas Señales à otras, reducidas al nivèl de la mas baxa, de las dos que ſe dàn.

a Fig. 10 Lam. 4

De	à	Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Curabùru* (B) [a] à	*Pambamàrca* (C)	8978. 111
Oyambàro (A) à	*Pambamàrca* (C)	9790. 779
	Tanlàgua (D)	15657. 752
Pambamàrca (C) à	*Tanlàgua* (D)	16055. 525
Pichincha (*b*) à	*Tanlàgua* (D)	12680. 796
	Pambamàrca (C)	20335. 426
Pambamàrca (C) à	*Shangallì* (*d*)	18115. 968
Pichincha (*b*) à	*Shangallì* (*d*)	13224. 176
	el Corazón (G)	21079. 094
el Corazòn (G) à	*Shangallì* (*d*)	18077. 436
Shangallì (*d*) à	*Pucaguaìcu* (*e*)	19247. 207
Pucaguaìcu (*e*) al	*Corazòn* (G)	13206. 381
el Corazòn (G) à	*Papaùrcu* (L)	13416. 777
	Milìn (K)	19174. 104
Milìn (K) à	*Papaùrcu* (L)	12771. 190

De

		Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Milìn* (K) à	*Pucaguaìcu* (ε)	17648. 539
Papaùrcu (L) à	*Vengotàſin* (M)	12975. 449
Milìn (K) à	*Vengotàſin* (M)	12974. 662
	Chulàpu (N)	16767. 798
Vengotàſin (M) à	*Chulàpu* (N)	13544. 315
	Jivicàtſu (O)	13729. 583
Chulàpu (N) à	*Jivicàtſu* (O)	8152. 109
Chichichòco (P) à	*Chulàpu* (N)	13216. 635
Jivicàtſu (O) à	*Chichichòco* (P)	13741. 084
	Mulmùl (Q)	13639. 287
Chichichòco (P) à	*Mulmùl* (Q)	8117. 374
	Guayàma (R)	6760. 584
Mulmùl (Q) à	*Guayàma* (R)	6275. 801
Guayàma (R) à	*Ilmàl* (S)	11753. 091
Mulmùl (Q) à	*Ilmàl* (S)	13461. 682
Guayàma (R) à	*Siſa-Pòngo* (T)	16518. 380
Ilmàl (S) à	*Siſa-Pongo* (T)	16984. 369
	Sèſgum (V)	13745. 233
Siſa-Pòngo (T) à	*Sèſgum* (V)	16437. 396
	Lanlangùſo (U)	13138. 066
Sèſgum (V) à	*Lanlangùſo* (U)	12276. 655
	Senegualàp (X)	10373. 539
Lanlangùſo (U) à	*Senegualàp* (X)	13254. 895
	Chuſaì (Y)	12928. 025
Senegualàp (X) à	*Chuſaì* (Y)	14354. 177
Chuſaì (Y) à	*Tiolòma* (Z)	16836. 112
Senegualàp (X) à	*Tiolòma* (Z)	12244. 288
Chuſaì (Y) à	*Sinaſaguàn* (α)	13587. 468
Tiolòma (Z) à	*Sinaſaguàn* (α)	13396. 911
Sinaſaguàn (α) à	*Quinoalòma* (β)	11788. 048

De

		Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Tiolòma* (Z) à	*Quinoalòma* (β)	10869. 518
Sinaſaguàn (α) à	*Bueràn* (γ)	12680. 533
Quinoalòma (β) à	*Bueràn* (γ)	16807. 548
	Yaſuai (δ)	12370. 679
Bueràn (γ) à	*Yaſuaì* (δ)	12414. 655
Yaſuaì (δ) à	*Surampàlte* (π)	14015. 866
Bueràn (γ) à	*Surampàlte* (π)	7644. 463
Yaſuaì (δ) à	*Guanacaùri* (θ)	16306. 501
Surampàlte (π) à	*Guanacaùri* (θ)	9043. 932
Guanacauri (θ) à	*la Torre de Cuenca* (ε)	3478. 092
Surampàlte (π) à	*la Torre de Cuenca* (ε)	9876. 712
Pambamarca (C) à	*Guàpulo* (E)	15852. 117
Tanlàgua (D) à	*Guàpulo* (E)	12738. 669
Pambamarca (C) à	*Campanàrio* (ζ)	15688. 753
Guàpulo (E) à	*Campanàrio* (ζ)	8703. 901
Campanàrio (ζ) à	*Cosìn* (φ)	21856. 588
Pambamarca (C) à	*Consìn* (φ)	13578. 285
Cosìn (φ) à	*Cuicòcha* (ψ)	14712. 553
Campanàrio (ζ) à	*Cuicòcha* (ψ)	23136. 673
Cuicòcha (ψ) à	*Mìra* (ω)	20707. 245
Cosìn (φ) à	*Mìra* (ω)	23750. 297

Ta-

Tabla de las alturas de unas Señales respecto de otras.

		toesas
Alt. de *Pambamàrca* (C) sobre	*Carabùru* (B)	886
	Oyambàro (A)	756
	Tanlàgua (D)	367
	Shangallí (*d*)	703
	Guàpulo (E)	546
	Campanàrio (ζ)	288
	Cosín (φ)	78
Tanlàgua (D) sobre	*Oyambaro* (A)	395
	Guàpulo (E)	201
Pichíncha (*b*) sobre	*Tanlàgua* (D)	478
	Pambamarca (C)	113
	Shangallí (*d*)	819
	el Corazòn (G)	017
el Corazòn (G) sobre	*Shangallí* (*d*)	807
	Papaùrcu (L)	383
	Milín (K)	419
Pucaguaícu (*e*) sobre	*Shangallí* (*d*)	860
	el Corazòn (G)	050
	Papaùrcu (L)	434
	Milín (K)	469
Papaùrcu (L) sobre	*Milín* (K)	038
Vengotàsin (M) sobre	*Papaùrcu* (L)	255
	Milín (K)	299
	Chulàpu (N)	133
	Jivicàtsu (O)	511
Chulàpu (N) sobre	*Milìn* (K)	157

		toeſas
Alt. de *Chulàpu* (N) ſobre	*Jivicàtſu* (O)	375
	Chichichòco (P)	127
Chichichòco (P) ſobre	*Jivicàtſu* (O)	249
Mulmùl (Q) ſobre	*Jivicàtſu* (O)	434
	Chichichòco (P)	181
	Ilmal (S)	063
Guayàma (R) ſobre	*Chichichòco* (P)	418
	Mulmùl (Q)	237
	Ilmal (S)	302
	Siſa-Pòngo (T)	145
Siſa-Pòngo (T) ſobre	*Ilmal* (S)	157
	Sèſgum (V)	299
Ilmàl (S) ſobre	*Sèſgum* (V)	116
Lanlanguſo (U) ſobre	*Siſa-Pòngo* (T)	138
	Sèſgum (V)	427
	Senagualap (X)	064
	Chuſaì (Y)	282
Senagualàp (X) ſobre	*Sèſgum* (V)	360
	Chuſaì (Y)	216
Tiolòma (Z) ſobre	*Senagualàp* (X)	034
	Chuſai (Y)	249
	Quinoalòma (β)	171
Sinaſaguàn (α) ſobre	*Chuſaì* (Y)	378
	Tiolòma (Z)	122
	Quinoalòma (β)	299
	Bueràn (γ)	357
Quinoalòma (β) ſobre	*Bueràn* (γ)	059
	Yaſuaì (δ)	154
Bueràn (γ) ſobre	*Yaſuaì* (δ)	96
	Surampalte (π)	156

Yaſui

		toesas
Alt. de *Yasuai* (♌) sobre	*Surampàlte* (π)	061
	Guanacaùri (θ)	555
Surampàlte (π) sobre	*Guanacaùri* (θ)	487
	la Torre de Cuenca (ε)	491
Guanacaùri (θ) sobre	*la Torre de Cuenca* (ε)	004
Campanàrio (ζ) sobre	*Guàpulo* (E)	280
Cosin (Φ) sobre	*Campanàrio* (ζ)	212
	Mira (ω)	773
Cuicòcha (Ψ) sobre	*Campanàrio* (ζ)	218
	Cosin (Φ)	16
	Mira (ω)	788

En esta ultima tabla se advertiràn algunas diferencias en las alturas de las Señales, si se quieren concluir, por medio de la addicion, ò substraccion unas de otras; lo qual ha procedido, de que muchas veces no se podían observar desde las cumbres de los Paramos los angulos Verticales con mucha comodidad; y menos rectificar el Quarto de circulo; porque los Vientos tan furiosos, que de ordinario corren en aquellos parages, no nos dexaban sossegar el Perpendiculo, que señala la division en el Instrumento.

CAPITULO IV.

Reduccion de las distancias horizontáles halladas à un propio Nivèl, y deduccion de una nueva Série de triangulos horizontáles.

LAs distancias horizontàles halladas (respeto de estàr unas Señales mas altas que otras, y haverse solo reducido cada una de ellas al nivél de la mas baxa de las dos,

que las comprehenden) eſtàn preciſamente concluídas à diſtintos niveles, ò planos; es pues neceſſario reducirlas todas al miſmo nivèl, ò diſtancia de la ſuperficie Terraquea: *Don Antonio de Ulloa* eſcoge para eſto el de *Caraburu*; y ſupone, què eſta Señal eſtà elevada ſobre la ſuperficie del Mar 1600 toeſas; y ademàs què las perpendiculares tiradas al horizonte ſe unen todas en el centro de la Tierra; cuyo radio toma de 3269297 toeſas, que es el que dà *M. Caſsini* en ſu tomo de la *Magnitud, y figura de la Tierra* pagina 247. Con eſtos principios, con las alturas de unas Señales ſobre las otras yà dadas, y con la miſma analogìa de que yo me valì en el Capitulo VII de la Seccion antecedente, reduxo las diſtancias horizontales antecedentes al nivèl de *Caraburo* como ſe ſigue.

Tabla de las diſtancias horizontàles de unas Señales à otras, reducidas al nivèl de *Carabùru*.

			Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Curabùru* (B)	à	*Pambamàrca* (C)	8978. 111
Oyambàro (A)	à	*Pambamàrca* (C)	9790. 401
Oyambàro (C)	à	*Tanlàgua* (D)	15657. 148
Pambamàrca (C)	à	*Tanlàgua* (D)	16052. 968
Pichincha (*b*)	à	*Tanlàgua* (D)	12678. 779
	à	*Pambamàrca* (C)	20329. 919
Pambamàrca (C)	à	*Shangallì* (*d*)	18114. 954
Pichincha (*b*)	à	*Shangallì* (*d*)	13223. 436
		el Corazón (G)	21072. 716
el Corazòn (G)	à	*Shangallì* (*d*)	18076. 414

De

		Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Shangallì* (*d*) à	*Pucaguaìcu* (*e*)	19246. 130
Pucaguaìcu (*e*) al	*Corazòn* (G)	13202. 385
el Corazòn (G) à	*Papaúrcu* (L)	13414. 287
	Milìn (K)	19170. 757
Milìn (K) à	*Papaùrcu* (L)	12768. 960
	Pucaguaìcu (*e*)	17645. 458
Papaùrcu (L) à	*Vengotàſin* (M)	12973. 041
Milìn (K) à	*Vengotàſin* (M)	12972. 397
	Chulàpu (N)	16764. 871
Vengotàſin (M) à	*Chulàpu* (N)	13541. 301
	Jivicàtſu (O)	13728. 104
Chulàpu (N) à	*Jivicàtſu* (O)	8151. 231
Chichichòco (P) à	*Chulàpu* (N)	13214. 207
Jivicàtſu (O) à	*Chichichòco* (P)	13739. 605
	Mulmùl (Q)	13637. 819
Chichichòco (P) à	*Mulmùl* (Q)	8115. 882
	Guayàma (R)	6759. 342
Mulmùl (Q) à	*Guayàma* (R)	6274. 301
Guayàma (R) à	*Ilmàl* (S)	11750. 508
Mulmùl (Q) à	*Ilmàl* (S)	13458. 723
Guayàma (R) à	*Siſa-Pòngo* (T)	16513. 962
Ilmàl (S) à	*Siſa-Pongo* (T)	16980. 636
Guayàma (R) à	*Siſa-Pòngo* (T)	16512. 612
Ilmàl (S) à	*Sèſgum* (V)	13742. 710
Siſa-Pòngo (T) à	*Sèſgum* (V)	16434. 371
Siſa-Pòngo (T) à	*Lanlangùſo* (U)	13134. 552
Sèſgum (V) à	*Lanlangùſo* (U)	12274. 396
	Senegualàp (X)	10371. 630
Lanlangùſo (U) à	*Senegualàp* (X)	13250. 994
	Chuſaì (Y)	12925. 073

De

	Diſtancias horizontàles en toeſas.
De *Senegualàp* (X) à *Chuſaì* (Y)	14350. 899
Chuſaì (Y) à *Tiolòma* (Z)	16832. 268
Senegualàp (X) à *Tiolòma* (Z)	12240. 684
Chuſaì (Y) à *Sinaſaguàn* (α)	13584. 365
Tiolòma (Z) à *Sinaſaguàn* (α)	13392. 829
Sinaſaguàn (α) à *Quinoalòma* (β)	11785. 071
Tiolòma (Z) à *Quinoalòma* (β)	10866. 773
Sinaſaguàn (α) à *Bueràn* (γ)	12677. 560
Quinoalòma (β) à *Bueràn* (γ)	16803. 607
Yaſuaì (♌)	12368. 141
Bueràn (γ) à *Yaſuaì* (♌)	12412. 108
Yaſuaì (♌) à *Surampàlte* (π)	14013. 252
Bueràn (γ) à *Surampàlte* (π)	7643. 068
Yaſuaì (♌) à *Guanacaùri* (θ)	16305. 888
Surampàlte (π) à *Guanacaùri* (θ)	9043. 591
Guanacauri (θ) à *la Torre de Cuenca* (ε)	3477. 965
Surampàlte (π) à *la Torre de Cuenca* (ε)	9876. 352
Pambamarca (C) à *Guàpulo* (E)	15850. 576
Tanlàgua (D) à *Guàpulo* (E)	12737. 430
Pambamarca (C) à *Campanàrio* (ζ)	15685. 885
Guàpulo (E) à *Campanàrio* (ζ)	8703. 055
Campanàrio (ζ) à *Cosìn* (φ)	21852. 593
Pambamarca (C) à *Cosìn* (φ)	13574. 923
Cosìn (φ) à *Cuicòcha* (ψ)	14711. 967
Campanàrio (ζ) à *Cuicòcha* (ψ)	23132. 417
Cuicòcha (ψ) à *Mìra* (ω)	20707. 010
Cosìn (φ) à *Mìra* (ω)	23750. 028

En el Capitulo V de la Seccion antecedente ſe dixo, como era neceſſario, para hallar todas las inclinaciones de los

los lados de los triangulos reſpecto del Meridiano, reducir à horizontàles algunos angulos de los de la primera Série, lo que hice yo en el miſmo Capitulo por Trigonometría Eſphérica; pero *Don Antonio de Ulloa* para aſſegurar los calculos, quiſo tomarſe el trabajo de hacerlo por la plana, cuya via es algo mas larga; porque le fuè neceſſario hallar todas las alturas de las Señales las unas reſpecto de las otras, para reducir à horizontàles igualmente todas ſus diſtancias, que es la obra antecedente; por medio de las quales, y el calculo ordinario deduce una nueva Série de triangulos horizontàles, que es la ſiguiente.

Série de los triangulos de la Meridiana reducidos à horizontàles.

2 Triangulo.

Oyambàro (A)	74°	14′	02½″
Pambamàrca (C)	69	49	33½
Tanlàgua (D)	35	56	24

3

Tanlàgua (D)	89	16	32
Pichìncha (*b*)	52	08	40½
Pambamàrca (C)	38	34	47½

4

Pichìncha (*b*)	61	04	45
Shangallì (*d*)	79	12	30
Pambamàrca (C)	39	42	45

Pi-

5 Triangulo.

Pichìncha (*b*)	58°	22′	59″
Shangallì (*d*)	83	05	07
el Corazòn (G)	38	31	54

6

Shangallì (*d*)	41	16	58⅔
el Corazòn (G)	74	06	52
Pucaguaìcu (*e*)	64	36	09⅓

7

el Corazòn (G)	62	55	03
Pucaguaìcu (*e*)	41	46	18
Milìn (K)	75	18	39

8

el Corazòn (G)	41	38	27⅓
Milìn (K)	44	16	13⅓
Papaùrcu (L)	94	05	19⅓

9

Milìn (K)	60	31	14½
Papaúrcu (L)	60	30	56½
Vengotàsin (M)	58	57	49

10

Milin (K)	52	18	08
Chulàpu (N)	49	17	19
Vengotàsin (M)	78	24	33

Ven-

11 Triagulo

Vengotàsin (M)	34°	46′	35″
Chulàpu (N)	73	51	54
Jivicàtsu (O)	71	21	31

12

Chulàpu (N)	75	57	17
Jivicàtsu (O)	68	54	31
Chichichòco (P)	35	08	12

13

Jivicàtsu (O)	34	29	09
Mulmùl (Q)	73	26	36
Chichichòco (P)	72	04	15

14

Chichichòco (P)	48	51	18
Mulmùl (Q)	54	13	10
Gayàma (R)	76	55	32

15

Mulmùl (Q)	60	47	09$\frac{1}{3}$
Guayàma (R)	91	26	10$\frac{1}{3}$
Ilmàl (S)	27	46	40$\frac{1}{3}$

16

Guayàma (R)	71	36	32$\frac{2}{3}$
Sisa-Pòngo (T)	41	02	42
Ilmàl (S)	67	20	45$\frac{1}{3}$

17 Triangulo

Siſa-Pòngo (T)	48°	32′	08½″
Sèſgum (V)	67	48	31½
Ilmàl (S)	63	39	20

18

Siſa-Pòngo (T)	47	26	58
Sèſgum (V)	52	01	38
Lanlangùſo (U)	80	31	24

19

Sèſgum (V)	71	03	34⅔
Lanlangùſo (U)	47	45	33⅓
Senegualàp (X)	61	10	52

20

Lanlangùſo (U)	66	28	48
Senagualàp (X)	55	40	17
Chuſaì (Y)	57	50	55

21

Senagualàp (X)	78	05	53
Chuſaì (Y)	45	21	49½
Tiolòma (Z)	56	32	17½

22

Chuſaì (Y)	50	53	15½
Tiolóma (Z)	51	54	23½
Sinaſaguàn (α)	77	12	21

Tio-

23 Triangulo

Tiolòma (Z)	56°	59′	29″
Sinasaguàn (α)	50	38	46½
Quinoalòma (β)	72	21	44½

24

Sinasaguàn (α)	86	41	28
Quinoalòma (β)	48	52	05
Bueràn (γ)	44	26	27

25

Quinoalòma (β)	47	24	52½
Bueràn (γ)	47	11	38½
Yasuaì (δ)	85	23	29

26

Bueràn (γ)	85	07	50
Yasuaì (δ)	32	55	07½
Surampàlte (π)	61	57	02½

27

Yasuaì (δ)	33	38	24
Surampàlte (π)	87	13	24
Guanacaùri (θ)	59	08	12

28

Surampàlte (π)	20	34	58
la Torre de Cuenca (ε)	66	04	59
Guanacaùri (θ)	93	20	03

29 Triangulo

Tanlàgua (D)	65°	38′	12″
Guàpulo (E)	67	18	22½
Pambamàrca (C)	47	03	25½

30

Guàpulo (E)	72	56	27
Pambamàrca (C)	32	02	02
Campanàrio (ζ)	75	01	31

31

Pambamàrca (C)	96	21	53
Campanàrio (ζ)	38	07	29
Cosìn (Φ)	45	30	38

32

Campanàrio (ζ)	38	02	39
Cosìn (Φ)	75	41	44
Cuicòcha (Ψ)	66	15	37

33

Cosìn (Φ)	59	46	49½
Cuicòcha (Ψ)	82	20	43
Mira (ω)	37	52	27½

CA-

CAPITULO V.

De las Obſervaciones de Azimuth del Sol, y deduccion de las inclinaciones de los lados de los triangulos reſpecto del Meridiano.

DOn *Antonio de Ulloa* ſe ſirve del miſmo methodo, que yo me valì en el Capitulo V de la Seccion antecedente, para hallar las inclinaciones de los lados de los triangulos reſpecto del Meridiano, dadas las Obſervaciones de Azimuth del Sol; entre las quales ſe ſirve tambien de las tres primeras, que yo puſe en el Capitulo citado; pero como en el calculo empleò Elementos algo diſtintos, la reſulta de dichas tres Obſervaciones la concluyò con algunos ſegundos de diferencia, y ſon como ſe ſigue.

1. Deſde *Oyambàro* (A) *Pambamàrca* (C) inclinado del Norte al Eſte 44° 09′ 59″
2. 44 10 49
3. Deſde *Oyambàro* (A) *Tanlàgua* (D) inclinado del Norte al Oeſte de 30 03 05

Ademàs de eſtas tres Obſervaciones, ſe vale tambien de otras, que hizo con *M. M. Bouguer*, y *la Condamine*, en ſu curſo de Obſervaciones de angulos.

4. El dia 29 de Septiembre de 1738 al tiempo de ſalir el Sol, obſervaron deſde la Señal de *Chichichòco* (P), el angulo aparente comprehendido entre el limbo Meridionàl de aquel Aſtro, y la Señal de *Guayàma* (R) 70 32 54
à cuyo tiempo tenia de verdadera altura el centro del Sòl 1 10 00
Eſte angulo reducido à horizontàl es de 70 34 55

del

del qual ſi ſe ſubſtrae el ſemidiametro del Sol 0° 16′ 01″
quedarà el angulo en *Chichichòco* (P) compre-
hendido entre la Señal de *Guayama* (R) y el
centro del Sol 70 18 54
La declinacion del Sol à aquella hora era de 2 24 34
La Latitud de *Chichichòco* (P) Auſtral de 1. 22. 04
luego complemento del Azimuth del Sol à la
miſma hora 87 36 12
de quien ſi ſe ſubſtrae el angulo 70 18 54
quedarà deſde *Chichichòco* (P) *Guayàma* (R) del
Sur al Eſte 17 17 18

5. El dia 20 de Octubre de 1738 al tiempo de ponerſe el Sol, obſervaron deſde la Señal de *Ilmàl* (S), el angulo aparente comprehendido entre el limbo Septentrionàl de aquel
Aſtro, y una punta de Piedra, proxima à la
Señal de *Guayàma* (R) de 72 01 34
à cuyo tiempo tenìa de verdadera altura el
centro del Sol 00 41 00
y la punta de Piedra 1 22 35
Eſte angulo reducido à horizontàl es de 72 02 12

La Obſervacion ſe hizo ſobre la punta de Piedra, porque las Señales de la Meridiana eſtaban cubiertas de nieblas; de las quales haviendoſe deſcubierto la de *Mulmúl* (Q) obſer-
varon el angulo entre eſta Señal, y la punta
de Piedra de 27 05 27
que reducido à horizontàl es de 27 04 16
al que añadiendo el antecedente 72 02 12
ſe tendrà el angulo horizontàl entre el limbo
Septent. del Sol, y la Señal de *Mulmùl* (Q) de 99 06 28
Semidiametro del Sol aditivo 16 07

An-

Angulo horizontàl en *Ilmàl* (S) entre el centro del Sol, y *Mulmùl*	99°	22'	35"
La Declinacion del Sol à la hora de la obſervacion era de	10	31	59
La Latitud de *Ilmàl* (S) Auſtral	1.	39.	17.
luego complemento del Azimuth del Sol à la miſma hora	100	31	06
de quien ſi ſe ſubſtrae el angulo horizontál	99	22	35
quedará deſde *Ilmàl*(S) *Mulmùl* (Q) del N. al O.	1	08	31

6. El dia 21 de Octubre al tiempo de ponerſe el Sol, obſervaron deſde el miſmo parage, el angulo aparente comprehendido entre el limbo Septentrionál de aquel Aſtro, y

la propia punta de Piedra de	72	23	47
à cuyo tiempo tenìa de verdadera altura el centro del Sol	00	41	00
Eſte angulo reducido à horizontal es de	72	24	25
al que añadiendo el horizontàl entre la punta de Piedra, y la Señal de *Mulmùl* (Q)	27	04	16
ſe tendrà el angulo horizontàl entre el limbo Septentr. del Sol, y la Señal de *Mulmùl*(Q) de	99	28	41
Semidiametro del Sol aditivo		16	07
Angulo horizontàl en *Ilmàl* (S) entre el centro del Sol, y *Mulmùl* (Q)	99	44	48
La Declinacion del Sol à la hora de la obſervacion era de	10	53	40
luego complemento del Azimuth del Sol à la miſma hora	100	52	48
de quien ſi ſe ſubſtrae el angulo horizontàl	99	44	48
quedarà deſde *Ilmàl*(S)*Mulmùl*(Q) del N. al O.	1	08	00

Con eſtas 6 inclinaciones *Don Antonio de Ulloa* concluye aſsi todas las demàs.

1. Deſ-

1. Deſde *Oyambaro* (A) *Pambamarca* (C) inclinado del Norte al Eſte 44° 09′ 59″

Angulo horizontàl en *Oyambaro* entre *Pambamarca* (C) y *Tanlagua* (D) 74 14 02

Deſde *Oyambàro* (A) *Tanlagua* (D) del Norte al Oeſte 30 04 03

Ang.hor.en *Tan.*(D) ent.*Pamb.*(C)y *Oyam.*(A) 35 56 24

Pichinc.(*b*) 89 16 31

ſu diferencia es el angulo horizontàl en *Tanlàgua* (D) entre *Oyambàro*(A) y *Pinchinca* (*b*) 53 20 07

de quien ſubſtrayendo la inclinacion anteced. 30 04 03

quedarà deſde *Tanlàgua* (D) *Pichincha* (*b*) del Sur al Oeſte 23 16 04

2. Deſde *Oyambàro* (A) *Pambamàrca* (C) inclinado del Norte al Eſte 44 10 49

Eſta obſervacion ſe diferencia de la primera en 50

luego quedarà por èſta deſde *Tanlàgua*(D) *Pichincha* (*b*) del Sur al Oeſte 23 16 54

3. Deſde *Oyambàro* (A) *Tanlàgua* (D) inclinado del Norte al Oeſte 30 03 05

Angulo horizontàl en *Tanlàgua* (D) entre *Oyambàro* (A) y *Pichincha* (*b*) 53 20 07

luego deſde *Tanl.*(D) *Pich.*(*b*)del Sur al Oeſte 23 17 02

Tomando un medio entre eſtas tres reſultas de la direccion de *Pichincha* (*b*) viſto de *Tanlàgua* (D) *Don Antonio de Ulloa* la eſtablece de 23° 16′ 40″

Deſpues de eſto añadiendo, ò ſubſtrayendo los angulos horizontàles, que antes ſe dieron, como expliquè en el Capitulo V. de la Seccion antecedente, concluyò las demàs en eſta forma.

Queda

Queda deſde *Pich.*(*b*) el *Corazòn*(G) del S. al O. 14° 53′ 04″
el Corazòn(G) *Milin*(K) del S. al O. 10 26 53½
Milìn (K) *Chulàpu* (N) del S. al E. 12 27 31½
Chulàpu (N) *Chichic.*(P) del S. al O. 6 38 58
Chichich.(P) *Guay.*(R) del S. al O. 17 17 17

Eſta reſulta conviene muy bien con la obſervacion 4 que dà eſta direccion de 17 17 18

Queda deſde *Guaydma*(R) *Ilmàl*(S) del S. al E. 28 55 35
Mulmúl (Q) *Ilmàl* (S) del Sur al E. 1 08 55

Eſta reſulta conviene aſsimiſmo con la obſervacion 5 que dà eſta direccion de 1 08 31
y con la 6 que la dà de 1 08 00
pues no hay en qualquiera de ellas 1 minuto de diferencia.

Queda deſde *Guay.*(R) *Siſa-Pòngo*(T) del S. al E. 42 40 58
Siſa-Pòngo(T) *Lanl.*(U) del S. al E. 00 17 14
Lanlang.(U) *Chuſai*(Y) del S. al E. 14 28 31
Chuſaì(Y) *Sinaſag.*(α) del S. al E. 11 25 30
Sinaſag.(α) *Bueràn* (γ) del S. al E. 23 07 05
Bueràn (γ) *Suramp.*(π) del S. al E. 19 53 00
Sur.(π) *la Torre de C.*(ε) del S. al O. 9 38 25
la Torre (ε) el Obſervatorio del Sur al Oſte 116½ toeſas 9 38 25

Para proſeguir con las direcciones de los lados, que quedan à la parte del Septentrion de *Pichincha* (*b*) ſe vale de eſte methodo.

Del angulo horizontàl en *Tanlágua* (D) entre *Pambamárca* (C) y *Pichincha* (*b*) 89 16 32
ſubſtrae el angulo horizontàl en *Tanlàg.* (D) entre *Pambamàrca* (C) y *Guàpulo* (E) 65 38 12
y queda el angulo horizont. en *Tanlàgua* (D) entre *Pichincha* (*b*) y *Guàpulo* (E) 23 38 20

de quien ſubſtrayendo la direccion de *Pichincha* (*b*) eſtablecida	23°	16′	40″
quedarà deſde *Tanlàgua* (D) *Guàpulo* (E) del Sur al Eſte	00	21	39
Del angulo horizontàl en *Guàpulo* (E) entre *Pambamàrca* (C) y *Campanàrio* (ζ)	72	56	27
ſubſtrae el angulo horizontàl en *Guàpulo* (E) entre *Pambamàrca* (C) y *Tanlàgua* (D)	67	18	22
y queda el angulo horizontàl en *Guàpulo* (E) entre *Tanlàgua* (D) y *Campanàrio* (ζ)	05	38	05
à quien añadiendo la direccion antecedente	00	21	39
queda deſde *Guàp.*(E)*Camp.*(ζ) del Norte al O.	5	59	44
Camp.(ζ) *Cuicòcha*(Ψ)del N.al O.	22	48	37
Cuicòcha (Ψ) la Señal de *Mìra*(ω) del Norte al Eſte	54	12	17
eſta Señal el Obſerv.del S. al O.	82	15	13

CAPITULO VI.

De la deduccion de las diſtancias entre los paralelos de las Señales, y ſu reduccion à la ſuperficie del Mar.

HAviendoſe viſto en el Capitulo VI de la Seccion antecedente el methodo, y analogìa, con que ſe deben hallar las diſtancias entre los paralelos de las Señales, dadas ſus diſtancias horizontàles, y ſus inclinaciones reſpecto del Meridiano, no ſerà neceſſario dàr aquì mas que la reſulta, que tuvo *Don Antonio de Ulloa* de ſemejante calculo, que ſe reduce à la tabla ſiguiente: para la inteligencia de la qual es bien notar, que deſde el paralelo de *Cuicò-cha*

cha (Ψ) al de la Señal de *Mìra* (ω) ſe hallan 12128. 372 toeſas, de cuya diſtancia ſe han ſubſtraìdo 170. 62, que eſta Señal ſe halla mas al Septentriòn, que el Obſervatorio de *Pueblo viejo*; y aſsimiſmo, que de la de *Surampàlte* (π) à *la Torre de Cuenca* (ε) ſe hallan 9736. 791 toeſas, à cuya diſtancia ſe han añadido 114. 853, que la *Torre* eſtà al Septentriòn del otro Obſervatorio.

A demàs de eſto del paralelo de *Tanlàgua* (D) al de *Pichincha* (*b*) hay	11646. 749
y del de *Pichincha* (*b*) al del *Corazòn* (G)	20365. 638
luego deſde el de *Tanlàgua* (D) al del *Coraz.* (G)	32012. 387
Del de *Tanlag.* (D) al de *Guàpulo* (E) ſe hallan	12737. 148
luego deſde el de *Guapulo* (E) al del *Coraz.* (G)	19275. 239

Tabla de las diſtancias entre los paralelos de las Señales Occidentales de la Meridiana.

Entre los de	*Pueblo viejo*, y *Cuicòcha* (Ψ)	11957. 752
	Cuicòcha (Ψ) y *Campanàrio* (ζ)	21323. 270
	Campanàrio (ζ) y *Guápulo* (E)	8655. 453
	Guápulo (E) y *el Corazòn* (G)	19275. 239
	el Corazòn (G) y *Milìn* (K)	18850. 289
	Milìn (K) y *Chulápu* (N)	16370. 076
	Chulápu (N) y *Chichichòco* (P)	13125. 317
	Chichichòco (P) y *Guayáma* (R)	6454. 071
	Guayáma (R) y *Siſa-Pòngo* (T)	12138. 182
	Siſa-Pòngo (T) y *Lanlangùſo* (U)	13134. 390
	Lanlangùſo (U) y *Chuſaì* (Y)	12514. 538
	Chuſaì (Y) y *Sinaſaguán* (α)	13315. 348

Entre los de *Sinaſaguán* (α) y *Buerán* (γ)	11659. 234
Buerán (γ) y *Surampálte* (π)	7187. 278
Suramp. (π) y el Obſerv. de *Cuenca*	9851. 644
Suma	195817. 081

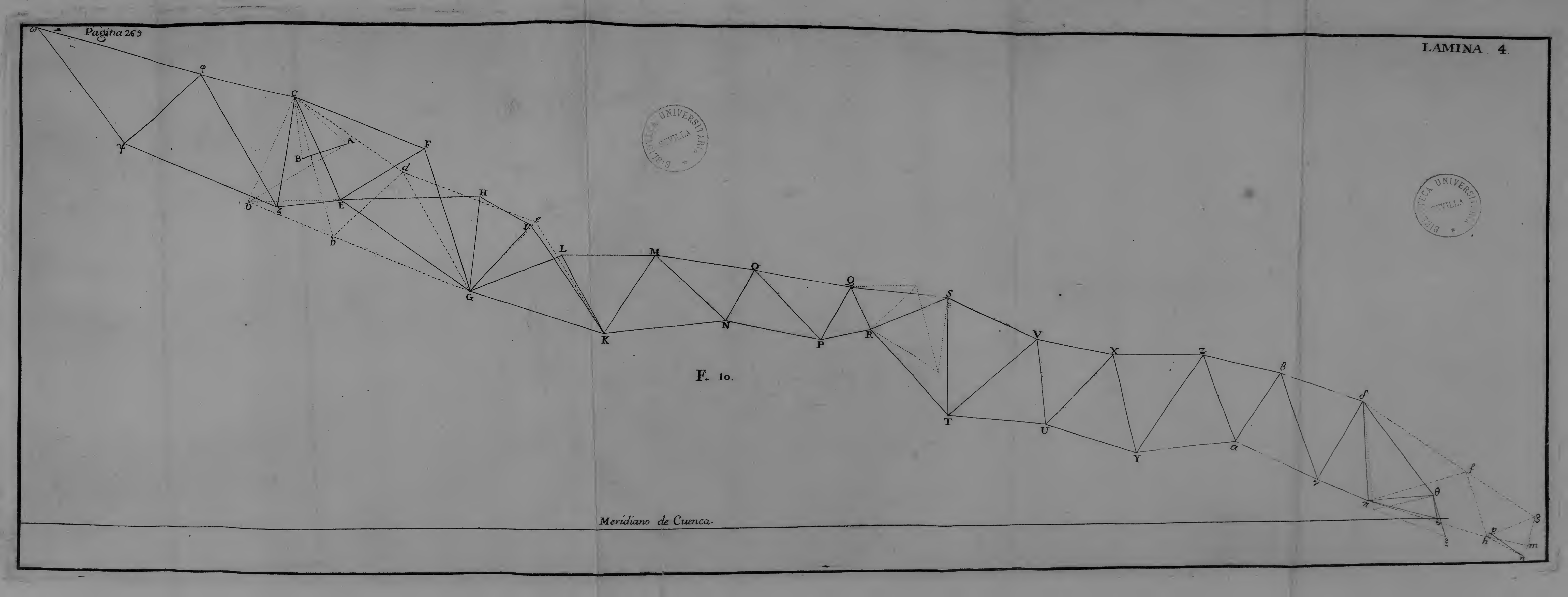
Eſta ſuma es la diſtancia entre los paralelos de los dos Obſervatorios de *Pueblo viejo*, y *Cuenca* à la altura del nivél de *Carabùru*, que ſupuſo *D. Antonio de Ulloa* eſtàr 1600 toeſas ſobre la ſuperficie del Mar. Eſta ſupoſicion ſe aleja algo de lo veridico, pero no pudo ſin embargo haver producido yerro de momento en el Capitulo IV donde ſe empleò, porque el exceſſo que en eſta altura huviere, equivale à la ſupoſicion de tomar de igual cantidad mayor el radio de la Tierra, en la qual 400, ò 500 toeſas mas, ò menos no produce yerro ſenſible, en la reduccion de los lados à horizontales; pero en el caſo preſente donde neceſsitamos reducir la ſuma concluìda al nivèl del Mar, es preciſo poner en ello mayor atencion.

Yà ſe viò en el Libro IV de las experiencias del Barometro, que la altura de *Carabùru* ſobre la ſuperſicie del Mar concluìda por la ley de la dilatacion del Ayre, es de 1155 toeſas; y por la progreſsion Arithmetica, que eſtablecì de 1283, cuyas determinaciones no ſe alejan mucho de la que diò por geometrìa *M. Bouguer* de 1214; por lo qual *Don Antonio de Ulloa* la ſupone de 1268, y reduce la ſuma dada al nivèl del Mar, diſminuyendola de lo que le correſponde por eſtas 1268 toeſas, cuya cantidad 76. 485 la halla con eſta analogìa; el radio de la Tierra 3269297 + 1268 es à la ſuma 195817. 081: como las 1268, à 76. 485.

Si eſta cantidad 76. 485

ſe

LAMINA. 4.

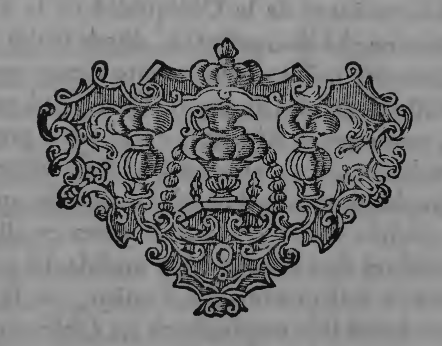


ſe ſubſtrae de la ſuma 195817. 081

quedarà la diſtancia entre los paralelos de los dos Obſervatorios reducida al nivèl del Mar 195747. 596

Eſto es, en la ſupoſicion de tener la Baſe de *Yaruquì* 6274 toeſas juſtas; pero como diximos en el Capitulo I, que *M. Bouguer* la acortò 9 pulgadas, es neceſſario diſminuir la cantidad 195747. 596, en la miſma razon en que eſtàn 6274 toeſas con 6274 to.— 9 pulgadas; y quedarà entonces por la verdadera diſtancia entre los paralelos de los Obſervatorios de *Cuenca*, y *Pueblo viejo* la de 195743. 697; que no difiere de mi determinacion dada en la Seccion antecedente, mas que en 18. 3 toeſas.

Sin embargo de ſer eſta cantidad ſumamente corta, podemos tomar un medio entre las dos determinaciones, y aſſentar, que del paralelo del Obſervatorio de *Cuenca* al de *Pueblo viejo* hay deſpues de hecha toda correccion, y reduccion 195734. 547. toeſas del *piè de Rey del Chaſtelet de Parìs.*



SEC-

SECCION III.

Sobre la amplitud del arco comprehendido entre los dos Obſervatorios.

CAPITULO I.

Deſcripcion del Inſtrumento, que ſe ideò, propio para hacer las Obſervaciones Aſtronómicas, y uſo, que hicímos de èl.

CONocida yà la diſtancia en toeſas entre los paralelos de los dos extremos de la Série de triangulos, ò el arco de Meridiano terreſtre, ſolo faltaba, para determinar el valor del grado, deducir la diferencia en Latitud entre dichos dos extremos, ò la amplitud del miſmo arco. Para practicar eſta operacion, llevaron los Académicos Franceſes el Inſtrumento de 12 pies de radio, con el qual ſe hicieron las Obſervaciones de la Obliquidad de la Ecliptica, que ſe vieron en el Libro primero, donde ſe diò tambien la deſcripcion del miſmo Inſtrumento; mas como ſe le conociò à èſte el defecto de mucha flexibilidad en la barra principal, como quedò advertido [a], ſe tuvo por conveniente, no hacer uſo de èl en eſtas Obſervaciones, que piden ſe emplée la mayor delicadeza; à cauſa, que ſegun el arco yà medido cinco ſegundos de yerro en ellas huvieran producido el de 22 toeſas en la medida del grado.

[a] pag.4

Como eſte Inſtrumento era el unico, que ſe tenía, y que pudiera haver ſido empleado en las Obſervaciones de eſta eſpecie, haviendole abandonado por ſu defecto, fuè pre-

precifo ideàr otro mas juftificado. Dedicòfe à efto *M. Godin*, y conftruyò uno de 20 pies de radio, que fe fufpendìa por una bola de cobre, que tenìa hecha firme mas arriba del centro, en la barra de hierro principal, que và hafta el limbo; y fuè del que nos fervimos en *Cuenca* en las Obfervaciones, que hicimos *M. Godin*, *Don Antonio de Ulloa*, y yo à fines del año 1739; en las quales fiempre encontrabamos diferencias confiderables, cuyo origen no pudimos averiguar en mucho tiempo; fin embargo algunas confideraciones me hicieron notar en èl, que el movimiento que fe le daba à el limbo, por medio de tornillos, con que eftaba fugeto por abaxo, no era igual, ò correfpondiente, al que la bola de fufpenfion hacìa, à caufa de la gran longitud del Inftrumento, que le hacìa flexible; y como fu flexibilidad no era igual en todas las ocafiones, que fe movìa el Inftrumento, fe feguìa precifa diferencia en èl; y por configuiente en las Obfervaciones, las quales nos fuè precifo abandonar, igualmente que el Inftrumento, y dedicarnos à ideàr otro, que las diera mas juftificadas.

En efecto fe configuiò defpues de algunos dias; pero faliò tan adequado, exacto, firme, y facil fu manejo, que nos hizo notar movimiento eftraño en latitud en las Eftrellas, de que nos fervimos en las Obfervaciones, que fueron ε de Oriòn, θ de Antinous, y α de Aquario; pues mientras efta Eftrella difminuìa fu Declinacion, ε de Oriòn la aumentaba.

Dimos avifo de efte defcubrimiento à *M. M. Bouguer*, y *la Condamine*, quienes, aunque dudaron de ello, queriendo atribuir algun defecto à nueftro Inftrumento, quedaron fatisfechos por varias obfervaciones, que repitieron

con

con anteojos fixados en la Pared, donde ſe notò ſenſiblemente el movimiento de ε de Oriòn.

Conſiſtìa eſte Inſtrumento en una pieza de madera AB [a] de 20 pies de largo, con 6 pulgadas de grueſſo, en donde ſe embutiò, y clavò la barra de hierro CD, por medio de los clavos E; con lo qual quedaba ſin flexibilidad alguna, que era el defecto del ſegundo Inſtrumento.

e Fig.1. Lam.5.

En el extremo B de la pieza de madera havìa dos pedazos de la miſma eſpecie F, que la cruzaban, firmemente clavados; en donde ſe embutiò la barra de hierro GH, que llevaba clavado el limbo IK de cobre, deſpues de eſtàr clavada, y remachada en el extremo de la primer barra de hierro, de ſuerte que quedaba eſta armazòn firme, y ſólida.

De la barra de hierro CD ſe levantaban perpendicularmente las horquetas de hierro L; con las quales ſe mantenìa firme el anteojo MN de 20 pies de largo, montado con el Micrometro O.

En el extremo D de la barra de hierro eſtaba colocado el centro P, que era una plancha de cobre, de donde ſe levantaban perpendicularmente unas pinzas, y de ellas pendìa un aplomo de pita, cuyo peſo Q era de 4 onzas; mas en la parte correſpodiente al limbo, en lugar de ſer el aplomo de pita, era de un hilo muy delgado de plata, cuyo Diametro era $\frac{3}{100}$ de linea, que batìa ſobre el punto R, unica diviſion hecha en el limbo, que tenía de grueſſo dos Diametros del hilo de plata, ò $\frac{6}{100}$ de linea.

Para montar eſte Inſtrumento tan peſado, y manejarle con facilidad, ſe clavò una braza dentro de la tierra el Cilindro de madera S, quedandole fuera la longitud de dos pies; y ſobre ſu cabeza eſtaba aſſentada, de ſuerte que

pu-

pudiera dàr buelta al rededor, la tabla TU; y ſobre èſta la YX, que ſe movìa de adelante atràs, por medio de los tornillos Z. Ademàs de eſta havía la tabla α, ſobre la YX, que ſe movìa por medio del tornillo β de la derecha à la izquierda, todo con gran ſuavidad, y delicadeza.

Sobre la tabla α eſtaba medio embutido el quadrado de hierro γ; y en èl deſcanſaba en un pequeño hoyo el eſpigòn de hierro δ, que eſtaba clavado à la pieza de madera AB; y le ſervìa à èſta de Exe en ſu movimiento, teniendo ſu ſemejante en el otro extremo, que paſſaba por la hembra π; la que por medio de un gozne en φ eſtaba hecha firme al eſpigòn ψ; y èſte clavado en una viga, que atraveſſaba la caſa, de piè y medio de grueſſo.

Con ſolo lo dicho, y la figura del Inſtrumento me parece ſuficiente, para que conciba el inteligente ſu manejo. El limbo IK tenìa ſuficiente longitud, para comprehender entre los dos puntos R un angulo, formado en el centro P, duplo de la diſtancia de las Eſtrellas, de que nos ſerviamos al Zenith: de ſuerte, que eſtando el anteojo en medio del Inſtrumento, formaba con el aplomo un angulo, igual à la diſtancia de las Eſtrellas al Zenith: y batiendo el aplomo en el punto R, todas las tres Eſtrellas ε, θ, y α paſſaban dentro del anteojo; con lo qual pueſto el limbo del Inſtrumento exactamente ſegun el Meridiano, y tambien la tabla TU, tornandola lo neceſſario, ſe ſugetaba el Inſtrumento por medio de la tabla ζ, que eſtaba clavada à la pieza de madera AB, para que quedaſſe conſtante en eſta ſituacion: eſto es, en el Meridiano; y para que quedaſſe todo el cuerpo del Inſtrumento al miſmo tiempo en el propio plano del Meridiano, ſe hacìa caminar con los dos tornillos Z la tabla YX de Occidente

à Oriente, hasta que el aplomo rasasse el limbo IK, y la Estrella passasse por el hilo Verticàl del anteojo, quando se hallaba exactamente en el Meridiano; valiendose al mismo tiempo del tornillo β para hacer mover la tabla α Norte Sur (y por consiguiente el limbo del Instrumento) hasta que quedasse el punto R exactamente debaxo del aplomo; à cuyo tiempo se ponìa el hilo del Micrometro O sobre la Estrella.

El methodo con que inquirìmos el tiempo, en que la Estrella transitaba por el Meridiano, fuè tomando alturas correspondientes de la misma; en la propia conformidad, que se dixo en el Libro tercero [a] se hacìa con el Sol.

[a] pag. 67.

Para evitar el movimiento del peso Q, que era grande à causa de la longitud del aplomo, se sumergìa en un vaso de agua, la que le impedìa las oscilaciones, cerrando al mismo tiempo toda puerta, y ventana del quarto, para que no entrasse viento, y solo quedaba en el techo de la casa un agugero del gruesso del anteojo, por donde se dirigìa la visual de èste.

Despues de hechas varias observaciones, estando el limbo del Instrumento àcia el Oriente, se bolteaba por medio de la tabla TU, y el espigòn alto ♌, de suerte, que quedasse al Occidente; y en este caso, si antes batìa el aplomo en el punto R de la izquierda, batìa ultimamente en el otro de la derecha, y se hacìan nuevas, è iguales observaciones.

La suma de las observaciones de un lado, y otro: esto es, la distancia de los dos puntos R, comprehendìa un angulo, como tengo dicho, duplo de la distancia de las Estrellas al Zenith; por lo que para saber esta distancia, era preciso inquirir el angulo, que los dos puntos R comprehendìan, respecto del centro P; lo qual no podìa concluir-

se

ſe de otra ſuerte, que midiendo los tres lados PR, PR, RR, cuya operacion es de lo mas dificultoſo de toda la obra, reſpecto que con poco yerro, ſe comete uno muy conſiderable en la determinacion del grado, y aſsì pedìa ſe empleaſſe notable ſutileza: pero es neceſſario advertir, que quanto mayor fueſſe el Inſtrumento, menos ſenſible ſe harìa el yerro.

El methodo que empleamos para medir los tres lados, fuè ſirviendonos de un hilo de plata, de media linea de grueſſo, y 21 pies de largo AB [a], en cuyos extremos tenìa paſſos de tornillo. En el ſuperior A ſe prendia por medio de los paſſos la tarraxa CD, que tenìa el eſpigòn E con roſca para madera, à fin de clavarle en la viga donde eſtaba el grande Inſtrumento; y en el inferior B ſe ſuſpendiò el peſo P de 24 libras, el qual mantuvo el hilo 8 dias, para que ſe eſtendieſſe todo lo poſsible.

[a] Fig. 2.

Eſtando el hilo en eſte eſtado, lo arrimabamos al grande Inſtrumento, y aſſentando la tarraxa en las dos puntas del Inſtrumento XI, quedaba el extremo ſuperior del hilo tocando debaxo de las Pinzas, que havian ſervido de centro; y batiendo al miſmo tiempo en el punto R del limbo del Inſtrumento, que eſtaba teñido de negro, ſe eſtampò en el hilo, con lo que quedò transferida la primera diſtancia PR del Inſtrumento, haviendo hecho igual operacion para transferir la ſegunda; y ſin quitar el hilo de plata de la ſuſpenſion, y tenſion en que ſe hallaba, ſe tomò con un Compàs de vara la diſtancia RR, y ſe le ſeñalò igualmente al hilo.

Yà transferidas las tres diſtancias PR, PR, RR al hilo de plata, ſe quitò de la ſuſpenſion en que ſe hallaba, y ſe tendiò horizontalmente ſobre un plano unido, con

igual fuerza à la de gravedad de 24 libras de peſo,que mantenìa; y haviendo conſervado el Compàs de vara en la miſma abertura RR, ſe fuè transfiriendo ſu diſtancia catorce veces, deſde los puntos marcados en el hilo (correſpondientes à los R del Inſtrumento) àcia el extremo A del miſmo, en donde ſobrò ademàs una diſtancia entre quarto, y quinto de RR.

Para ſaber ſu exacta proporcion, teniamos un Micrometro, adaptado al Compàs de vara, con el qual examinò *Don Antonio de Ulloa* las partes de èſte, que comprehendìa la diſtancia RR, y aſsimiſmo, la que havìa ſobrado al extremo del hilo. Eſte methodo es muy juſtificado, y el que ſe practìca por lo ordinario; pero yo temiendome, que los paſſos del Micrometro pudieran no ſer iguales; y al miſmo tiempo queriendo, que eſte examen ſe hicieſſe por varias vias, concluì la razon de la diſtancia RR à la parte que havìa ſobrado en el extremo del hilo de plata, por medio de un pitipiè muy exacto, que tenìa ſobre una plancha de latòn.

La razon pues, ſegun mi computo, en que ſe hallaban los tres lados del Inſtrumento en las obſervaciones hechas en el Obſervatorio de *Cuenca*, es

El mayor lado PR = 92398
menor 92344
RR = 4581

con los quales ſe hallarà,que el angulo comprehendido entre los dos puntos R del Inſtrumento, formado en el centro P era $2^{\circ}\ 50'\ 29''\ 44'''$.

La

La razon de los miſmos tres lados en las obſervaciones de *Mira*, ò *Pueblo viejo* la hallè

El mayor lado PR = 92796
menor 92240
RR = 6522

con los quales ſe hallarà el angulo comprehendido entre los puntos R de $4^{\circ}\ 01'\ 30''\ 38'''$.

Don Antonio de Ulloa hallò eſtas miſmas razones por el Micrometro en eſta forma:

En *Cuenca*

El mayor lado PR = 361344
menor 361147
RR = 17912

que dàn el angulo comprehendido entre los puntos R de $2^{\circ}\ 50'\ 27''\ 59\frac{1}{2}'''$

En *Mira*

El mayor lado PR = $785312\frac{1}{2}$
menor $780633\frac{1}{2}$
RR = 55195

que dàn el angulo comprehendido entre los puntos R de $4^{\circ}\ 01'\ 31''\ 13'''$.

CAPITULO II.

De las Obſervaciones hechas en el Obſervatorio de Cuenca.

DIſpueſto el Inſtrumento en la conformidad, que ſe dixo en el Capitulo antecedente, ſe dirigiò el anteojo à las Eſtrellas ϵ de Oriòn, θ de Antinous, y α de Aquario; pero como èſtas no tienen una miſma declinacion,

cion, para que todas tres paſſaſſen por dentro del anteojo, batiendo el aplomo PQ ſobre el proprio punto R, ſe diſpuſo, que ε de Orion, que tiene menos declinacion Meridional, paſſaſſe con corta diferencia tan diſtante de centro del anteojo por la parte del Norte, como las otras por la del Sur, cuyas diſtancias mediamos en las Obſervaciones, por medio del Micrometro, en quien 1000 partes eran iguales à 4′ 34″ 32‴, lo que haviamos concluìdo por repetidos examenes. Las Obſervaciones de eſtas miſmas diſtancias como las hallamos *M. Godin*, *Don Antonio de Ulloa*, y yo, que las practicamos en *Cuenca* el año 1740, ſe vèn en tabla ſiguiente.



Ta-

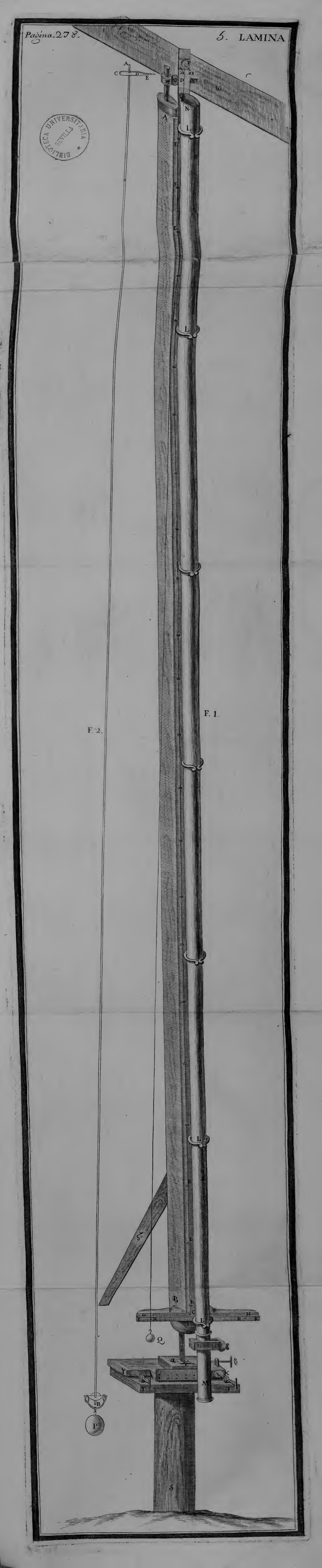

F. 1.
F. 2.

Tabla de las Obſervaciones hechas en *Cuenca.*

Diſtancias de las Eſtrellas del centro del anteojo.

El limbo del Inſtrumento al Oriente.

1740		ε de Oriòn	θ de Antinous	α de Aquario
Agoſto	19	. . .	4′ 15″ 36‴	. . .
	20	6′ 19″ 09‴	. . .	4′ 32″ 54‴
	23	. . .	4 16 58$\frac{1}{2}$	. . .
	25	. . .	. . .	4 30 58$\frac{1}{2}$
	26	6 20 15	4 15 19$\frac{1}{2}$	4 31 15
	27	. . .	4 17 15	. . .
	30	. . .	4 17 48	4 31 31$\frac{1}{2}$
Septiembre	1	. . .	4 16 09	. . .
	2	6 15 59$\frac{1}{2}$	4 21 22	4 22 11$\frac{1}{2}$
	3	6 18 52$\frac{1}{2}$	. . .	. . .

El limbo del Inſtrumento al Occidente.

		ε de Oriòn	θ de Antinous	α de Aquario
	3	. . .	. . .	6 12 33$\frac{1}{2}$
	4	4 24 56	6 10 05$\frac{1}{2}$	. . .
	5	. . .	6 12 50$\frac{1}{2}$	. . .
	8	4 28 14	. . .	. . .
	11	. . .	. . .	6 09 15$\frac{1}{2}$
	13	. . .	. . .	6 04 03
	15	4 30 58$\frac{1}{2}$	. . .	. . .
	16	. . .	6 13 56$\frac{1}{2}$	6 06 47$\frac{1}{2}$

El limbo de nuevo al Oriente.

		ε de Oriòn	θ de Antinous	α de Aquario
	18	. . .	4 17 31$\frac{1}{2}$	. . .
	21	. . .	4 18 54	4 15 52$\frac{1}{2}$
	22	6 14 12$\frac{2}{3}$	4 17 48	. . .
	23	6 16 57$\frac{1}{2}$	. . .	4 16 42
	24	6 15 35	. . .	4 16 42
	25	. . .	. . .	4 18 37$\frac{1}{2}$

En

En eſtas Obſervaciones ſe debè notar ante todas coſas, que en el intermedio que ſe hicieron, las Eſtrellas tuvieron movimiento en declinacion; porque ε de Oriòn diſtaba del centro del anteojo el dia 20 de Agoſto 6′ 19″ 09‴, quando el dia 22 de Septiembre ſolo diſtaba 6′ 14″ 12$\frac{2}{3}$‴; y α de Aquario diſtaba tambien el dia 20 de Agoſto 4′ 32″ 54‴, quando el dia 21 de Septiembre ſolo diſtaba 4′ 15″ 52$\frac{1}{2}$‴; ſin embargo parece, que θ de Antinous eſtaba eſtacionaria; porque la corta diferencia entre ſus Obſervaciones, mas ſe puede atribuir à la que preciſamente deben ocaſionar los Obſervadores, que à movimiento de la Eſtrella.

a pag. 6.

Yà diximos en el Libro primero [a] como *M. Bradley* nos diò la cèlebre Theorica de la Aberracion de la Luz, con la qual pretende ſalvar los movimientos en latitud, declinacion, &c. que en las Eſtrellas han notado varios Aſtrónomos. A eſtos pues pudieramos atribuir el de nueſtras Eſtrellas, ſi no vieramos la poca ſimilitud, que hay entre unos, y otros.

Segun *M. Bradley* ε de Oriòn debe parecer mas al Septentriòn el dia 22 de Septiembre, que el 20 de Agoſto; pero por nueſtras Obſervaciones, eſta Eſtrella diſtaba menos del centro del anteojo en Septiembre, que en Agoſto, eſtando à la parte del Septentriòn del anteojo; luego eſtaba menos al Septentriòn en aquel mes, que en èſte. α de Aquario es cierto, que tuvo ſu movimiento conforme à la Theorica de *M. Bradley*; pero con mas fuerza, que lo que debìa ſer; porque ſegun las Obſervaciones, tuvo deſde 20 de Agoſto haſta 21 de Septiembre 17″ de movimiento en declinacion; quando ſegun *M. Bradley* de la ninguna à la mayor Aberracion de eſta Eſtrella, no hay diferencia mas que 8$\frac{1}{4}$″.

A

Ademas de esto se puede notar en las Observaciones de ε, que esta Estrella, desde 4 de Septiembre hasta 15, tuvo su movimiento conforme con la Theorica de *M. Bradley*, que pide se acerque al Polo Septentrionàl, movimiento totalmente opuesto, al que le notamos antecedentemente desde 20 de Agosto hasta 22 de Septiembre; pero es cierto, que segun la Theorica, no debìa tener en los 11 dias de intervalo tanto movimiento; no obstante, como siempre se les deslicen algunos segundos à los Observadores, no solo se puede decir, que en este tiempo se conformaba su movimiento con la Theorica, sino que pudo proceder el todo, del error, que inexcusablemente deben cometer los Observadores.

Este hecho se vè claramente cumplido en las Observaciones de θ de Antinous; pues de la del dia 1 à 2 de Septiembre se encuentran mas de 5″ de diferencia; lo que hace advertir, que no todas las Observaciones han de ser admitidas; debemos pues excluir, las que prudentemente nos parecieren defectuosas; pero si bien se reflexiona, no hallarémos esta circunstancia, mas que en las tres del dia 2 de Septiembre; y asi, consideradas como eximidas de la tabla, nos valdrèmos de todas las demàs, para concluir la distancia de las tres Estrellas al Zenith de *Cuenca*, sin hacer atencion à la Aberracion, pues yà hemos visto, que no tiene ninguna semejanza con lo observado.

Para esto tomaré un medio arithmetico entre las Observaciones, que es el unico modo de aproximarse mas à la verdad.

El medio entre las Observaciones de ε de Oriòn estando el limbo del Instrumento al Oriente es de $00^{\circ}\ 06'\ 17''\ 31'''$

y el de aquellas en que eſtuvo el limbo
al Occidente $00^{\circ}\ 04'\ 28''\ 03'''$
El angulo que ſe formò en el centro del
Inſtrumento ſegun mis medidas es de 2 50 29 44
Suma de las cantidades 3 01 15 18
ſu mitad es la diſtancia de ε à el Zenith
de *Cuenca* 1 30 37 39

El medio entre las Obſervaciones de θ de Antinous
eſtando el limbo del Inſtrumento al
Oriente es de 00 04 17 02
y el de aquellas en que eſtuvo el limbo
al Occidente 00 06 12 $17\frac{1}{2}$
Suma 00 10 29 $19\frac{1}{2}$
La qual quitada del angulo en el centro
del Inſtrumento 2 50 29 44
quedan 2 40 00 $24\frac{1}{2}$
cuya mitad es la diſtancia de θ à el Ze-
nith de *Cuenca* 1 20 00 $12\frac{1}{4}$

El medio entre las Obſervaciones de α de Aquario eſ-
tando el limbo del Inſtr. al Oriente es de 00 04 24 19
y el de aquellas en que eſtuvo el limbo
al Occidente 00 06 08 $09\frac{1}{2}$
Suma 00 10 32 $28\frac{1}{2}$
La qual quitada del angulo en el centro
del Inſtrumentro 2 50 29 44
quedan 2 39 57 $15\frac{1}{2}$
cuya mitad es la diſtancia de α à el Ze-
nith de *Cuenca* 1 19 58 $37\frac{3}{4}$

El angulo que ſe formò en el centro del Inſtrumento, ſegun el examen de *Don Antonio de Ulloa*, es menor que el que yo hallè de $1''\ 44\frac{1}{2}'''$; luego de la mitad de eſta cantidad

dad $52\frac{1}{4}'''$ deben diſtar menos las Eſtrellas del Zenith ſegun *Don Antonio de Ulloa*; diſtaràn

pues	ε de Oriòn	$1^{\circ}\ 30'\ 36''\ 46\frac{3}{4}'''$
	θ de Antinous	1 19 59 20
	α de Aquario	1 19 57 $45\frac{1}{2}$

Si ſe ſupone ahora, que ε padeciò $45'''$ de refraccion, y las otras dos Eſtrellas $40'''$; ſus diſtancias del Zenith ſeràn

	Segun mis medias	Segun las de *D.Ant.Ulloa*
ε de Oriòn	$1^{\circ}\ 30'\ 38''\ 24'''$	$1^{\circ}\ 30'\ 37''\ 31\frac{3}{4}'''$
θ de Antinous	1 20 00 $52\frac{1}{4}$	1 20 00 00
α de Aquario	1 19 59 $17\frac{3}{4}$	1 19 58 $25\frac{1}{2}$

CAPITULO III.

De las Obſervaciones hechas en el Obſervatorio de Pueblo viejo.

LAs Obſervaciones hechas yà al un extremo de la Meridiana, pedían transferirſe inmediatamente al otro, para hacer las que nos faltaban; pero como el Virrey de Lima hallò neceſſario emplearnos à *Don Antonio de Ulloa*, y à mi en otras comiſsiones del Real ſervicio, mas urgentes, no pudímos emprehender las Obſervaciones de *Pueblo viejo* hasta el año de 1744, que eſtuvímos de regreſſo de *Chile*, donde fuímos embiados; en cuyo intermedio, ſin embargo que *M. Godin* havia finalizado las Obſervaciones correſpondientes en 1741, quedò el Inſtrumento montado haſta que noſotros uſamos de èl.

Eſtaba diſpueſto ſegun queda referido en los Capitulos primero, y ſegundo de eſta Seccion, y operamos de la miſ-

miſma forma, que en *Cuenca*. Las Obſervaciones, ſegun las hallamos, ſon las que ſe ſiguen en eſta tabla.

Tabla de las Obſervaciones hechas en *Pueblo viejo*.

Diſtancias de las Eſtrellas del centro del anteojo.

El limbo del Inſtrumento al Oriente.

1744		ε de Oriòn	θ de Antinous	α de Aquario
Abril	2	* 2′ 57″ 05‴		
	5	* 2 52 24½		
	6	2 49 24		
	7	2 48 51½		
	13	2 45 49⅓		
	14	2 46 55⅓		
	16	2 48 18½		
	20	2 49 41		
El limbo del Inſtrumento al Occidente.				
	22	6 52 55½		
Mayo	1	* 6 48 16½		
	6	. . .	3′ 30″ 35½‴	2′ 59″ 17‴
	15	6 56 46	* 3 17 41	2 59 34
	16	. . .	3 25 54⅔	2 57 55
El limbo del Inſtrumento al Oriente.				
	18	. . .	7 36 02	7 10 30½
	21	2 42 15½	7 38 48	7 05 01½

Las Obſervaciones notadas con eſta ſeñal * las tuvimos ſiempre por defectuoſas, y aſsi ſe deben ſuponer como excluídas de la tabla.

En

En eſtas Obſervaciones ſe pueden hacer los miſmos reparos, que ſe hicieron en las de *Cuenca*; y como concluìmos en aquellas con tomar un medio arithmetico entre todas, para deducir la diſtancia de las tres Eſtrellas al Zenith, harémos lo propio en èſtas.

El medio entre las Obſervaciones de ϵ de Oriòn eſtando el limbo del Inſtrumento la primera vez al Oriente es de $00^{\circ}\ 02'\ 48''\ 10'''$

La ultima Obſervacion el limbo tambien al Oriente es de 00 02 42 $15\frac{1}{2}$

Medio entre eſtas dos cantidades 00 02 45 $12\frac{3}{4}$

Medio entre las Obſervaciones eſtando el limbo al Occidente 00 06 54 36

Suma de las dos ultimas cantidades 00 09 39 $48\frac{3}{4}$

la qual quitada del angulo en el centro del Inſtrumento 4 01 30 38

quedan 3 51 50 $49\frac{1}{4}$

cuya mitad es la diſtancia de ϵ à el Zenith de *Pueblo viejo* 1 55 55 $24\frac{5}{8}$

El medio entre las Obſervaciones de θ de Antinous eſtando el limbo del Inſt. al Oriente es de 00 03 38 15

y el de aquellas en que eſtuvo el limbo al Occidente 00 07 37 25

Suma 00 11 15 40

añadida à el ang. en el centro del Inſtrum. 4 01 30 38

hacen 4 12 46 18

cuya mitad es la diſtancia de θ à el Zenith de *Pueblo viejo* 2 06 23 09

El medio entre las Obſervaciones de α de Aquario eſtando el limbo del Inſtrumento al Oriente es de 00 02 58 55

y

y el de aquellas en que eſtuvo el limbo al Occidente	00°	07′	07″	46‴
Suma	00	10	06	41
añadida à el ang. en el centro del Inſtrum.	4	01	30	38
hacen	4	11	37	19
cuya mitad es la diſtancia de α à el Zenith de *Pueblo Viejo*	2	05	48	39½

El angulo que ſe formò en el centro del Inſtrumento, ſegun el examen de *Don Antonio de Ulloa*, es mayor que el que yo hallè de 35‴; luego de la mitad de eſta cantidad 17½‴ deben diſtàr mas las Eſtrellas del Zenith ſegun *Don Antonio de Ulloa*; diſtaràn pues

ε de Oriòn	1°	55′	55″	42⅛‴
θ de Antinous	2	06	23	26½
α de Aquario	2	05	48	57

Si ſe ſupone ahora, que ε padeciò 58‴ de refraccion, y la otras dos Eſtrellas 62‴; ſus diſtancias del Zenith ſeràn

	Segun mis medidas				Segun las de *Don Antonio de Ulloa*			
ε de Oriòn	1°	55′	56″	22⅝‴	1°	55′	56″	54⅛‴
θ de Antinous	2	06	24	11	2	09	24	28½
α de Aquario	2	05	49	41½	2	05	49	59

CA-

CAPITULO IV.

Determinacion de la amplitud del arco comprehendido entre los dos Obſervatorios.

PAra deducir la amplitud del arco, comprehendido entre los dos Obſervatorios, no fuera neceſſario ahora mas, que ſumar la diſtancia de cada Eſtrella del Zenith de *Mira*, con ſu correſpondiente del Zenith de *Cuenca*; ſi las Eſtrellas en el intervalo de tiempo, en que ſe hicieron las Obſervaciones en ambos Obſervatorios, no huvieran tenido movimiento, que alteraſſe ſus declinaciones, como el que continuamente tienen en longitud; pero haviendo èſte diſminuìdo la declinacion de las Eſtrellas, es preciſo à la ſuma, que arriba dixe, añadirle la mutacion en declinacion, que tuvieron, para concluir la amplitud del arco.

Varios Cathalogos nos dàn eſta mutacion en Declinacion; pero como las mas veces no ſean de la exactitud neceſſaria, ſerà bueno, que para eſte caſo tan delicado, nos tomemos el trabaxo de calcularla. El methodo regular, es el deducir la declinacion de las Eſtrellas, para los dos tiempos en que ſe hicieron las Obſervaciones, por el Problema, que de ordinario ſe halla en los principios de Eſphera, por el qual dada la latitud, y longitud ſe concluye la declinacion; pero mas exacta, y facilmente ſe reſolverà por el ſiguiente.

Sea en la Ortographica proyeccion de la Eſphera ſobre el plano del Coluro de los Solſticios AGHFA [a]

[a] Fig. 13. Lam. 6.

EQ La Equinoccial

BD

BD Su Exe
FG La Ecliptica
AH Su Exe
✳ La Eſtrella, de quien ſe pretende inquirir ſu mutacion en declinacion. Y ſean además

$CA = r$ El Radio
$HI = a$ El Seno de la mayor obliquidad de la Ecliptica
$CI = b$ ſu Seno 2.
$✳K = c$ Seno de la latitud de la Eſtrella
$MP = e$ ſu Seno 2.
$CL = u$ Seno de la diſtancia de la miſma Eſtrella del punto Equinoccial mas cercano
z ſu Seno 2.
$✳R = x$ Seno de la Declinacion
y ſu Seno 2.
$CR = t$.

La propiedad de la proyeccion del circulo A✳LH nos dà eſta analogìa $r : e = u : M✳ = \frac{eu}{r}$; y los triangulos rectangulos CR✳, CM✳ eſta equacion $\frac{e^2u^2}{r^2} + c^2 = x^2 + t^2$; de donde quitarémos la t por medio de los triangulos ſemejantes CIH, CMN, ✳ON; en los quales tenemos $b : r = c : CN = \frac{rc}{b}$; y tambien $b : a = t : ON = \frac{at}{b}$; por lo qual $\frac{rc}{b} + \frac{at}{b} = CO = x$; de donde ſe deduce $t = \frac{bx \mp rc}{a}$; cuyo valor poniendolo en la equacion de arriba, tendrèmos $\frac{e^2u^2}{r^2} + c^2 = x^2 + \frac{\overline{bx \mp rc}^2}{a^2}$; que-

que se reduce à $r^4 x^2 \mp 2r^3bcx = a^2e^2u^2 - r^2b^2c^2$. Suponiendo ahora en esta equacion la declinacion, y la longitud de la Estrella variables, y las demàs cantidades constantes; tomando su diferencia, tendrémos $r^4xdx \mp r^3bcdx = a^2e^2udu$. Si suponémos despues de esto, que la mutacion en longitud de Estrella es dL, y aquella en declinacion dD; para introducirlas en la equacion, en lugar de las diferencias de los Senos, tenémos estas igualaciones $du = \frac{zdL}{r}$, y $dx = \frac{ydD}{r}$; con que la equacion se reducirà à $r^4xydD \mp r^3bcydD = a^2e^2uzdL$; de donde se concluye $dD = \frac{a^2e^2uz}{r^3y\,(rx \mp bc)}\,dL$; que es la formula para hallar la mutacion en declinacion de las Estrellas; en la qual el Signo $-$ sirve para las Estrellas que tienen su latitud, y declinacion de la misma denominacion, y el Signo $+$ para las que la tienen distinta.

Segun esta formula necessitamos de la latitud, longitud, y declinacion de las Estrellas, para hallar la mutacion, que deseamos. Por el Cathalogo de *M. Flamsteed* son para fines de Agosto de 1740.

De	Latitud	Longitud	Declinacion
ε de Oriòn	24° 33′ 23″M.	79° 49′ 58″	1° 24′ 37″M
θ de Antinous	18 45 33 S.	301 18 14	1 33 42
α de Aquario	10 40 38	329 45 00	1 33 39

La mutacion en Longitud, que es un termino constante para todas, fuè en el intervalo de 3 años 8 meses, que

ſe paſſaron entre las Obſervaciones, de 3′ 04″.[a] Ahora pues, ſi todos eſtos valores ſe introducen en la formula, ſe hallaràn las mutaciones en Declinacion como ſe ſigue.

De ε de Oriòn	00′	11″	46‴
θ de Antinous	00	36	24
α de Aquario	01	01	57

Eſto concluìdo, para obtener la amplitud del arco, no hay mas, que ſumar eſtas mutaciones en Declinacion de cada Eſtrella con ſus diſtancias al Zenith de los dos Obſervatorios, y tendrémos

Por ε de Oriòn

	Segun mis medidas				Segun las de *Don Antonio de Ulloa*			
Diſt. al Zenith de *Cuenca*	1°	30	38	24	1	30	37	$31\frac{3}{4}$‴
Pueblo viejo	1	55	56	$22\frac{5}{8}$	1	55	56	$44\frac{1}{8}$
Mutacion en Declinac.			11	46			11	46
Amplitud del arco	3	26	46	$32\frac{5}{8}$	3	26	46	$01\frac{7}{8}$

Por θ de Antinous

Diſt. al Zenith de *Cuenca*	1	20	00	$52\frac{1}{4}$	1	20	00	00
Pueblo viejo	2	06	24	11	2	06	24	$28\frac{1}{2}$
Mutacion en Declinac.			36	24			36	24
Amplitud del arco	3	27	01	$27\frac{1}{4}$	3	27	00	$52\frac{1}{2}$

Por

[a] Segun las ultimas Obſervaciones hechas en *Parìs*, que quiſo tomarſe el trabajo, y hacerme el favor de comunicarme *M. de la Condamine*, parece, que eſta cantidad debe ſer mayor de 8″, por pretenderſe que la mutacion en Longitud no ſea ſiempre conſtante: aunque ello ſea aſsi, induce muy poco en el calculo nueſtro, y ſe puede proſeguir ſin aumentar la cantidad 3′ 4″ de los 8″: pues eſtos no alteraràn ſenſiblemente la mutacion en Declinacion de las Eſtrellas.

Por α de Aquario

Diſt. al Zenith de *Cuenca*	1°	$19'$	$59''$	$17\frac{3}{4}'''$	1°	$19'$	$58''$	$25\frac{1}{2}'''$
Pueblo viejo	2	05	49	$41\frac{1}{2}$	2	05	49	59
Mutacion en Declinac.		1	01	57		1	01	57
Amplitud del arco	3	26	50	$56\frac{1}{4}$	3	26	50	$21\frac{1}{2}$

Tomando un medio entre las tres determinaciones, tendrémos la amplitud del arco de $3^\circ\ 26'\ 53''$ $3^\circ\ 26\ 52\frac{1}{2}$.

Yà que hemos corregido las Obſervaciones, que han de determinar la amplitud del arco, por lo que toca al movimiento en Longitud de las Eſtrellas, podemos tambien hacerlo por motivo del movimiento eſtraño, que ſe ha notado en las Eſtrellas, y que *M. Bradley* atribuye à la Aberracion de la Luz, tomando ſu Theorica como exacta; porque aunque hayamos viſto en el Capitulo tercero, que no conviene muy bien con lo obſervado; ſin embargo, allì pudieron los errores de los Obſervadores, confundir la diferencia de las Aberraciones, por ſer èſta muy corta; lo que no ſucederà en el caſo preſente, que ſe trata de la diferencia de las Aberraciones, que padecieron las Eſtrellas, en los tiempos que obſervamos en *Cuenca*, y *Pueblo-viejo*.

La inteligencia de eſta Theorica, y el methodo de calcular la Aberracion, tanto en Latitud, como en Longitud, Declinacion, y Aſcenſion recta, ſegun dixe en el Libro primero, ſe vèn muy bien explicadas en las *Memorias de la Academia de las Ciencias de Parìs* del año 1737 por *M. Clairaut*. Segun la formula, que eſte Geometra dà para hallar la Aberracion en Declinacion, concluì las ſiguientes.

Aberraciones en Declinacion, que padecìan ε de Oriòn, θ de Antinous, y α de Aquario, al tiempo que ſe obſervaron en *Cuenca*, y *Pueblo viejo*.

En *Cuenca* à fines de Agoſto de 1740 las Eſtrellas ſe veìan mas al Septentriòn, que ſu lugar verdadero de . . .	7''	$57\frac{1}{2}$'''	ε
	8	17	θ
	7	56	α
En *Pueblo viejo* à fines de Abril de 1744 las Eſtrellas ſe veìan mas al Mediodia, que ſu lugar verdadero de . . .	6	$21\frac{1}{2}$	ε
	5	19	θ
	5	49	α

En *Cuenca* las Eſtrellas parecieron mas al Septentriòn, que ſu verdadero lugar; luego ſus diſtancias al Zenith obſervadas ſon mayores, que las verdaderas en la cantidad de la Aberracion.

En *Pueblo viejo* parecieron mas al Mediodia; luego tambien ſus diſtancias al Zenith obſervadas ſon mayores, que las verdaderas en la cantidad de la Aberracion. Es pues preciſo ſubſtraer las dos Aberraciones de la Amplitud del arco arriba determinado, para obtener el corregido, por lo que toca à eſta Hypotheſis, y quedarà entonces

		Segun mis medidas				Segun las de *Don Antonio de Ulloa*			
por	ε	3°	26	32	$13\frac{5}{8}$	3°	26	31	$42\frac{7}{8}$
	θ	3	26	47	$51\frac{1}{4}$	3	26	47	$16\frac{1}{2}$
	α	3	26	37	$11\frac{1}{4}$	3	26	36	$36\frac{1}{2}$
Medio entre los tres		3	26	39	05	3	26	38	32

Para

Para que no nos falte en este particular circunstancia en que no se haya puesto la atencion, harémos reparo, y entrarémos en el calculo de la mutacion en Declinacion, que puede proceder de la alteracion de la Obliquidad de la Ecliptica, de que yà se tratò latamente en el Libro primero.

Para esto recogerémos la Equacion de la pagina 289 $r^4x^2 \mp 2r^3bcx = a^2e^2u^2 - r^2b^2c^2$: y suponiendo que x, a, y b son variables, mientras las otras cantidades son constantes, tomarémos la diferencia, y resultarà . . . . $r^4xdx \mp r^3bcdx \mp r^3cxdb = ae^2u^2da - r^2bcdb$; pero . . . $b : a = da : -db = \frac{ada}{b}$; con que poniendo este valor de db en la Equacion, quedarà en . . . . $r^4xdx \mp r^3bcdx \pm \frac{r^3acxda}{b} = ae^2u^2da + r^2c^2ada$. Suponiendo ahora, que la mutacion de la Obliquidad de la Ecliptica sea dO, y la de la Declinacion de la Estrella dD; para introducir estas cantidades en la Equacion tendrémos como antes $dx = \frac{yd\text{D}}{r}$ y $da = \frac{bd\text{O}}{r}$; con que la Equacion se reducirà à . . . . $r^4xyd\text{D} \mp r^3bcyd\text{D} \pm r^3acxd\text{O} = ae^2u^2bd\text{O} + r^2ac^2bd\text{O}$; de donde se deduce $d\text{D} = \frac{be^2u^2 + r^2bc^2 \mp r^3cx}{r^3y \, 8 \, rx \mp bc} ad\text{O}$: que es la formula para hallar la mutacion en Declinacion, que debe proceder de la alteracion de la Obliquidad de la Ecliptica.

Si se supone ahora, que esta alteracion haya sido en el intervalo de los 3 años 8 meses, que se passaron entre las Ob-

Obſervaciones, de 8″; las mutaciones en Declinacion de las Eſtrellas nacidas de eſta cauſa ſeràn por la formula.

$$\text{de}\begin{Bmatrix}7'' & 54''' \\ 6 & 57 \\ 4 & 13\end{Bmatrix}\text{por}\begin{Bmatrix}\varepsilon \\ \theta \\ \alpha\end{Bmatrix}$$

La primer Eſtrella, en la ſupoſicion de aumentar la Obliquidad de la Ecliptica, diſminuyò ſu Declinacion, y las otras la aumentaron; por lo qual, para corregir la amplitud del arco, comprehendido entre los dos Obſervatorios, ſe ſumarà la primera cantidad, y ſe reſtaràn las otras dos; y ſegun eſto, el primer arco concluìdo, ſin hacer atencion à la Aberracion, ſerà

		Por mis medidas	Por las de *Don Antonio de Ulloa*
Segun	ε	$3^\circ\ 26'\ 54''\ 26\frac{5}{8}'''$	$3^\circ\ 26'\ 53''\ 55\frac{7}{8}'''$
	θ	3 26 54 $30\frac{1}{4}$	3 26 53 $55\frac{1}{2}$
	α	3 26 46 $43\frac{1}{4}$	3 26 46 $08\frac{1}{2}$
medio entre los tres		3 26 51 53	3 26 51 20

Y el miſmo arco, comprehendiendo la correccion de la Aberracion, ſerà

		Por mis medidas	Por las de *Don Antonio de Ulloa*
Segun	ε	$3^\circ\ 26'\ 40''\ 07\frac{5}{8}'''$	$3^\circ\ 26'\ 39''\ 36\frac{7}{8}'''$
	θ	3 26 40 $54\frac{1}{4}$	3 26 40 $19\frac{1}{2}$
	α	3 26 32 $58\frac{1}{4}$	3 26 32 $23\frac{1}{2}$
medio entre los tres		3 26 38 00	3 26 37 27

Yà nos hallamos aquì con quatro determinaciones de la amplitud del arco, de las quales es preciſo eſcoger una.

Para

Para esto hemos de atender, que la primera, y tercera convienen à poco mas de un segundo de diferencia, que es cosa despreciable; por lo qual, y resultar la tercera de la mutacion de la Obliquidad de la Ecliptica, quedamos assegurados, que la misma resulta tendrémos, haciendo, ò no atencion à esta mutacion. Solo pues nos altera el calculo la Aberracion; sobre la qual ocurre decir, que aunque varios Astrónomos la han confirmado por sus Observaciones, no parece que generalmente hablando de todas las Estrellas, està muy assegurado de ella el mismo *M. Bradley*; y en efecto nuestras Observaciones hechas en *Cuenca* la hacen dudar mucho.

Esto supuesto, el arco, à quien nos debemos atener, es el de la primera resolucion, que hallamos segun mis medidas de 3° 26′ 53″, y segun las de *D. Antonio de Ulloa* de 3° 26′ 52½″; y si entre estos dos se toma un medio, quedarà de 3 26 52¾.

CAPITULO V.

Determinacion del valor del grado de Meridiano contiguo à el Equador.

DEterminada la distancia en toesas del paralelo del Observatorio de *Cuenca* al de *Pueblo viejo*, y tambien la amplitud del arco comprehendido entre los mismos, no hay mas que partir la primera cantidad por la segunda, para venir en conocimiento del valor del grado de Meridiano contiguo à el Equador; hagase pues la operacion, y se hallarà este grado de 56767.788 toesas del piè de Rey del *Chastelet de Parìs*.

Si

Si ſe quiſiere comparàr eſte grado con otro, es neceſſario atender al grado de Frio, ò Calor, ſobre el qual eſtà fundada la medida; teniendo preſente, que èſta (ſegun diximos en el Capitulo tercero de la Seccion primera de eſte Libro) eſtà eſtablecida ſobre el grado 23 del Thermometro de *M. de Reaumur.*

No ſe imagine ahora, ſin embargo de todas las precauciones que ſe han notado, que eſte grado eſtè concluìdo à la toeſa juſta, como algunos Authores quieren mantener los que han dado, pues muy apartado de creer yo eſto, digo: que no es muy dificil cometer en las Obſervaciones Aſtronómicas el yerrò de 6, ù 8 ſegundos; parte por el que precíſamente debe proceder de la operacion del Obſervador, y la mayor cantidad de la rectificacion del Inſtrumento; no obſtante, tampoco me perſuadirè, à que vaya mucho mas lexos, viſtas las operaciones, y ſutileza, que ſe ha practicado. Tambien dirè, que en la medida geometrica no ſe puede cometer yerro de momento, aſſegurados de la Baſe fundamental, porque las demàs operaciones ſon muy juſtificadas para que le produzcan.

Eſto ſupueſto, de haver algun yerro en el grado debe recaer todo ſobre las Obſervaciones Aſtronómicas; y como èſte diſminuya deſpues en la determinacion del grado à proporcion que la medida geometrica es mayor, ſe ſigue; que de los grados determinados con igual juſtificacion, aquèl tendrà menor yerro, cuya medida geometrica, por medio de la qual ſe concluyò, haya ſido mayor.

Eſtablecida la magnitud del grado en toeſas del *piè de Rey de Parìs*, ſerà bien, que la arreglemos à Varas Caſtellanas, à fin de que ſean igualmente participes de eſta

de-

determinacion de grado aquellos, que carecieren del piè. Para esto nos valdrèmos de la razon, que dimos en la pagina 101 de dicho piè à la Vara; la qual siendo como 144 à 371, las 56767.788 toesas, que se asignaron al grado de Meridiano contiguo à el Equador, equivaldràn à 132203 Varas Castellanas, que son las que comprehenderà el mismo grado.

Esta es la determinacion que parece solicitaban muchos de nuestros antiguos Escritores Españoles, para saber las Leguas, que comprehendìa un grado terrestre de circulo maximo; à falta de lo qual, y de algunas medidas poco exactas, se puede discurrir, que le atribuyeron 17 Leguas y media Españolas de largo; pues segun ellos el numero de Leguas (las quales suponen de 5000 Varas cada una) que comprehende un grado, està sujeto à la mayor, ò menor cantidad de estas Varas, que tuviere de largo el dicho grado; muy al contrario de lo que pretenden algunos modernos, que hacen sin fundamento alguno el grado de 17 Leguas y media Españolas, y èstas mayores, ò menores, segun fuere mas, ò menos estendido el grado. Lo cierto es, que la Legua Española no debe ser de 5000 Varas, ò el grado contiene mas de 17 y media de estas mismas Leguas; pues partiendo las 132203 Varas, que arriba hallamos contener el grado, por $17\frac{1}{2}$, viene al quociente $7554\frac{1}{2}$, que fuera el valor de la Legua, suponiendo contener el grado 17 y media; ò al contrario, partiendo las mismas 132203 Varas por 5000, viene al quociente $26\frac{22}{50}$, ò 26 y media, que fuera el numero de Leguas Españolas, que debe contener el grado, suponiendo cada una de 5000 Varas.

Para aclarar esta diferencia debemos averiguar, si la

Legua es una medida conſtante, è invariable, y en tal caſo vèr quantas de ellas entran en el grado, ſin dexarnos llevar ciegamente, como los mas Authores lo han hecho en eſto; ò bien al contrario, ſaber de cierto, ſi debe contener el grado las 17 Leguas y media Eſpañolas, como ſe cree comunmente, y en eſte ultimo caſo inquirir la magnitud de la Legua; pues ambas coſas ſe pueden deducir, como lo hemos hecho arriba, dada la magnitud del grado.

Entre varios Authores, que he procurado examinar ſobre eſte aſſumpto, el que ſe explica con mas claridad, es *Andrès Garcia de Ceſpedes* en ſu Hydrographía, que eſcriviò de Orden del Rey en 1606; pues en el Capitulo 21 dice: *Porque los grados de longitud que ay de unas partes à otras, algunas veces, quando no ſe hallava otro mejor medio, ſe regulavan por las leguas que ſe hallavan de la una parte à la otra, tomando por cada grado 17 leguas y media, como comunmente ſe toman en Eſpaña: y porque eſta ſuma de leguas aun no eſtà bien averiguada, he querido poner el modo como eſto ſe podrà averiguar.* Para la inteligencia de eſto, que dice *Ceſpedes*, es meneſter eſtàr, en que los grados, que ſe caminan en el Mar Norte Sur, ſe determinan juſtamente por las Obſervaciones de Latitud; pero los de Longitud, no ſe conocen por otro medio, que por la eſtimativa, ò juicio prudente de las Varas, que ſe andan, atendiendo, à que cada grado debe comprehender cierto numero de Varas, ò Leguas; y por eſto dice, que los grados de Longitud ſe regulaban por las Leguas, que ſe hallaban de una parte à otra. Segun eſto pues, dà como coſa aſſentada *Ceſpedes*, que la Legua es una cierta magnitud determinada, è independiente del grado, pues que ſegun ella ſe regulaban los grados; y no como pien-

ſan

ſan algunos, una parte de las 17 y media en que ſe puede dividir el grado; cuyo parecer lo comprueba aùn con mas eficacia, quando dice (hablando de que el grado contenga, ſegun la comun opinon, 17 Leguas y media) *y porque eſta ſuma de leguas, aun no eſtà bien averiguada, he querido poner el modo como eſto ſe podrà averiguar.*

Ademàs de eſto, queriendo exponer el miſmo Author eſte modo, trae el que usò *Eratoſthenes*, y el que propone *Chriſtoforo Clavio*; en los que encuentra muchas dificultades, que le parecìan dificiles de allanar por falta de conocimiento de los Inſtrumentos, y methodos de que oy nos ſervimos; y proſigue, para probar que haſta entonces no ſe podìa ſaber quantas Leguas contenìa el grado. *Pues dado caſo que eſtos modos fueſſen faciles, y ciertos en la practica, ninguno pone que lo aya obſervado: y quando la opinion de* Eratoſthenes *fueſſe verdad, y que èl lo huvieſſe obſervado, y hallaſſe que à cada grado de la tierra le correſpondìan* 700 *Eſtadios, ay en eſto algo en que dudar, porque no tenemos cierta noticia què tan grandes fueſſen eſtos Eſtadios, ſegun la medida de que aora ſe uſa, como ſon pies Caſtellanos de los que la vara Caſtellana tiene tres pies: y lo miſmo es de otra qualquiera medida que ſe uſa en otras partes: y aſsì no ſe pueden reducir eſtos Eſtadios à las medidas de leguas, ò millas, ò pies, ò paſſos de que aora uſamos: de donde ha venido de dàr mas, y menos leguas al grado de la tierra, porque algunos dàn* 15 *leguas Eſpañolas, otros* 16, *y lo mas comun* 17 *y media, y otros* 18, *y otros mas. Eſtas diferencias provienen de dos cauſas: la una es (como avemos dicho) por no ſaber los Eſtadios que contiene una legua. La otra es, que unos hacen las leguas mayores que otros: pero comunmente en* Eſpaña *ſe tiene por lo mas cierto que reſponden à cada grado de la*

tierra 17 *leguas y media; aunque de esto no se halla observacion mas de la comun opinion. La legua Española, à lo menos la que se practica en toda* Castilla, *tiene* 15000 *pies, de los que tres hacen una vara Castellana, como consta por las medidas que se han hecho, para averiguar las jurisdiciones de las Audiencias Reales, como se ha medido de* Madrid *hasta* Alcalà de Henares, *por saber si estava dentro de las cinco leguas que tienen jurisdicion los alguaziles, para hacer sus execuciones, y visitas. Lo mismo se ha medido de* Valladolid *à* Tordesillas, *y la una, y la otra villa estàn fuera de las cinco leguas, segun que cada legua tiene* 15000 *pies de los que avemos dicho.*

Aquì se vè claramente de nuevo, como se dudaba de la magnitud del grado, en tiempo que escriviò *Cespedes*; y que el hacerle de 17 Leguas y media Españolas no era mas de comun opinion, que se llevaba ciegamente, pues dice, que de esto no se hallaba observacion. Tambien se vè, que la Legua Española es una medida determinada, como la Milla, piè, y passo de los que se usan comunmente; haviendo de constar de 15000 pies, ò 5000 Varas. De esta magnitud la hace asimismo el *Bachiller Juan Perez de Moya* en su *Tratado de Geometría Practica, y Speculativa*, que escriviò el año 1573, donde dice (Lib. 2 de Geometría Cap. 3 pag. 97) *Legua Española es cinco mil varas, que hacen quince mil pies*; y asi no queda duda en que la vulgar opinion, que mantiene contener el grado 17 Leguas y media Españolas, debe ser despreciada; y que para averiguar, las que justamente encierra, debemos dàr por principio sentado, que la Legua Española consta de 5000 Varas.

Dos objecciones, solas se pueden hacer à esto; la primeme-

mera, que hay diſtintas Leguas Eſpañolas, y que la que citan *Ceſpedes*, y *Moya* no es de las que ſe contienen 17 y media en grado; y la otra, que es muy dable, que no haya tal Legua Eſpañola, que contenga las 5000 Varas. A lo primero ſe reſponde, que deſde luego ſe confieſſa que hay diſtintas Leguas Eſpañolas, como la de *Cataluña*, *Valencia*, *Caſtilla*, &c; pero que ſin embargo, la Legua, que debaxo de titulo de Eſpañola debemos entender, hablando ſin diſtincion, es la de *Caſtilla*; aſsi como haviendo diſtintas Lenguas Eſpañolas, como la Valenciana, Baſcongada, Caſtellana, y otras, con todo eſſo la Caſtellana es la que, generalmente hablando, ſe toma por la Eſpañola. A lo ſegundo, aunque fuera ſuficiente la autoridad de los dos Authores citados, pues ſon de los mas cèlebres, que eſcrivieron en aquellos tiempos, traerèmos las de nueſtras leyes de Caſtilla; entre las quales en la 3 tit. 16 part. 2 hablando de la Corte, y que en ſus inmediaciones ninguno mate, ò hiera à otro, ſe dice: *Otro ſi mandaron, que ſi un ome honrrado mataſſe à otro à tres Migeros de derredor del lugar do el Rey fueſſe, que es una legua, que murieſſe por ello.* En la 25 tit. 26 part. 2. hablandoſe del modo de repartir los deſpojos havidos en la Guerra, y determinandoſe, que eſto no ſea ſolo entre los que vàn los primeros en una entrada, sì tambien con los que vienen deſpues, ſe dice, que en eſtos ſe haya de entender lo ſiguiente: *E por ende puſieron aſsì, que los que ante fueſſen alcanzando, tornaſſen la cabeza empos de sì tres vegadas; è quantos vieſſen, que venìan cerca à ellos quanto faſta una Legua, que ſon tres mil paſſos, que eſtos ovieſſen parte de la ganancia llegando, y con ellos, luego que el fecho fueſſe acabado.* De eſta ley, y de la antecedente ſe ſigue, que el Migero, que es lo miſ-

mismo que Milla consta de 1000 passos. En la ley 4 tit. 13 part. 1 hablando de los Cementerios, que debe haver en las Iglesias; y estableciendo que estos los destine el Obispo en las Cathedrales, y Conventos de 40 passadas, y en las Parroquiales de 30, concluye: *E porque algunos dudaban en como se deben medir los passos para amojonar el Cementerio, departelo la Santa Iglesia en esta manera; que la passada aya cinco pies de ome mesurado, è en el piè quinze dedos de traviesso.* Con que segun esto, la Legua consta de tres Migeros, ò tres mil passos, cada passo de cinco pies, y cada piè de quince dedos; y asi con razon dixo *Cespedes*, que la Legua Española debe constar de 15000 pies. Ahora que el piè sea la tercia de la Vara, se debe creer asì; lo primero, porque previene la ley, que sea de un *ome mesurado*, y serà raro el hombre, que tenga el piè mas largo que una tercia; y lo segundo, porque el comun estilo, y practica de *Madrid* oy dia es de contarse la tercia de la Vara por piè. No obstante no dexarèmos de advertir que *Don Antonio de Gastañeta* en sus *Proporciones de las medidas de Navìos*, que diò de orden del Rey, dice en la pag. 14, que el *Codo real* se compone *de dos tercias de la Vara de* Castilla *medida de* Avila, *y una de las treinta y dos partes de las dos tercias mas*: esto es, de $\frac{33}{48}$ de la Vara; y en la pag. 27 buelta, hablando de la Quilla del Navìo, *se formarà de 4 piezas, y de 8 pies de largo sus juntas, que son 4 Codos*: Luego segun este Author el piè es la mitad del *Codo*, ò $\frac{33}{96}$ de la Vara, y mayor que la tercia de $\frac{1}{96}$ de Vara; pero haviendose dicho, que el uso, y practica de *Madrid* es de tomar la tercia de la Vara por el piè, lo qual siguen casi todos los Authores, tanto antiguos, como modernos, debemos prudentemente creer, que *Don Antonio de Gastañeta* se equivicò en hacer el piè la mi-

mitad del *Codo*. Muy al contrario, pudiera diſcurrirſe menor; pues ſiendo el comun eſtilo dividir la Vara en 48 dedos, à la tercia le correſponden 16, y la ley no manda, que tenga el piè mas de 15; pero en eſto ſe puede creer ſin duda, que los dedos de que habla la ley no ſon los miſmos, que aquellos de los quales 48 componen la Vara; pues ſiendo tambien comun eſtilo entre los Jueces hacer la Legua legal de 5000 Varas, ſe ſiguiera preciſamente contradicion, ſi el piè no fuera el tercio de la Vara.

No ponen duda algunos Authores modernos en que ſea eſta, Legua Eſpañola; pero añaden otras dos, que llaman *comun*, y *geographica*; pero eſtas hay apariencia de que ſean impueſtas por ellos miſmos. Porque què quieren eſtos Authores, que entendámos por *Legua comun*? alguna, que ſe imaginan ſe uſa en todo el Reyno, ò el pedazo de tierra, que los Arrieros, ò gente poco verſada en medidas toma por Legua? Si es lo primero, ſe niega què haya tal *Legua comun*; y ſi lo ſegundo, muy lexos de ſer *comun*, ſerà *variable*; porque en cada territorio toman por Legua, diſtinta magnitud; y aun en uno miſmo, pues muchas veces ſe oye, que la primera Legua es mayor que la ſegunda, y èſta que la tercera; no teniendo para ello mas regla, que la voz envejecida, ò el arreglamento de Poſtas, que mas es arreglamento de lo que ſe debe pagar, que de medidas; pues para formar èſte era neceſſario ſe huvieſſen tomado otras precauciones.

No tiene mejor fundamento la otra Legua, que llaman *geographica*; pues en mi entender no le han dado eſte nombre ſino ſolamente por verla pueſta en los Mapas geographicos; en los quales la eſtablecen los Eſtrangeros en fé de que algunos Authores Eſpañoles aſſeguran (como ſi lo hu-

huvieſſen medido) que el grado contiene 17 Leguas y media Eſpañolas.

Eſto bien aclarado, y no haviendo duda en que la Legua Eſpañola conſta de 5000 Varas, y que ſea una medida conſtante, è invariable, tampoco hay duda en que, como diximos antes, el grado de Meridiano contiguo à el Equador contenga $26\frac{22}{50}$, ò 26 Leguas y media Eſpañolas, y no 17 y media, como creen todos los Authores, aun comprehendiendo los mas claſicos; pues partiendo las 132203 Varas, que contiene el grado por 5000, viene al quociente las $26\frac{22}{50}$, ò 26 y media.

Haviendoſe yà hecho eſta deduccion, por ſi alguno neceſsitaſſe hacerla à qualquiera otra medida, ſe añade la Tabla que ſe ſigue, que enſeña la razon en que ſe hallan unas con otras.

El piè de Rey de *Parìs*	1440
de *Londres*	1350
Romano del Capitolio	1306
del *Rhin*	1390
de *Bolonia*	1682
El Palmo de *Napoles*	1169
de *Genova*	1118
La Vara de *Caſtilla*	3710

CA-

CAPITULO VI.

Sobre la Figura de la Tierra.

QUedando yà instruìdos por la Introduccion de las varias opiniones, que ha havido sobre la Figura de la Tiera, solo nos detendrémos aquì en explicar la que resulta de nuestras operaciones, y de las otras, que ultimamente se hicieron por orden del Rey Christianissimo. En la Lapponia *M. de Maupertuis*, con otros Académicos de las Ciencias de *Parìs* midieron, como nosotros lo hemos hecho, el extendido de 57′ 28½″; y por èl hallaron el grado de Meridiano, que cruza el circulo Polar, de 57437. 9 toesas. [a] Ultimamente midieron *M. M. Cassini de Thury*, y el Abate *de la Caille* de nuevo todo el extendido de la Francia, y resolvieron la longitud de varios grados, que comprehende el Reyno; como se vè en la Obra, que dieron, intitulada *La Meridienne de* Parìs *verifièe*; en la qual se halla pag. 112 una tabla del valor de muchos grados; segun la qual parece, que se puede suputar el grado de Meridiano, que cruza el paralelo 45° de 57050 toesas; con lo qual, y haviendo determinado nuestro grado de Meridiano contiguo à el Equador de 56767. 788 toesas, tenemos de cierto, que los grados de Meridiano de la Tierra no son iguales, y que vàn disminuyendo al passo, que se aproximan al Equador; y assì se sigue esta

CONCLUSION.

LOs grados del Meridiano terrestre no siendo iguales, la Tier-

a. Memorias de la Academia de las Ciencias año 1737.

Tierra no puede ſer perfectamente Eſphérica; y hallandoſe menores al paſſo que eſtàn mas proximos del Equador, ha de ſer preciſamente Lata: eſto es, el Diametro del Equador mayor que ſu Exe. [a]

Para hallar la razon en que eſtàn eſtos dos Diametros, *M. de Maupertuis* dà una formula en ſu medida citada, baxo la ſupoſicion de que la curva, por cuya revolucion ſe produce la Eſpheroide, ò Figura de la Tierra, es una Elipſe. Con eſte miſmo principio dì yo otra en *Quito* ignorando la primera; de quien ſolo ſe diſtingue, en que en aquella empleò *M. de la Maupertuis* las Séries infinitas, lo que yo no hice; por lo qual le ſaliò mas ſimple. Eſto me hiciera omitir la mia con toda ſu conſtruccion, à no ſer mas general, y neceſsitar de algunas Equaciones, que de ella redundan. La propoſicion, y la forma en que yo la reſolvì ſe reducen à eſto.

PROBLEMA.

Dados dos grados, ò minutos de la perifera de una Elipſe, hallar la razon de ſus Diametros.

Sean

[b] Fig. 14. Lam. 7.

BQCE [b] la Elipſe, ò Meridiano terreſtre
EQ el Equador
BC el Exe
H Un parage, ò punto donde ſe midiò un grado
I Otro parage donde ſe midiò el ſegundo grado
DE = A

DB

a. Veanſe las razones en la Introduccion.

$DB = 1 =$ al radio
$HF = S$ Una Ordenada
$IG = s$ Otra Ordenada
Un minuto del grado medido en $H = M$
$I = m$.

y por ultimo los Abſciſſes correſpondientes à las Ordenadas $= x$.

La Equacion à eſta Elipſe es $A^2S^2 = 2Ax - x^2$; ſu diferencia es $A^2SdS = Adx - xdx$; luego $dx = \frac{A^2SdS}{A - x}$; pero de la Equacion de la Elipſe es $x = A \pm A(1 - S^2)^{\frac{1}{2}}$; luego $dx = \mp ASdS(1 - S^2)^{-\frac{1}{2}}$. Suponiendo ahora dx conſtante, la diferencia de eſta ultima Equacion ſerà igual à Cero; eſto es, $AdS^2(1 - S^2)^{-\frac{1}{2}} + ASddS(1 - S^2)^{-\frac{1}{2}} + AS^2dS^2(1 - S^2)^{-\frac{3}{2}} = 0$; y partiendo por $A(1 - S^2)^{-\frac{1}{2}}$, quedarà en $-ddS = \frac{dS^2}{S(1 - S^2)}$. Antecedentemente hallamos $dx = \mp ASdS(1 - S^2)^{-\frac{1}{2}}$; luego $dx^2 = \frac{A^2S^2dS^2}{1 - S^2}$; y

$$dx^2 + dS^2 = \frac{dS^2 + (A - 1)S^2dS^2}{1 - S^2}.$$

Es neceſſario advertir ahora antes de continuar el calculo, que ſi KLN[a] es la Devoluta de la Elipſe, ò Meridiano terreſtre, que antes citamos; y que ſea $PO = m$ uno de los minutos medidos, y $UT = M$ el otro, las perpendiculares à la ſuperficie de la Tierra en los extremos de los minutos, como OX, PX, TY, UY ſon radios de la Devoluta KLN; los angulos OXP, TYU ſiendo ambos de un minuto, ſon iguales, y por conſiguiente los triangulos OXP, TYU ſon ſemejantes, y ſus lados proporcionales: eſto

[a] Fig. 15. Lam. 7.

eſto es, las longitudes de los minutos ſon como los radios de la Devoluta PY, UY.

Eſto ſupueſto, la formula del radio de la Devoluta, ſuponiendo dx conſtante, como lo hicimos antes, es... $\frac{(dx^2+dS^2)^{\frac{3}{2}}}{-dxddS}$; y poniendo en eſta formula en lugar de ſus iguales las cantidades halladas antecedentemente, ſe reducirà à $\frac{(1+(A^2-1)S^2)^{\frac{3}{2}}}{A}$ [a]; que es la formula del radio de la Devoluta de la Elipſe, ò Meridiano terreſtre en el parage donde ſe midiò el minuto M, reſpecto de havernos valído de ſu Ordenada correſpondiente S: eſto es, el radio UY.

Para hallar el valor del radio PX, no hay mas, que poner en eſta ultima formula s en lugar de S, y ſe tendrà $PX = \frac{(1+(A^2-1)s^2)^{\frac{3}{2}}}{A}$.

Eſto eſtablecido, y haviendoſe demonſtrado, que eſtos radios ſon proporcionales à los minutos medidos, tendrémos $\frac{(1+(A^2-1)S^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+(A^2-1)s^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{m}$; de donde ſe deduce $A^2 = (m^{\frac{2}{3}}S^2 - M^{\frac{2}{3}}s^2) = M^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}} + m^{\frac{2}{3}}S^2 - M^{\frac{2}{3}}s^2$; luego..

$A = \left(\frac{M^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}S^2 - M^{\frac{2}{3}}s^2} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$; que es la formula para hallar la A igual al radio del Equador, dados el valor de los minutos M, y m, y ſuponiendo el radio, ò Semiexe $= 1$.

CO-

[a] De eſta formula ſe deduce facilmente lo que ſe dixo por anotacion en la medida de la Baſe pag. 152: eſto es, que las perpendiculares baxadas de los Horizontes de los lugares, que eſtàn en un miſmo Meridiano, y cercanos à el Equador ſe unen à una diſtancia expreſſada por $\frac{1}{A}$; cuyo valor es el radio de la Devoluta ſuponiendo $S = 0$.

COROLARIOS.

1. Si el pequeño arco, ò minuto m eſtà medido en E[a]: eſto es, en el Equador, entonces ſu Seno de la Latitud, ù Ordenada $s = 0$, y la formula ſe reduce à $A = \left(\frac{M^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} S^2} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$

[a] Fig. 14. Lam. 7.

2. Si à mas el arco, ò minuto M eſtà medido en B: eſto es, en el Polo, eſta ultima formula ſe reduce (por ſer en eſte caſo la Ordenada S, ò Seno de Latitud $= 1$) à $A = \frac{M^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{3}}}$; de donde ſe ſigue eſta analogìa $m : M = 1 : A^3$: eſto es, los minutos, ò grados de Meridiano cercanos al Equador, y Polo, ſon como el Cubo del Exe de la Tierra, al Cubo del Diametro del Equador.

3. Si no ſe quiere hallar mas, que la cantidad en que el radio del Equador excede al Semiexe, ſe ſupondrà $A = 1 + \delta$; y tendrémos $A^2 = 1 + 2\delta + \delta^2$; y deſpreciando el ultimo termino por infinitamente pequeño, reſpecto, que el radio del Equador excede en muy poco al Semiexe, quedarà $A^2 = 1 + 2\delta = \frac{M^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} - M^{\frac{2}{3}} s^2} + 1$; luego $\delta = \frac{M^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}}{2(m^{\frac{2}{3}} S^2 - M^{\frac{2}{3}} s^2)}$.

4. De eſta formula ſe deduce facilmente la de *M. de Maupertuis*, ſuponiendo $M = m + n$: eſto es, $n =$ al exceſſo de un grado ſobre el otro; porque ſerà $M^{\frac{2}{3}} = m^{\frac{2}{3}} + \frac{2n}{3m^{\frac{1}{3}}} - \frac{n^2}{9m^{\frac{4}{3}}} + \&c$; y poniendo eſte valor en la formu-

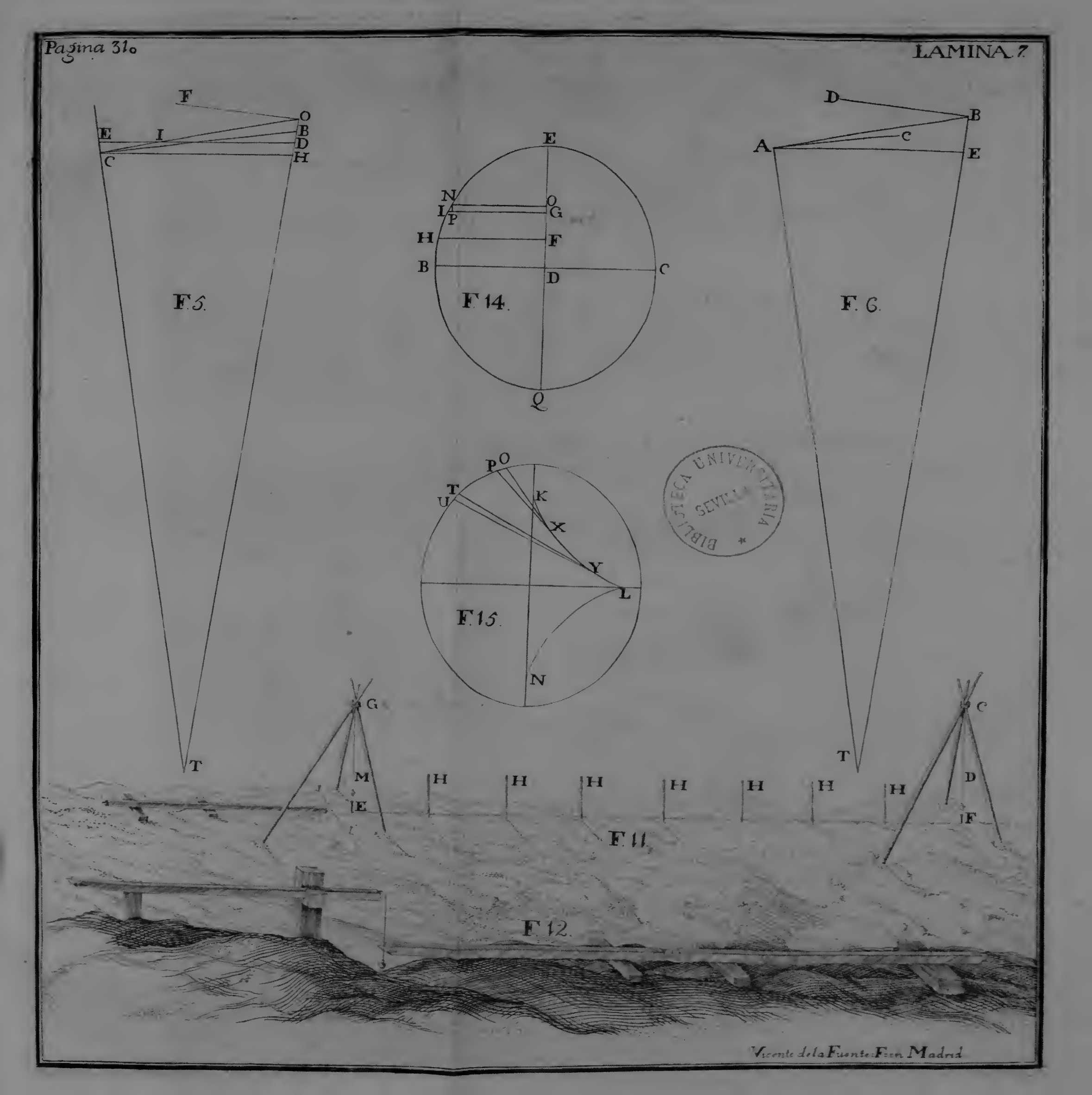
mula, y deſpreciando las cantidades infinitamente pequeñas, reſultarà $\delta = \frac{n}{3m(S^2 - s^2)}$.

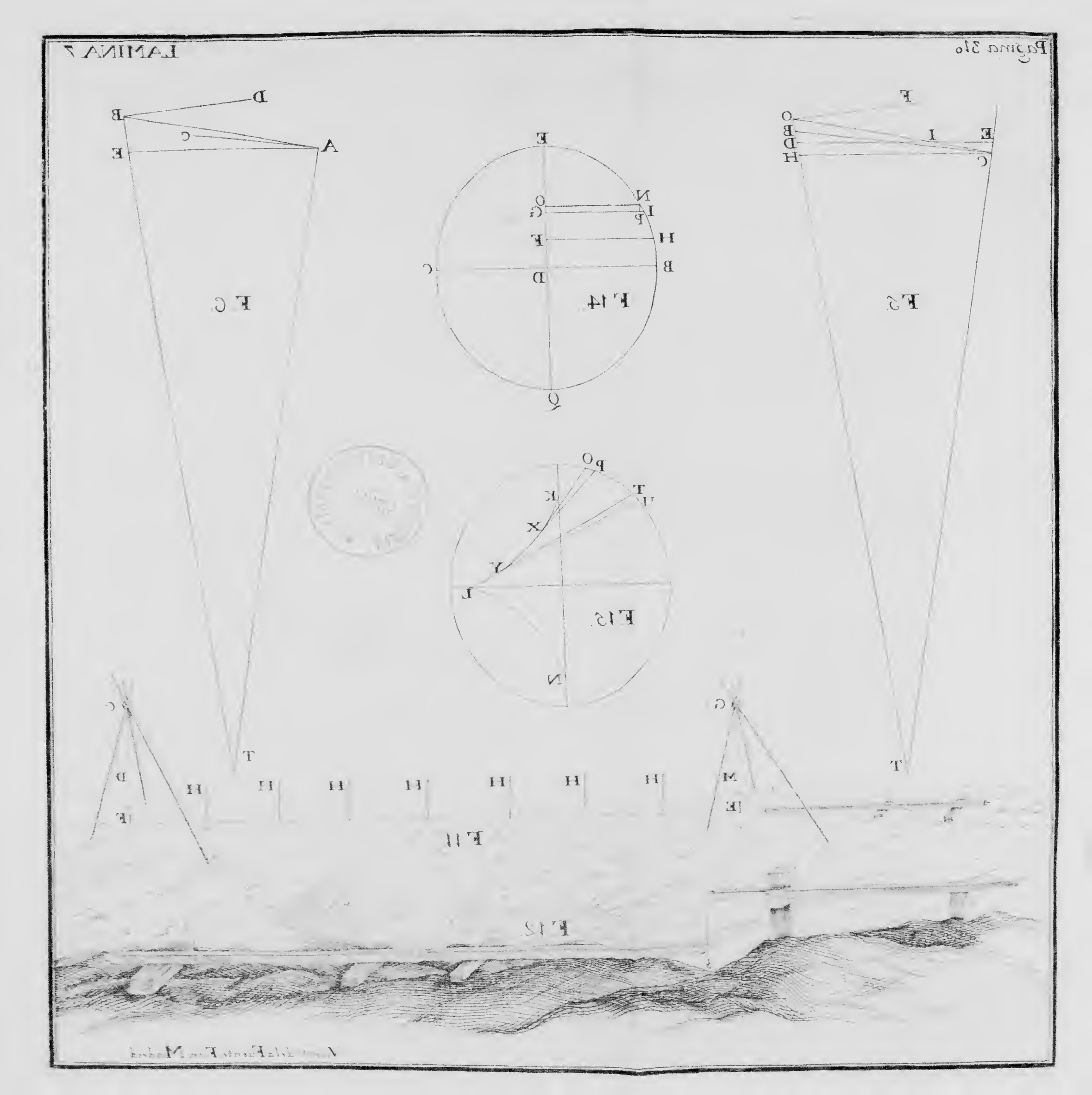
5. Si el pequeño arco, ò minuto m eſtà medido en el Equador, como ſe ſupuſo en el Corolario 1, ſerà tambien como en aquel $s = 0$; y quedarà la formula en $\delta = \frac{n}{3mS^2}$.

6. Si ademàs el arco, ò minuto M eſtà medido en el Polo, eſta ultima formula quedarà (por ſer, como en el Corolario 2, $S = 1$) en $\delta = \frac{n}{3m}$; de donde ſe deduce $m : n = 1 : 3\delta$: eſto es, el minuto, ò grado de Meridiano proximo à el Equador, es à lo que excede à èſte el del Polo, como el Semiexe, à tres veces el exceſſo del radio del Equador ſobre el Semiexe.

7. El Corolario 5 nos diò $\delta = \frac{n}{3mS^2}$; luego $1 : 3m\delta = S^2 : n$; y como en eſte caſo m repreſente el minuto, ò grado del Meridiano contiguo à el Equador, la cantidad $3m\delta$ es conſtante; con que tambien lo ſerà la razon $\frac{1}{3m\delta}$, y ſu igual $\frac{S^2}{n}$; y aſsi los exceſſos n de los grados de qualquiera Latitud ſobre el antecedente contiguo à el Equador, ſeràn como S^2: eſto es, como los quadrados de los Senos de las miſmas Latitudes.

8. Los Corolarios 6, y 7, y los grados de Meridiano medidos en las cercanías del Equador, y Latitud 45°, nos dàn otro methodo muy facil de hallar la cantidad en que el radio del Equador excede al Semiexe; porque el quadra-


F
O
E
I
B
D
C
H
F. 5.
T
E
N
O
I
G
P
H
F
B
C
D
F. 14.
Q
D
B
C
A
E
F. 6.
T
P
O
T
U
K
X
Y
L
F. 15.
N
G
M
E
H
H
H
H
H
H
H
C
D
F
F. 11.
F. 12.
Vicente de la Fuente F. en Madrid


LAMINA 7
Pagina 310
F.14
F.15
F.11
F.12

drado del Seno de la Latitud 90° es duplo del quadrado del Seno de la Latitud 45; con que si n representa el excesso del grado 45° sobre el contiguo à el Equador $2n$ (Corol. 7) representarà el excesso del grado 90°; y (Corol. 6) seràn $m : 2n = 1 : 3\delta$; esto es, $\delta = \frac{2n}{3m}$.

9. De la formula antecedente se deduce $m : n = 1 : \frac{3}{2}\delta$: esto es, el grado de Meridiano contiguo à el Equador es à aquello en que le excede à éste el de la Latitud 45°, como el Exe de la Tierra à vez y media el excesso del radio del Equador sobre el mismo Exe.

10. Haviendose dicho en el Problema, que los minutos, ò grados de Meridiano son proporcionales à los radios de la Devoluta de la Elipse, que le representa; y el grado del mismo Equador, haviendo de ser como el radio de èste; se sigue, que un grado de Meridiano es al del Equador como $\frac{(1+(A^2-1)S^2)^{\frac{3}{2}}}{A}$ à A; ò como $(1+(A^2-1)S^2)^{\frac{3}{2}}$ à A^2.

11. Del Corolario antecedente se sigue, que el grado de Meridiano contiguo à el Equador es al del mismo Equador como 1 à A^2; ò (Cor. 3) como 1 à $1+2\delta$; porque en este caso $S = 0$.

12. Siendo por el Corolario antecedente el grado de Meridiano contiguo al Equador al del mismo Equador como 1 à $1+2\delta$, se sigue, que aquel grado serà à la cantidad en que le excede el del mismo Equador como 1 à 2δ.

13. En el Corolario octavo se viò, que el grado de Meridiano contiguo al Equador es à la cantidad en que excede à éste el del Polo como 1 à 3δ: luego los excessos de los grados del Equador, y de Meridiano del Polo sobre el contiguo al Equador seràn (Cor. 12) como 2δ à 3δ, ò como 2 à 3.

De

14. De eſte Corolario, y de el ſeptimo ſe ſigue el methodo de hallar el grado de Meridiano, que es igual al del Equador; porque tendrémos 3 es à 2 como el quadrado del radio al quadrado del Seno de la Latitud, donde el grado de Meridiano es igual al del Equador. Si ſe hace el calculo ſe hallarà, que eſta Latitud es la de 54° 44′ 08″.

Si à qualquiera de las formulas del Problema, y Corolarios 1, 3, 4, 5, y 8 ſe les ſubſtituyen los valores del los minutos correſpondientes medidos, tanto en la *Laponia*, como en *Francia*, y Reyno de *Quito*, y los Senos de las Latitudes donde ſe midieron, ſe hallarà la razon de los Diametros de la Tierra. Yo he hecho varias veces eſta operacion, y ſiempre la he concluído diſtinta, valiendome de diſtintos grados; lo que prueba, que no eſtàn eſtos entre sì en la razon que pide el Corolario 7. Segun éſte es preciſo, que las cantidades 282.212, 670.112, en que los grados de las Latitudes 45°, y 66° 31′ exceden el contiguo al Equador, ſean entre sì como los quadrados de los Senos de dichas Latitudes, lo que no ſe hallarà ſi ſe examina.

Por eſte motivo quieren algunos, que no ſea exacta la ſupoſicion hecha, de que la Curva, por cuya revolucion ſe produce la Eſpheroide de la Tierra, ſea una Elipſe; y vàn à buſcar otra en la qual convengan todos los grados medidos. *M. Bouguer* es quien ha dado ſolucion à eſte Problema como ſe puede vèr en las *Memorias de la Academia de las Ciencias* año 1736 pag. 443. Pero muy lexos de creer yo, que las diſparidades, que ſe hallan en los exceſſos de los grados, procedan de la ſupoſicion hecha, de que la Curva ſea una Elipſe, diſcurro no nacen mas, que del corto yerro, que indiſpenſablemente ſe debe cometer en las medidas de los grados, como ſe verà en el Libro ſiguiente.



LIBRO VIII.

De las Experiencias del Pendulo ſimple, y concluſion de la Figura de la Tierra.

CAPITULO I.

Motivos que obligaron à emprehender las Experiencias del Pendulo.

EL principal fin que nos llevò à los Reynos del *Perù*, como tengo dicho, fuè la determinacion de la figura de la Tierra; y ſobre eſte aſſumpto las Obſervaciones, que ſe oponían al dictamen, de que fueſſe Longa, eran las del Pendulo; pues *M. Richer* haviendo paſſado à la Isla de la *Cayenna*, que ſe halla en 4° 56′ 17½″ de latitud Boreal el año 1672, hallò, que para que vibraſſe el Pendulo los ſegundos de tiempo medio en aquel Pais, era preciſo acortarle una linea y quarto de longitud, que neceſsitaba en *Parìs* para lo miſmo; y como las longitudes de los Pendulos con que ſe forman de igual duracion ſus Oſcilaciones, ſegun ſe tiene bien ſabido, y han demonſtrado varios Authores, ſon como las peſadeces de los cuerpos; ſe ſigue por eſta experiencia, que la peſadèz en *Cayenna* es menor que en *Parìs*.

Eſta alteracion del peſo de los graves, la atribuyeron al inſtante *M.M.Huygens*, y *Newton* al movimiento diurno de la Tierra; pues de èl nacìa una ſegunda fuerza, llamada Centrifuga, que ſe oponìa à la de gravedad, con la qual no ſolo explicaban facilmente la Obſervacion de *M.Richer*, pero determinaban, que la Tierra era Lata.

Sin embargo de eſta Obſervacion reiterada en *Cayenna* por diez meſes, y de la Theorica dada por *M.Newton* en ſu obra *Philoſophiæ Naturalis Principia Mathematica*, dudaron en la Academia Real de *Parìs* de la verdad del hecho, como ſe vè en el tomo primero de ſu Hiſtoria, con motivo de las Obſervaciones hechas por *M. Picard* en *Montpellier*, y en *Uranibourg*; y ſolo ſe aſſeguraron de la juſta medida de *M. Richer*, deſpues que *M. M. Varin*, *Deshayes*, y *Glos* hicieron nuevas Obſervaciones en la *Gorea*, y en la *Guadalupe*, y hallaron, que ciertamente la longitud del Pendulo de igual duracion en ſus Oſcilaciones, era menor en los parages cercanos à el Equador, que en mayores latitudes: cuyas experiencias fueron deſpues confirmadas por varios, de ſuerte, que yà no ſe duda de ſu verdad.

No obſtante en nueſtro Viage al *Perù* parecìa como preciſo reiterar las Obſervaciones; y mas quando nos hallabamos ſobre el miſmo Equador, donde la diminucion de la longitud del Pendulo debía ſer mayor; y por ella podiamos tambien concluir la razon de los Diametros de la Tierra, para confrontarla con la que diera la medida de los grados, y eſtàr por ſu concordancia ſeguros de las Operaciones.

A eſte fin ſe hicieron varias experiencias en el diſcurſo del Viage: en *Panamà*, y *Guayaquìl* las hice juntamente con *M. Godin* diverſas veces; pero no haviendo ſalido con la

juſti-

justificacion deseada, las omito al presente. En *Quito* hallandonos con mas tranquilidad (que la pide muy grande esta experiencia) la repetimos varias veces en compañia de *Don Antonio de Ulloa*: en el *Guarico*, ò *Cabo Francès* à mi regresso à *España*, tambien hice algunas, y todas se executaron con el Instrumento, que en el Capitulo siguiente describo.

CAPITULO II.

Descripcion del Instrumento con que hicimos la experiencias del Pedulo simple, y uso de èl.

LA figura 1 [a] representa el todo del Instrumento, en la qual la pieza AB es una Regla de madera, que tendrà de 44 à 46 pulgadas de largo, y dos de ancho; y en su cabeza està el suspensorio, ò Pinzas, que mantienen el hilo, las quales se vèn mejor en la figura 2.

[a] Lam.8.

El hilo de Pita baxa desde dichas Pinzas hasta la Maquina de abaxo; y en su extremo està suspendido el peso, ò duplo cono, que se vè en la figura 4. Este està taladrado de extremo à extremo en su medio conicamente; y en el agujero se incluye un Cilindro un poco conico, que ajuste bien; y siendo rajado por medio se incluye en la cortadura el extremo del hilo, que queda oprimido de tal suerte con el ajuste del Cilindro, que se mantiene sin desasirse, en cuya conformidad se escusa el aplicarle al Peso un gancho para mantenerlo, lo que siempre ocasiona mayor yerro.

La figura 3 (es la Maquina B, que se vè en la primera) està compuesta de una pieza de cobre AB, unida à la regla de madera por dos tornillos, que se aplican por detràs:

èſta tiene dos encaxes C, y D, por los quales corre libremente la pieza EF: ſobre la qual eſtà hecha firme la H: y en èſta una punta como Diamante, que ſirve para que quando ſe mide la longitud del Pendulo, ſolo toque al dicho Diamante el Peſo, que eſtà ſuſpenſo.

En la miſma pieza H hay otra punta I, que corre ſobre la pieza principal AB: y quando la pieza EF ſe lleva arriba, y abaxo, và marcando en las diviſiones las pulgadas de la longitud del Pendulo.

Sobre la pieza H eſtà la L, tambien unida à la EF, en la qual hay algunas lineas marcadas, y ſirve para conocer por ellas la magnitud de las Oſcilaciones.

En lo mas baxo de la pieza EF, y ſobre ella unida hay otra M, que hace firme la cabeza del tornillo M; el qual paſſa por otra pieza O (firme tambien en la pieza principal) que tiene ſus roſcas: todo lo qual hace, que bolteando el tornillo, ſuba, y baxe ſuavemente la pieza.

Eſte tornillo ſirve tambien de Micrometro, pues no ſiendo las diviſiones de la pieza principal menores que pulgadas, el tornillo determina las lineas, y partes de linea con ſu Plancha circular dividida.

La figura 2 es la miſma, que la A de la figura primera: X es un agujero por donde ſalen las Pinzas, que mantienen el hilo, y Peſo, paſſando entre ellas el hilo, y cerrando deſpues el tornillo que las cruza; y le aprietan de ſuerte, que no puede deslizarſe la menor coſa.

Por el agujero Z ſe fixa un clavo en la pared firmemente, el qual mantiene todo el cuerpo del Inſtrumento.

La poſicion de las Pinzas en la Regla ſe vè en la figura 5 (que repreſenta el plano, que corta la recta RY en la figura 2.) el 2. 3. es una pieza de cobre de quita, y pon;

y

y una vez pueſtas las Pinzas,como ſe vè en la figura, ſe paſſa el tornillo 4, que forman las dos Pinzas por un agujero, que tiene dicha pieza, aplicandola à ſu lugar; y poniendo la hembra 5, oprime las Pinzas contra las dos piezas de cobre 2, 3, 6, 7, y quedan ſólidas, y firmes.

El methodo de ſervirnos de eſte Inſtrumento, fuè colocandole en un Quarto bien abrigado, cerrabamos todas las puertas, y ventanas, cuidando al miſmo tiempo que toda rendija eſtuvieſſe bien tapada, para que con eſſo no ſe pudieſſe introducir el menor viento, que interrumpieſſe las Oſcilaciones del Pendulo.

Al lado del Inſtrumento ſe colocaba tambien el Relox de Pendola, yà arreglado al movimiento medio del Sol: ò, lo que es lo miſmo, haviendo yà examinado lo que ſe adelantaba, ò atraſſaba, reſpecto del tiempo medio, por las alturas correſpondientes tomadas, ſegun ſe dixo en el Libro tercero; y tambien el Thermometro, para notar el grado de calor al tiempo de la Obſervacion, y poderla comparàr à qualquiera otra hecha en otro grado.

Formabamos el Pendulo, ò Perpendiculo de un hilo de Pita (del qual 64 toeſas peſaban 26 granos) poniendo en ſu extremo el duplo cono, yà explicado en la figura 4, que tenía de α à β $11.41\frac{2}{3}$ lineas; de δ à π $9.31\frac{3}{4}$ lineas; y de γ à δ $1.76\frac{3}{4}$ lineas, y lo miſmo en ſu parte alta correſpondiente, el qual peſaba 870 granos; pero dexabamos la longitud del Pendulo tal, que no llegaſſe el duplo cono à tocar la punta del Diamante.

Deſpues de eſto ſe ponía en Oſcilacion el Pendulo, de ſuerte, que no excedieſſe cada una mas que media à dos pulgadas, para que con eſſo fueran ſin diferencia ſenſible executadas como en una cycloide, que es la curva

que

que hace iguales todas las Oſcilaciones, como lo demonſ-trò *M. Huygens*; pues de lo contrario, no ſe podian ſupo-ner todas las Oſcilaciones del Pendulo de una miſma du-racion.

Yà que eſtaba en movimiento, como preciſamente haviamos de eſtàr cercanos al Inſtrumento, procurabamos cubrirnos la boca, lo mejor que permitía la preciſion de haver de reſpirar, para que el aliento no interrum-pieſſe las vibraciones, ù oſcilaciones, y en eſta confor-midad notabamos quando el Pendulo, y Relox de Pendo-la fenecian una vibracion unanimes, ò al miſmo tiempo; à cuyo inſtante ſe empezaba à contar cero, y ſe proſe-guia con uno, dos, &c, haſta que ſe remataba la Obſerva-cion, que ſolìa durar una, dos, y tres horas; y ſe notaban las vibraciones hechas, tanto en el Pendulo, como por el Relox; ò deſpues de haver contado cero, ſe tenìa cuidado en las vibraciones, que perdìa, ò ganaba el Pendulo en el diſcurſo de la Obſervacion reſpeto de las del Relox.

Yà fenecida la Obſervacion, ò experiencia, ſe hacía acercar la pieza EF de la figura 3: eſto es, la punta de Diamante àcia el duplo cono, haſta que la punta I que-daſſe exactamente ſobre la diviſion de una pulgada, y de alli ſe proſeguia notando con el Micrometro las lineas, y partes, que tenìa de menos longitud el Pendulo, haſta que la punta de Diamante tocaba la Baſe del duplo cono.

La diſtancia de las Pinzas à la diviſion, en donde que-daba, ò ſe notaba la punta I, ſe tenìa yà bien examinada antecedentemente con un compàs de Micrometro, ſir-viendonos de la miſma toeſa con que ſe midiò la Meridia-na, ò grado terreſtre.

Con

Con eſta juſtificacion ſe hacìa la experiencia, y ſe medìa la longitud del Pendulo deſde las Pinzas à la Baſe del duplo cono; del qual reſtando el Semidiametro 4.65$\frac{7}{8}$ lineas, nos quedaba la longitud del Pendulo deſde las Pinzas al centro de gravedad del duplo cono; à lo que añadiendo, ò ſubſtrayendo lo que el centro de oſcilacion eſtaba mas baxo, (como ſe dirà mas adelante) ſe tenìa la verdadera longitud del Pendulo, con que ſe havìa hecho la experiencia.

CAPITULO III.

De las Experiencias hechas en Quito.

POr no canſar con la repeticion de las Obſervaciones, que ſe reducen à la reiteracion de la miſma coſa, ſerà ſuficiente explicar la primera con todas las particularidades, y circunſtancias, que intervinieron en ella, y deſpues incluir la tabla de todas las que ſe executaron, yà corregidas generalmente.

El dia 13 de Julio de 1736 à las 8^h $49'$ $58''$ de la mañana, haviendo pueſto *M. Godin*, y yo, en *Quito* el Pendulo en movimiento, empezamos à contar ſus Oſcilaciones, haſta las 10^h $02'$ $00\frac{1}{2}''$, y en eſte tiempo hizo 4322; y en el miſmo, hizo el Relox de Pendula 4322$\frac{1}{2}$: luego el Pendulo perdiò en eſte eſpacio $\frac{1}{2}''$, y en 24 horas huviera perdido $10''$.

Las Oſcilaciones del Pendulo eran al principio de la Obſervacion de media pulgada, y al fin de media linea. El Relox ſe adelantaba reſpeto del tiempo medio en 24 horas 28$\frac{1}{2}''$, ſegun ſe havia examinado por las alturas corref-

reſpondientes, que tomamos: luego el Pendulo ſe adelantaba en las miſmas 24 horas de tiempo medio $18\frac{1}{2}''$.

Acabada la experiencia, medimos la longitud del Pendulo, deſde las Pinzas, haſta la Baſe del duplo cono,

y le hallamos de	36 pulg.	11.29 lin.
De lo que reſtando el Semidiametro del duplo cono	0	$4.65\frac{7}{8}$
queda la longitud del Pendulo deſde las Pinzas haſta el centro de gravedad del duplo cono de	36	$06.63\frac{1}{8}$

Faltanos añadir ahora lo que el centro de Oſcilacion eſtà mas baxo, que el de gravedad: eſta correccion ha ſido muy controvertida por los Geometras; los unos le daban una ſolucion, quando otros otra: el célebre *M. Huygens* es quien la ha reſuelto exactamente en ſu *Horologio Oſcillatorio*; y ſin embargo que eſtableciò la diſtancia del centro de gravedad al de Oſcilacion en una Eſphera, que oſcila ſobre un punto de ſu ſuperficie de $\frac{2}{5}$ del radio de la miſma, *M. Carre*, y otros Authores la daban ſolo de $\frac{1}{5}$: la equivocacion nacìa de no haver atendido èſtos, à que todos los puntos de los peſitos infinitamente pequeños, ſobre los quales fundaban el calculo, no diſtaban igualmente del exe de movimiento.

M. de Mairàn, que en el tiempo que eſtuvimos en el *Perù*, ſe dedicò largamente à eſtas experiencias, hizo muchos reparos ſobre eſte aſſumpto, y hallò con admiracion el yerro de eſtos Geometras, que comunicò à *M. Godin*, y èſte à mi, y ſe contiene en una Memoria, que oy ſe vè en las de la *Academia de Parìs* año 1735. Eſto ſolo nos ſacò de la duda, que pudieramos tener en ſi *M. Huygens*, ò los otros Geometras, que eſcrivieron deſpues de èl, ſe equi-

vo-

vocaban ; pero no nos daba la ſolucion del Problema, que necesſitabamos : eſto es, la diſtancia del centro de gravedad al de Oſcilacion de nueſtro duplo cono ; y tampoco nos hallabamos con los Authores que dàn parte de èl. Con eſto me fuè preciſo reſolver el Problema, que vencido, ſe facilitaban otros varios; y concluì la diſtancia del centro de gravedad al de Oſcilacion en una Eſphera, un Cilindro, una Piramide, un Cono, y otros Cuerpos, y Figuras; pero todo ello es ahora de ninguna utilidad, porque mis formulas no ſe diferencian de las de *M. Bernoulli*, ni las determinaciones de las de *M. Huygens*.

Eſte Geometra dà en la parte 4 de ſu *Horologio Oſcilatorio*, prop. 22, la diſtancia del centro de gravedad al centro de Oſcilacion en un Cono, que oſcila ſobre ſu vertice de $\frac{1}{20}$ de ſu altura, mas $\frac{1}{20}$ del quadrado del Diametro de ſu Baſe dividido por la altura. Y en la propoſicion 19 demueſtra, que las diſtancias del centro de gravedad al de Oſcilacion (en Pendulos de diſtintas longitudes, y un miſmo cuerpo) ſon en razon inverſa de las diſtancias del centro de gravedad al punto de ſuſpenſion.

Eſto es lo que podémos ſacar de ſu Obra; pero no es ſuficiente para determinar el Problema, que necesſitamos, ſi no incluìmos los Lemmas ſiguientes.

LEMMA I.

Hallar el centro de Oſcilacion de un Cuerpo diſminuìdo de otro menor.

SEa el Cono truncado ABEC[a] (que es un Cono FCE diſminuìdo de otro menor FAB) que ſuſpendido por la linea in-

[a] Fig. 6.

inflexible DS, oſcile ſobre ſu punto de ſuſpenſion S. Sea aſsimiſmo la ſuma de los momentos del pequeño Cono FAB (M); los del Cono FCE (m); la diſtancia entre ſus centros de oſcilacion D; y la diſtancia del centro de oſcilacion del Cono FCE al centro de oſcilacion del Cono truncado d: con lo qual, tendrémos conforme à las reglas de los centros de gravedad $m : M = D + d : d$; luego $m - M : M = D : d = \frac{MD}{m-M}$; pero los momentos M, m, ſon iguales à los peſos de los cuerpos, ò maſas, multiplicados por ſus diſtancias del punto de ſuſpenſion al centro de gravedad: luego llamando los peſos P, p, y las diſtancias del punto de ſuſpenſion al centro de gravedad E, e, tendrèmos tambien la expreſsion $d = \frac{PED}{pe - PE}$; en la que ſi ſe ſupone $P = 1$, quedarà en $d = \frac{ED}{pe - E}$; y ſi al miſmo tiempo es $P = p$ ſe reducirà à $d = \frac{ED}{e - E}$.

LEMMA II.

Hallar el centro de Oſcilacion de un Cuerpo compueſto de dos, pueſtos uno ſobre otro.

[a] Fig. 7.

SEa DABC [a] un duplo Cono truncado, compueſto de dos Conos truncados ADB, ABC, que ſuſpendido por la linea inflexible DS oſcile ſobre el punto de ſuſpenſion S. Sea aſsimiſmo la ſuma de los momentos del cuerpo ſuperior ADB (M); los del inferior ABC (m); la diſtancia entre ſus centros de oſcilacion D; y la diſtancia del centro de

de oſcilacion del cuerpo inferior al centro de oſcilacion comun, que ſe buſca d: con lo qual tendrémos conforme à la regla de los centros de gravedad $M : m = d : D - d$; luego $M + m : M = D : d = \frac{MD}{M + m}$; y poniendo como en el Lemma antecedente $M = PE$, y $m = pe$; reſultarà $d = \frac{PED}{PE + pe}$; y ſe ſupone $P = 1$, quedarà en $d = \frac{ED}{E + pe}$; y ſi al miſmo tiempo es $P = p$, $d = \frac{ED}{E + e}$.

COROLARIO.

DE eſtas formulas ſe puede concluir el modo de hallar lo que en la practica levanta el centro de Oſcilacion del Cuerpo el hilo, con que ſe ſuſpende; pues èſte ſe puede conſiderar como un ſegundo Cuerpo, pueſto encima del primero. Si ſe ſupone pues, que el peſo del hilo es igual à la unidad, nos valdrémos de la formula $d = \frac{ED}{E + pe}$. Para hallar el valor de D ſe ſupondrà, que el hilo es un Cilindro, cuyo centro de Oſcilacion diſta, ſegun *M. Huygens*, del de gravedad de $\frac{1}{6}$ de ſu longitud, mas, la mitad del quadrado del Diametro de ſu Baſe, dividido por la miſma longitud; y haviendo hallado tambien el centro de Oſcilacion del otro Cuerpo, ſe deducirà por ſola adicion, ò ſubſtraccion el valor, que ſe deſea de D.

Siguiendo eſtas reglas, nos podemos ſervir en la practica de un hilo grueſſo, y fuerte, del qual ſe tenga ſeguridad, que no ſe ha de romper; pues conſiderandole un

Cilindro, se hace atencion à su gruesso; y con ello se evitarà el trabajo, que causa el romperse tan repetidas veces, por quererle usar muy delgado; sin embargo no se empleará gruesso en excesso, porque el ambiente del ayre disminuyéra considerablemente la magnitud de las Oscilaciones.

La formula $d = \frac{ED}{E + pe}$ se reduce à la que diò *M. de Mairàn* en la Memoria citada, para hallar lo que el peso del hilo levanta el centro de Oscilacion; suponiendo (como lo hizo), que el peso siendo de ninguna extension, se halla todo reunido en el extremo del hilo 2E, que supone tambien ser una linea inflexible; con lo qual son $e = 2E$, y $D = \frac{2}{3}E$; y por consiguiente serà $d = \frac{\frac{2}{3}E^2}{E + 2Ep}$ $= \frac{\frac{1}{3}E}{p + \frac{1}{2}}$. Estas suposiciones, si p es de magnitud considerable, y el gruesso del hilo tambien, no dexaràn de producir algun yerro; pero como en la practica se estile siempre valerse de Cuerpos pequeños, y hilos muy delgados, el yerro es de ningun momento.

Si por las dimensiones, que se dieron en el Capitulo antecedente del duplo Cono, y las formulas de los dos Lemmas, se calcùla la cantidad, que el centro de Oscilacion de este Cuerpo estaba mas baxo, que el de gravedad, se hallarà de 0.018 lineas.

Asimismo si por las dimensiones del hilo, y duplo Cono, que se dieron, y la formula del Corolario, se calcùla la cantidad, que el hilo levantaba el centro de Oscilacion del duplo Cono, se hallarà de 0.034 lineas; por lo qual la longitud del Pendulo, con que se hizo la experien-

riencia deſde el punto de ſuſpenſion al centro de Oſcilacion, ſerà igual à 36 pulg. $6.63\frac{1}{8}$ lineas $+ 0.018 - 0.034$: eſto es, igual à 36 pulg. 6.615 lineas.

Para deducir la longitud del Pendulo, que vibra los ſegundos de tiempo medio por el antecedente, tenemos eſta analogía, $\overline{86400}^2$ Oſcilaciones, que hace un Relox en 24 horas de tiempo medio, ſon à $\overline{86418\frac{1}{2}}^2$, que hizo el Pendulo en el miſmo tiempo; como 36 pulgadas 6.615 lineas, à 36 pulgadas 6.802 lineas; verdadera longitud del Pendulo ſimple, que vibra los ſegundos de tiempo medio en *Quito*.

Con eſta miſma practica hicimos 16 experiencias en la miſma Ciudad, que ſon las de la Tabla ſiguiente.



Ta-

Tabla de las Experiencias del Pendulo ſimple hechas en *Quito*.

Experiencias	Sugetos por quienes ſe hicieron.	Tiempo que duraron.			Magn. de las Oſcilaciones al prin.	fin	Lo que ſe atraſsò, ò adelantò el Pendulo en 24 horas de tiempo medio.	Longitud del Pendulo haſta la Baſe del duplo Cono.		Longitud del Pendulo, que vibrarà los ſegundos de tiempo medio, reſultante.	
		h	′	″	lin.	lin.	″	pulg.	lin.	pulg.	lin.
1	*M.Godin, y yo*	1	12	02½	6	⅓	18½ adel.	36	11.29	36	6.802
2			57	13½			16				.779
3		2	30	00			16⅗				.786½
4	*M.Godin, y Ulloa*	1	32	24½	16	¾	899¾		02.463		.791½
5	*M.Godin*	2	25	00	18	⅕	34¼		11.10		.805
6	por mì	1	51	00	20	½	30		.182		.846½
7	*M.Godin*	2	39	00	24	⅛	66		10.70		.695
8			10	00	27	⅜	61½		10.84		.791½
9			19	00	11	⅙	151½ atràs	37	00.958		.741½
10	por mì		04	00	15	1½	263		02.19		.831½
11	*M.Godin*	3	04	00	12	⅛	74¼		00.21		.781½
12			00	00	18	⅙	8 adel.	36	11.33		.738

Las ſiguientes experiencias ſe hicieron con el duplo Cono, buelto lo de arriba abaxo, por vèr ſi reſultaba alguna diferencia.

Experiencias	Sugetos	h	′	″	prin.	fin	″	lin.	lin.
13		2	00	00	18	⅛	13 adel.	11.273	.731½
14		3	00	00	24	⅙	4 atràs	.40	.686½
15		4	00	00	22	1/10	8	.455	.701½
16	por mì	2	46	00	14	⅓	13½	.477	.665

El medio entre todas dà la longitud del Pendulo ſimple, que vibra los ſegundos de tiempo medio en *Quito* de 36 pulgadas 6.761 lineas.

Eſta

Esta longitud es necessario reducirla al nivèl del Mar, sobre el qual està la Ciudad de *Quito*, segun el Libro V, en que se refieren las experiencias del Barometro simple, 1517 toesas[a]; à lo que se puede dàr varias resoluciones, segun se supusiere ser la razon, en que se hace la gravedad à distintas distancias del centro de la Tierra; y aunque la Astronomìa nos enseña, que esta razon es la inversa de los quadrados de las distancias del centro, serà bueno incluir otras Observaciones, que lo acreditan.

Don Antonio de Ulloa hallò (por dos experiencias, que hizo, y otra *M. Bouguer* en lo alto del Cerro *Pichincha*, con una Maquina casi como la descrita en el Capitulo antecedente) que el Pendulo era mas corto en aquel parage, que en *Quito* de $\frac{26}{100}$ de linea: à lo qual si se añaden $\frac{2}{100}$ por 4 grados, que el Thermometro se mantenìa mas baxo en *Pichincha*, que en *Quito*, al tiempo que se hicieron las experiencias, y resultan de lo que se dixo en el Libro IV, experiencia V, serà esta cantidad de $\frac{28}{100}$.

Para vèr si esta experiencia conviene con la razon, en que nos enseña la Astronomìa se hace la gravedad à distintas distancias del centro, es necessario estàr instruìdos, que la Cumbre de *Pichincha*, segun el Libro V de las experiencias del Barometro, tiene de elevacion sobre el nivèl de *Quito* $954\frac{1}{2}$ toesas[b]; y que la Estatica nos enseña tambien, que las longitudes de los Pendulos, que oscilan en iguales tiempos, son como las gravedades de los cuerpos; por lo qual la gravedad en *Quito*, es à la que se exerce en la Cumbre de *Pichincha* como 36 pulgadas 6.761, à 36 pulgadas 6.761—0.28. Tomando ahora el radio de la Tierra, segun *M. Cassini* de 3269297 toesas, debémos hallar esta proporcion $\overline{3269297+954}^2 : \overline{3269297}^2 = 36°.$

6.

[a] pag.130.

[b] pag.130.

6.761: 36°. 761—0.24; la qual no difiere mas que de $\frac{2}{100}$ de linea en la longitud del Pendulo en *Pichincha*; y aſsì, tambien las experiencias Phiſicas nos enſeñan, que los cuerpos gravan en razon inverſa de los quadrados de ſus diſtancias al centro.

Para reducir pues, ſegun eſto, la longitud del Pendulo en *Quito* al nivèl del Mar, dirémos $\overline{3269297}^2$ es à... $\overline{3269297+1517}^2$ como 36 pulg. 6.761 à 36 pulgadas 6.761+.412: eſto es, la longitud del Pendulo al nivèl del Mar en el Equador, es mayor que en *Quito* de 0.412 lineas; y aſsi ſerà aquella de 36 pulgadas 7.173 lineas.

Los que admiten la rotacion de la Tierra ſobre ſu Exe, corrigieran ahora eſta longitud, de lo que la fuerza centrifuga produce de menor efecto ſobre la de gravedad al nivèl del Mar, que à la elevacion de 1517 toeſas; lo que yo ſuprimo: pero por ſi alguno fuere curioſo de examinarlo, ſobra, que eſto no alargarà el Pendulo al Nivèl del Mar mas que de $\frac{1}{2000}$ de linea.

El Thermometro de *M. de Reaumur*, mientras ſe hicieron todas las experiencias, eſtuvo ſiempre entre 1012, y 1013; y aſsi ſe puede tomar el medio 1012½ para comparar la longitud del Pendulo dada con qualquiera otra, haciendo atencion al grado de Calor, ò Frio, que dilata, ò comprime las toeſas, con que ſe midieron, ſegun tengo dicho en el Libro IV de la dilatacion, y compreſsion de los Metales, y ſegun operamos ultimamente con el Pendulo obſervado en *Pichincha*.

***

CA-

CAPITULO IV.

De las Experiencias hechas en el Cabo Francès, *ò* Guarìco, *y razon en que ſe hace la peſadèz.*

EN mi regreſſo à Eſpaña por el Cabo de Hornos, arribamos, por eſtàr faltos de agua, y viveres, al Puerto del *Guarico*, en donde, interin ſe preparaba el Navio, emprendí algunas Obſervaciones, entre las quales me pareciò aproposito hacer las del Pendulo, para ſaber en què razon ſe hacen las peſadeces à diſtintas latitudes; ſervíme para ello de la miſma Maquina, que tengo deſcrita; ſolo sì en lugar del duplo cono puſe una Eſphera de cobre, que hallè baſtantemente redonda, cuyo Semidiametro era de 4.125 lineas, y peſaba 14 y medio adarmes, valiendome al miſmo tiempo del propio hilo de Pita, que me ſirviò en *Quito*. Segun eſtas dimenſiones el centro de Oſcilacion de la Eſphera eſtaba mas baxo, que el de gravedad de 0.015 lineas; pero por motivo del hilo ſe levantaría de 0.035; de cuyas cantidades ſe han corregido las Obſervaciones ſiguientes.

Tabla de las Experiencias del Pendulo ſimple hechas en el *Guarìco*, ò *Cabo Francès*.

Experiencias	Tiempo que duraron.		Magn. de las Oſcilaciones al prin.	fin	Lo que ſe atraſsò, ò adelantò el Pendulo en 24 horas de tiempo medio.		Longitud del Pendulo haſta lo mas baxo de la Bola.		Longitud del Pendulo, que vibra los ſegundos de tiempo medio, reſultante.	
	h	'	lin.	lin.	"		pulg.	lin.	pulg.	lin.
1	1	07	12	$\frac{2}{3}$	1231	ad.	35	11.236	36	$7.24\frac{1}{2}$
2	1	07	11	$\frac{1}{2}$	1403			9.548	36	$7.32\frac{1}{3}$
3	1	19	18	$\frac{1}{2}$	$1399\frac{1}{2}$			9.590		7.34
4	1	12	16	$\frac{1}{2}$	$137\frac{1}{2}$	at.	37	1.065		7.52
5	1	02	12	$\frac{1}{2}$	152			1.115		7.42
6	0	52	10	$\frac{1}{2}$	$944\frac{1}{3}$			9.220		7.31
7	0	48	10	1	1260	ad.	35	10.905		7.30
8	0	49	9	1	$176\frac{1}{2}$		37	1.275		7.33

El medio entre todas (excluyendo la 4 por parecer excesiva) dà la longitud del Pendulo ſimple , que vibra los ſegundos de tiempo medio en el *Guarico* de 36 pulgadas 7.32 lineas.

Quando hice eſtas experiencias carecì de Thermometro ; pero para reducirlas à el grado de temperamento , en que eſtuvieren hechas otras , ſe puede ſuponer ſin yerro ſenſible , que ſe executaron al grado 1022$\frac{1}{2}$, ò 1023 del Thermometro de *M. de Reaumur* , pues en todos aquellos Paíſes cercanos , donde ſe mantiene el temperamento igual , ſe ha obſervado quedar el licor à eſta altura ; con lo qual la diferencia de temperamento quando ſe hicieron las experiencias en *Quito* , à quando ſe hicieron èſtas , es de 10 grados de Thermometro ; à quienes correſponden, ſegun el Libro IV, por la media toeſa $\frac{13}{100}$ de linea; los quales añadidos à la determinacion de arriba , quedarà la longitud del Pendulo ſimple , que vibra los ſegundos de tiempo medio , reducida al grado del Thermometro 1012$\frac{1}{2}$, de 36 pulgadas 7.45 lineas.

M. Godin , antes de ſalir de *Parìs* , obſervò la longitud del Pendulo , ſirviendoſe para examinarle de la miſma toeſa , de que nos ſervimos en *Quito* , que es una condicion muy buena para evitar la duda , que pudiera ofrecerſe , de ſi ſe dilataba , ò comprimía mas una toeſa , que otra , con el Calor , ò Frio , por ſer de diſtinto grueſſo , y ſolidèz, como tengo dicho Libro IV ; y la hallò de 36 pulgadas 8$\frac{50}{90}$ lineas , tomando un medio entre todas ſus Obſervaciones, en las quales ſe mantuvo el Thermometro à 1008 , que hay de diferencia con la altura à que ſe mantuvo en las experiencias de *Quito* 4 y medio grados , que equivalen, ſegun la Tabla V Libro IV , à $\frac{4\frac{1}{2}}{100}$ de linea de compreſ-

ſion

ſion en cada toeſa ; luego al Pendulo de *Parìs* le correſponden $\frac{2\frac{1}{4}}{100}$; y aſsì ſerà ſu longitud reducida al grado $1012\frac{1}{2}$ del Thermometro de 36 pulgadas 8.53 lineas.

M. de Maupertuis en ſu Viage à la *Lapponia* hallò , que el Pendulo ſimple,que vibra los ſegundos de tiempo medio en la Latitud $66° 48' 20''$ es mayor , que en *Parìs* de $\frac{6}{10}$ de linea ; por lo qual ſerà de 36 pulgadas 9.13 lineas , reducido aſsimiſmo al grado del Thermometro $1012\frac{1}{2}$.

Segun eſto tenemos de cierto , que los Pendulos ſon de diſtinta longitud en diſtintas latitudes , y aſsimiſmo en diverſas alturas ſobre la ſuperficie terraquea , como ſe viò en el Capitulo antecedente : y ſiendo eſta longitud como las peſadeces de los cuerpos , ſegun enſeña la Eſtatica, en ſupoſicion de vibrar en iguales tiempos ; ſe ſigue , que la peſadèz de los cuerpos es diſtinta en diſtintas latitudes, y en diverſas alturas ſobre la ſuperficie terraquea. Eſto yà lo demonſtramos en el Capitulo antecedente , haciendo vèr por experiencia , que las gravedades ſon como los quadrados de las diſtancias al centro *inverſè* , lo que concuerda exactamente con la Hypotheſis *Newtoniana* ; pero no menos ſe hallarà en el aumento de peſadèz en diſtintas latitudes ; la qual tambien dixo *M.Newton* (en la ſupoſicion de la homogeneidad de la Tierra) que havia de exercerſe ſegun los quadrados de los Senos de las latitudes ; y aunque no lo advirtiò en la ſupoſicion de ſer heterogenea , lo hace vèr ultimamente *M. Clairaut* en la pagina 247. [a] Para acreditarlo, no es meneſter mas , que vèr ſi el quadrado del Seno de latitud de *Parìs* $48° 50'$, es al

[a] Theorie de la Figure de la Terre tirée des principes de l'Hydroſtatique.

quadrado del Seno de la latitud del *Guarìco* 19° 45′ 50″; como el excesso del Pendulo en *Parìs* sobre el del Equador 1.36, es al excesso del Pendulo en el *Guarico* sobre el del Equador 0.28; y se hallarà, que esta proporcion es exacta à $\frac{1}{200}$ de linea de diferencia, que es à quanta exactitud se puede llegar en las experiencias.

De la misma manera si nos valémos de los Pendulos de *M. de Maupertuis*, observado en *Pello* del *Guarìco*, y del Equador; se hallarà esta proporcion confirmada à $\frac{3}{200}$ de linea de diferencia; solo sì sirviendonos del de *M. de Maupertuis*, del de *Parìs*, y Equador, resultan $\frac{6}{100}$ de linea de diferencia; pero sin embargo es esta cantidad despreciable.

CAPITULO V.

Conclusion de la Figura de la Tierra.

YA diximos en el Libro antecedente, como siendo desiguales los grados medidos en distintas latitudes, la Tierra no podìa ser Esphérica; y asimismo, que aumentando al passo que distan mas del Equador, havía de ser precisamente Lata: esto es, el Diametro del Equador mayor que el Exe; en cuya suposicion, y la de ser una perfecta Elipsoide, se diò la formula para deducir la razon, en que se hallan dichos Diametros. Esta la quieren hacer convenir los mas Authores, con la que dieren la longitud de los Pendulos de distintas latitudes, los unos valiendose de un principio, y los otros de otro; pero demonstrando *M. Clairaut*, en la pagina 141 [a], que la gravedad no se exerce segun la linea tirada al centro de la Tierra, es menester abandonar todas las Hypothesis, que hacen esta

[a] Theorie de la Figure de la Terre tirée des principes de l'Hydrostatique.

esta suposicion; con lo qual no nos quedarà mas, que la de las Atracciones de *M. Newton*, porque la que supone exercerse la gravedad, siempre perpendicularmente à una misma curva, no se tiene por muy natural.

Tambien demuestra el mismo *M.Clairaut* paginas 171, y 172, que en la Hypotesis de las Atracciones, si la Tierra fuera homogenea, sería una Elipsoide, y la razon de sus Exes la de 230 à 231; y assimismo pagina 209, que aunque no sea homogenea, serà una Elipsoide; pero que la razon de sus Exes serà en este caso menor que la de 230 à 231, siendo la materia mas densa al passo, que estè mas proxima al centro; proposicion veridica, aunque opuesta à la determinacion de *M. Newton* [a]. Siguiendo pues sus reglas, las formulas dadas en el Libro antecedente, para hallar la razon de los Diametros de la Tierra por los grados medidos, es válida. La que dà para hallar la misma razon por la medida de los Pendulos es $\frac{P-\Pi}{\Pi}=2\epsilon-\delta$ [b]: de donde se deduce $\delta=2\epsilon-\frac{P-\Pi}{\Pi}$; en la qual P expressa la longitud del Pendulo en el Polo; Π la longitud del mismo en el Equador; ϵ la *Elipticidad* de la Tierra, en caso de ser homogenea, que llama al excesso del Diametro del Equador sobre el Exe, dividido por el mismo Exe, $=\frac{1}{230}$; y δ la *Elipticidad* en el caso de ser heterogenea. Si aplicamos pues à esta formula los Pendulos Observados, se hallarà la razon de los Diametros de la Tierra, que despues se verà no convenir con la que dieren los grados medidos; es pues preciso, que las suposiciones hechas no sean exac-tas,

a Philosophiæ naturalis principia Mathematica pagina 240.
b Theorie de la Figure de la Terre tirée des principes de l'Hydrostatique pag. 250.

tas, ò que haya algun yerro en las medidas, que yà notamos en el Libro antecedente. No podrémos assegurar lo uno, ni lo otro; pero siempre que los yerros, que se supusieren en las medidas, no salgan fuera de los limites en que estàn encerrados, parece que debemos aceptarlos prudentemente, y mas quando con ello conviene todo lo operado.

Supongamos pues, que el excesso de la longitud del Pendulo en el Polo sobre la del Equador sea solo de 2.16 lineas, lo qual redunda de suponerse

La longitud del Pendulo	pulg.	lineas		lineas
En el Equador de	36	7.250	mayor q̃ la observada	0.077
Guarìco		7.497		0.047
Parìs		8.475	menor q̃ la observada	0.045
Pello		9.075		0.000

Lo que juzgo, se puede admitir prudentemente en las Observaciones; y sirviendonos de estos valores, è introduciendolos en la formula dada, tendrémos $\delta = \frac{2}{230} - \frac{2.16}{439.25} = \frac{1}{265}$ con corta diferencia; segun lo qual, y lo dicho en el Corolario 9 del Libro antecedente, tendrèmos, 265 es à $\frac{3}{2}$, como el grado del Meridiano contiguo à el Equador, à la cantidad en que excede à èste el grado de Latitud 45°; ò como 530 à 3; y tambien (Corolario 12) el grado de Meridiano contiguo à el Equador, es la cantidad en que excede à èste el del mismo Equador como 265 à 2; lo que establecido, y tomando el grado de Meridiano contiguo à el Equador de 56800 toesas, se hallaràn los otros de los valores que se siguen.

Gra-

	Grados de Meridiano		
El contiguo al Eq. de	56800	toeſ. May. que el medido	32 t.
de la Lat. 45°	57121½		71½
de la Lat. 66° 29′	57343½	Men. que el medido	94½
del Polo	57443		
	Grados de Paralelos		
del Equa.	57228½		
del Paral. 43° 32′	41489½		128½

Eſte Paralelo lo midiò ultimamente *M. Caſsini de Thury*, con el Abate *de la Caille*, quando fueron à verificar la Meridiana de la *Francia*; cuyas operaciones ſe pueden vèr en ſu Obra intitulada *La Meridienne de Parìs verifiée*, pagina 106.

Entre las diferencias de los grados medidos, à los que ſe eſtablecen, ſegun la theorica, y reſolucion que damos de la Elipſe; ò por mejor decir, entre los yerros notados, el que me parece mas conſiderable, es el de 94½ toeſas en grado 66° 29″. Eſte pudiera proceder de haver determinado la amplitud del arco, por donde ſe concluyò de 6 ſegundos menor, que ſu legitimo valor; ò de ſolos 3 ſegundos de yerro en la verificacion del Sector, con que ſe hicieron las Obſervaciones Aſtronómicas. Ahora pues, ſi ſe conſidera, que ſon 3 ſegundos de yerro, no ſolo no ſe hallarà èſte de momento, pero ſe admirarà la juſtificacion.

En quanto à las 128½ toeſas de yerro en el Paralelo, deben reſultar de 44 terceros de diferencia en tiempo, que huvieran producido ſolo el yerro de 1″ 23‴ en las Obſervaciones, que determinaron el grado, reſpeto de haverſe me-

medido 1° 53′ 19″; ò de ſolo 41½‴ de equivocacion para cada uno de los dos Obſervadores. Vuelvaſe à conſidear, que ſon 41½‴ de yerro, repartidos no ſolo en la Obſervacion, pero tambien en el examen del Pendulo, y ſe concluirà como antes.

Segun eſto, todas las Obſervaciones convienen en que la Tierra es una Elipſoide Lata, y ſu razon de Diametros la de 265 à 266; aunque en eſto ultimo ſe podrìan admitir algunas cortas alteraciones, ſegun los yerros, que ſe quiſieren ſuponer en las Obſervaciones.

Eſto eſtablecido, y el valor del grado del Equador ſiendo (como diximos) de 57228½ toeſas; la circunferencia de eſte circulo tendrà 20602260 toeſas, ò 53079433⅔ Varas Caſtellanas, y ſu Diametro 6557903 toeſas, ò 16895708½ Varas; por lo qual, le tocan al Exe (ſegun la razon dada de 266 à 265) 6533249 toeſas, ò 16832190 Varas. Eſtarà pues el Equador mas diſtante del centro de la Tierra, que el Polo 12327 toeſas, ò 31759¼ Varas.

Para hallar la Periferia de los Meridianos, es neceſſario valerſe de la rectificacion de la Elipſe. Eſta la traen varios Authores, que tratan de Geometría ſublime, y de los calculos diferencial, è integral; pero las formulas, que dàn para ello, ſolo pueden ſervir, quando ſe buſcan Arcos pequeños de la Curva; pues queriendoſe valer de ellas para hallar todo el quadrante de la Elipſe, los terminos de la Serie, à que reducen dicha rectificacion, diſminuyen tan poco à poco, que es caſi impracticable la operacion. Con eſto me ha parecido, que pueden los Geometras guſtar de vèr el methodo, que yo he ſeguido de rectificar, ò hallar la Periferia de la Elipſe de la Tierra; pues en èl ſe evita el inconveniente que padecen los demàs: es pues el methodo el ſiguiente. PRO-

PROBLEMA.

REctificar la Elipſe de los Meridianos de la Tierra, ò hallar la Periferia de èſtos.

Sea BECQ [a] la Elipſe, ò Meridiano de la Tierra, que ſe pretende rectificar; EQ el Diametro del Equador; y BC el Exe. Tireſe la linea GI paralela al Exe, è infinitamente inmediata à ella, y tambien la ON, aſsimiſmo paralela al Exe. Baxeſe la perpendicular NP, y ſean por lo preſente

[a] Fig. 14. Lam. 7.

$$DE = 1$$
$$DB = a$$
$$DG = x$$
$$GI = y$$
$$NP = dx$$
$$PI = dy$$

La equacion à la Elipſe ſerà con eſto $\frac{1}{a^2}y^2 = 1 - x^2$, y ſu diferencia $ydy = -a^2xdx$; por lo qual $dy = \frac{-a^2xdx}{y}$. De la equacion primera tenemos $y = a.(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$; luego $dy = \frac{-axdx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$; y aſsì ſerà el pequeño arco IN = ... $(NP^2+PI^2)^{\frac{1}{2}} = (dx^2+dy^2)^{\frac{1}{2}} = \left(dx^2+\frac{a^2x^2dx^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \ldots$ $dx.\frac{(1-x^2+a^2x^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} =$ (ſuponiendo $1-a^2 = n^2$) ... $dx.\frac{(1-n^2x^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$.

Reduzcaſe ahora la cantidad $(1-n^2x^2)^{\frac{1}{2}}$ à una Série infinita;

ta; y tendrémos $(1-n^2x)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{n^2x^2}{2} - \frac{n^4x^4}{8} - \frac{n^6x^6}{16} - \frac{5n^8x^8}{128} -$ &c;

por lo qual $IN = dx. \frac{1 - \frac{n^2x^2}{2} - \frac{n^4x^4}{8} - \frac{n^6x^6}{16} - \frac{5n^8x^8}{128} - \&c}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$.

El primer termino es $\frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$; que es la diferencia del arco de circulo, cuyo radio es 1; con que llamando esta diferencia dA, quedarà . . . .

$$IN = dA - dx. \frac{\frac{n^2x^2}{2} + \frac{n^4x^4}{8} + \frac{n^6x^6}{16} + \frac{5n^8x^8}{128} + \&c}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Ademàs de esto, reduciendo $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ à una Série infinita, tenemos $(1-x^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16} - \frac{5x^8}{128}$ &c;

por lo qual $IN = dA - dx. \frac{\frac{n^2x^2}{2} + \frac{n^4x^4}{8} + \frac{n^6x^6}{16} + \frac{5n^8x^8}{128} + \&c}{1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16} - \frac{5x^8}{128} - \&c}$;

y partiendo una Série por la otra, resula . . . .

$$IN = dA - dx.\left(\frac{n^2x^2}{2} + \frac{n^2+n^4}{8}x^4 + \frac{3n^2+n^4+n^6}{16}x^6 + \frac{20n^2+6n^4+4n^6+5n^8}{128}x^8 + \right.$$

cuyo integral, serà el valor del arco BI: esto es, . . .

$$BI = A - \frac{n^2x^3}{6} - \frac{n^2+n^4}{40}x^5 - \frac{3n^2+n^4+n^6}{112}x^7 - \frac{20n^2+6n^4+4n^6+5n^8}{1152}x^9 - \&c.$$

Esta formula es suficiente para hallar el valor de todo el quadrante de la Elipse BE, solo con suponer $x = 1$; pero si asì se hace, los terminos disminuyen tan poco à poco, que es casi impracticable la operacion; y por esto recurrì à buscar el arco EI, suponiendo $EG = x$, y los demàs

màs valores como antes; en cuyo caſo la equacion à la Elipſe es $\frac{1}{a^2}y^2 = 2x - x^2$, y ſu diferencia $ydy = a^2 . (dx - xdx)$; por lo qual $dy = \frac{a^2 dx}{y} . (1 - x)$. De la equacion à la Elipſe tenemos $y = a . (2x - x^2)^{\frac{1}{2}}$; luego $dy = \frac{adx.(1 - x)}{(2x - x^2)^{\frac{1}{2}}}$; y aſsi ſerà el pequeño arco IN $= \ldots$

$$(NP^2 + PI^2)^{\frac{1}{2}} = (dx^2 + dy^2)^{\frac{1}{2}} = \left(dx^2 + \frac{a^2 dx^2 . (1 - x)^2}{(2x - x^2)}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$dx . \frac{(a^2 + (1 - a^2).(2x - x^2))^{\frac{1}{2}}}{(2x - x^2)^{\frac{1}{2}}} = \text{(ſuponiendo } 1 - a^2 = n^2 \text{)}$$

$$dx . \frac{(a^2 + n^2 . (2x - x^2))^{\frac{1}{2}}}{(2x - x^2)^{\frac{1}{2}}} .$$

Reduzcaſe ahora la cantidad $(a^2 + n^2 . (2x - x^2))^{\frac{1}{2}}$ à una Sèrie infinita, y tendrèmos . . . .

$$(a^2 + n^2 . (2x - x^2))^{\frac{1}{2}} = a + \frac{n^2 x}{a} - \frac{n^4 x^2}{4a^3} + \frac{n^6 x^3}{2a^5} - \frac{5n^8 x^4}{8a^7} + \&c$$
$$- \frac{n^2 x^2}{2a} + \frac{n^4 x^3}{4a^3} - \frac{n^6 x^4}{4a^5} + \&c$$
$$- \frac{n^4 x^4}{8a^3} + \&c$$

por lo qual . . . .

$$IN = \frac{dx}{(2x - x^2)^{\frac{1}{2}}} . a + \frac{n^2 x}{a} - \frac{n^4 x^2}{4a^3} + \frac{n^6 x^3}{2a^5} - \frac{5n^8 x^4}{8a^7} + \&c$$
$$- \frac{n^2 x^2}{2a} + \frac{n^4 x^3}{4a^3} - \frac{n^6 x^4}{4a^5} + \&c$$
$$- \frac{n^4 x^4}{8a^3} + \&c$$

 el

el primer termino es $\frac{adx}{(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}}$; que es la diferencia del arco de circulo, cuyo radio es 1, multiplada por a; con que llamando eſta diferencia dB, quedarà . . . .

$$\text{IN} = d\text{B} + \frac{dx}{(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \begin{array}{l} \frac{n^2x}{a} - \frac{n^4x^2}{4a^3} + \frac{n^6x^3}{2a^5} - \frac{5n^8x^4}{8a^7} + \&c \\ \qquad - \frac{n^2x^2}{2a} + \frac{n^4x^3}{4a^3} - \frac{n^6x^4}{4a^5} + \&c \\ \qquad\qquad - \frac{n^4x^4}{8a^3} + \&c \end{array}$$

Ademàs de eſto, reduciendo $(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}$ à una Série infinita, tenemos . . . .

$$(2x-x^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{16.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{7}{2}}}{64.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{2}{6}}}{1024.2^{\frac{1}{2}}} - \&c;$$

por lo qual . . . .

$$\text{IN} = d\text{B} + dx. \frac{\begin{array}{l} \frac{n^2x}{a} - \frac{n^4x^2}{4a^3} + \frac{n^6x^3}{2a^5} - \frac{5n^8x^4}{8a^7} + \&c \\ \qquad - \frac{n^2x^2}{2a} + \frac{n^4x^3}{4a^3} - \frac{n^6x^4}{4a^5} + \&c \\ \qquad\qquad - \frac{n^4x^4}{8a^3} + \&c \end{array}}{2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{16.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{7}{2}}}{64.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{9}{2}}}{1024.2^{\frac{1}{2}}} - };$$

y partiendo una Sèrie por la otra, reſulta . . . .

$$\text{IN} = d\text{B} + dx. \frac{n^2x^{\frac{1}{2}}}{a.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^2+n^2}{4a^3.2^{\frac{1}{2}}}n^2x^{\frac{3}{2}} - \frac{a^4-24a^4n^2-16n^4}{32a^5.2^{\frac{1}{2}}}n^2x^{\frac{5}{2}} - \frac{a^6-7a^4n^2+16a^2n^4+80n^6}{128a^7.2^{\frac{1}{2}}}n^2x^{\frac{7}{2}} - \&c$$

cuyo integral ſerà el valor del arco EI: eſto es . . . .

EI

$$EI = B + \frac{2n^2x^{\frac{3}{2}}}{3a.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^2+n^2}{10a.^3 2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{5}{2}} - \frac{a^4-24a^2n^2-16a^2n^4}{112a^5.2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{7}{2}} - \frac{a^6-7a^4n^2+16a^2n^4+80n^6}{576a^7.2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{9}{2}} - \&c.$$

Hallados los valores de los dos arcos BI, EI, ſupongaſe dividida la DE en dos partes iguales en G; y entonces tendrémos, para los dos valores de los arcos, $x = \frac{1}{2}$; y ſe reduciràn à . . . .

$$BI = A - \frac{n^2}{48} - \frac{2+n^2}{1280} - \frac{3+n^2+n^4}{14336} n^2 - \frac{20+6n^2+n^4+5n^6}{589884} n^2 - \&c$$

$$EI = B + \frac{n^2}{6a} - \frac{a^2+n^2}{80a^3} n^2 - \frac{a^4-24a^2n^2-16n^4}{1792a^5} n^2 - \frac{a^6-7a^4n^2+16a^2n^4+80n^6}{18432a^7} n^2 - \&c.$$

Si el calculo del arco BE, no ſe quiere llevar mas que à ſiete lugares de decimales, que es mas de lo ſuficiente para muy grande exactitud; entonces la mayor parte de las cantidades de eſtas Séries ſon deſpreciables por infinitamente pequeñas; y las utiles ſolo ſon . . . .

$$BI = A - \frac{n^2}{48} - \frac{n^2}{640} - \frac{3n^2}{14336} - \&c$$

$$EI = B + \frac{n^2}{6a} - \frac{n^2}{80a} - \frac{n^2}{1792a} - \frac{n^2}{18432a} - \&c.$$

Entremos ahora en el calculo numèrico. Haviendoſe ſupueſto la razon de Diametros la de 266 à 265, tendrèmos $a = \frac{265}{266}$; y $1 - a^2 = n^2 = 1 - \overline{\frac{265}{266}}|^2 = \frac{531}{70756} = 0.0075046$ &c;

por lo qual $\frac{1}{48} n^2 = 0.0001564$

$$\frac{1}{640} n^2 = 0.0000117$$

$$\frac{3}{14336} n^2 = 0.0000015$$

$$\frac{n^2}{48} + \frac{n^2}{640} + \frac{3n^2}{14336} = 0.0001696$$

Ade-

Además . . . . $\frac{1}{80}n^2 = 0.0000938$

$\frac{1}{1792}n^2 = 0.0000042$

. . . . $\frac{1}{18432}n^2 = 0.0000004$

luego $\frac{1}{80}n^2 + \frac{1}{1792}n^2 + \frac{1}{18432}n^2 = 0.0000984$

$\frac{1}{6}n^2 = 0.0012507$

luego $\frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{80}n^2 - \frac{1}{1792}n^2 - \frac{1}{18432}n^2 = 0.0011523$

Esta cantidad partida por $a = \frac{265}{266}$ darà . . . .

$\frac{n^2}{6a} - \frac{n^2}{80a} - \frac{n^2}{1792a} - \frac{n^2}{18432a} = 0.0011566$

B es igual al arco de circulo de 60 grados, multiplicado por a.

El radio siendo 1, el arco de 60 grados es 1.0471975

con que multipli. por $a = \frac{265}{266}$; tendremos B = 1.0432607

A es igual al arco de circulo de 30 grad. = 0.5235987

del qual si se subst. $\frac{n^2}{48} + \frac{n^2}{640} + \frac{3n^2}{14336} = 0.0001696$

quedarà $A - \frac{n^2}{48} - \frac{n^2}{640} - \frac{3n^2}{14336} = 0.5234291$

añadase à esto B = 1.0432607

y tambien $\frac{n^2}{6a} - \frac{n^2}{80a} - \frac{n^2}{1792a} - \frac{n^2}{18432a} = 0.0011566$

y la Suma 1.5678464

serà el valor del Quadrante BE de la Elipse, suponiendo el Semidiametro DE del Equador igual à 1, ò el Quadran-

drante de este circulo igual à 1.5707963; y asì la circunferencia del Equador serà à la Periferia de los Meridianos de la Tierra como 15707963 à 15678464; y haviendose establecido antes la circunferencia del Equador de 20602260 toesas, la Periferia del Meridiano tendrà 20563570 de las mismas toesas. La Tierra pues rodeada Norte Sur, tendrà menos, que rodeada por encima del Equador 38690 toesas, ò 90103 Varas Castellanas.

Con poco trabajo que se añada à las formulas antecedentes, se consigue hallar el valor de qualquier porcion de Meridiano comprehendido entre qualesquiera dos Latitudes dadas.

Si IN [a] se toma por el radio de un circulo, NP serà el Seno recto, y IP el Seno 2 de la Latitud del Lugar I; con que llamando estos Senos el primero S, y el segundo C, tendremos $\frac{S}{C} = \frac{dx}{dy}$; pero la equacion à la Elipse . .

[a] Fig. 14. Lam. 7.

$\frac{1}{a^2}y^2 = 1 - x^2$ nos diò antecedentemente . . . .

$dy = \frac{-axdx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$; luego $\frac{S}{C} = \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{-ax}$; de donde se deduce $x = \left(\frac{C^2}{C^2 + a^2S^2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Pongase este valor de x en la formula . . . .

$$BI = A - \frac{n^2x^3}{6} - \frac{n^2+n^4}{40}x^5 - \frac{3n^2+n^4+n^6}{112}x^7 - \frac{20n^2+6n^4+4n^6+5n^8}{1152}x \ \&c$$

y se hallarà qualquier porcion de arco de Meridiano como BI, comprehendido entre el Polo B, y la Latitud del Lugar I, cuyo Seno recto es S, y el segundo C.

O bien, pongase en la otra . . . .

EI

$$EI = B + \frac{2n^2x^{\frac{3}{2}}}{3a.2^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^2 + n^2}{10a.^3 2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{5}{2}} - \frac{a^4 - 24a^2n^2 - 16n^4}{112a^5.2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{7}{2}} - \frac{a^6 - 7a^4n^2 + 16a^2n^4 + 80n^6}{576a^7.2^{\frac{1}{2}}} n^2 x^{\frac{9}{2}} - \&c.$$

en lugar de x ſu cantidad correſpondiente $1 - \left(\frac{C^2}{C^2 + a^2S^2}\right)$ y ſe hallarà igualmente qualquiera porcion de arco de Meridiano como EI, comprehendido entre el Equador, y la Latitud del Lugar I.

El calculo numèrico es ſin embargo por eſte camino algo dilatado, ſi ſe quiere llevar à cierta exactitud; y por eſſo, es mejor ſervirſe del Corolario 7 del Libro antecedente, con el qual ſe calcùla facilmente el valor de cada grado del Meridiano; y formando una Tabla como la que ſe ſigue, ſe tiene por medio de la adicion, ò ſubſtraccion el valor de qualquiera arco.

Como el trabajo que ſe tiene para la formacion de eſtà Tabla ſea el miſmo, que aquel, que debe emplearſe, para la formacion de otra, que mueſtre la longitud del Pendulo ſimple, que oſcila los ſegundos de tiempo medio en todas las Latitudes, no ſe ha querido omitir; pues con eſſo los que ſe aplicaren à las Experiencias, veràn ſi convienen las ſuyas, con las que aquì ſe indicaren.

La 1ª, 4ª, y 7ª Colunas de la primera Tabla mueſtran la Latitud de los Lugares deſde el Equador, ò Cero grados haſta el Polo; la 2ª, 5ª, y 8ª el valor de cada grado de Meridiano en toeſas del *piè de Rey de Parìs*; ò de otra ſuerte, el numero de toeſas, que ſe incluyen entre grado, y grado de las Latitudes, que indican las Colunas antecedentes; y la 3ª, 6ª, y 9ª contienen el valor de los Arcos de Meridiano, empezando deſde el Equador: eſto es, las toeſas, que ſe incluyen deſ-

desde el Equador hasta la Latitud, que indican las Colunas 1ª, 4ª, y 7ª.

En la Tabla segunda, las Colunas 1ª, 3ª, y 5ª muestran la Latitud de los Lugares desde el Equador hasta el Polo; y las 2ª, 4ª, y 6ª la longitud, que debe tener el Pendulo simple, en pulgadas, lineas, y milessimos de estas del *piè de Rey de Parìs*, en dichos Lugares, para que vibre los segundos de tiempo medio.



Tabla del valor de los grados, y Arcos del Meridiano terreſtre en toeſas del *piè de Rey de Parìs.*

Latitud	Valor de los grados del Meridiano (Toeſas)	Valor de los Arcos del Meridiano (Toeſas)
0°	56800	00000
1	56800½	56800
2	56801	113600½
3	56802	170401½
4	56803	227203½
5	56805	284006
6	56808	340811½
7	56810	397619½
8	56813	454429½
9	56817	511242½
10	56821	568059½
11	56825	624880½
12	56830	681705½
13	56835	738535½
14	56840	795370½
15	56846	852210½
16	56851	909056½
17	56858	965907½
18	56864	1022765½
19	56871	1079629½
20	56878	1136500½
21	56886	1193378½
22	56894	1250264½
23	56902	1307158½
24	56910	1364060½
25	56919	1420970½
26	56928	1477889½
27	56937	1534817½
28	56946	1591754½
29	56955	1648700½
30		1705655½

Latitud	Valor de los grados del Meridiano (Toeſas)	Valor de los Arcos del Meridiano (Toeſas)
30	56965	1705655½
31	56975	1762620½
32	56985	1819595½
33	56995	1876580½
34	57006	1933575½
35	57016	1990581½
36	57027	2047597½
37	57038	2104624½
38	57049	2161662½
39	57060	2218711½
40	57071	2275771½
41	57082	2332842½
42	57093	2389924½
43	57104	2447017½
44	57115	2504121½
45	57127	2561236½
46	57138	2618363½
47	57149	2675501½
48	57160	2732650½
49	57171	2789810½
50	57182	2846981½
51	57193	2904163½
52	57204	2961356½
53	57215	3018560½
54	57226	3075775½
55	57236	3133001½
56	57247	3190237½
57	57257	3247484½
58	57267	3304741½
59	57277	3362008½
60		3419285½

Latitud	Valor de los grados del Meridiano (Toeſas)	Valor de los Arcos del Meridiano (Toeſas)
60	57287	3419285½
61	57296	3476572½
62	57305	3533868½
63	57314	3591173½
64	57323	3648487½
65	57332	3705810½
66	57340	3763142½
67	57348	3820482½
68	57356	3877830½
69	57364	3935186½
70	57371	3992550½
71	57378	4049921½
72	57384	4107299½
73	57391	4164683½
74	57397	4222074½
75	57402	4279471½
76	57407½	4336873½
77	57412	4394281
78	57417½	4451693
79	57421	4509110½
80	57425	4566531½
81	57428½	4623956½
82	57432	4681385
83	57434	4738817
84	57437	4796251
85	57438½	4853688
86	57440	4911126½
87	57441	4968566½
88	57442	5026007½
89	57443	5083449½
90		5140892½

Tabla, que demuestra la Longitud del Pendulo simple, que vibra los segundos de tiempo medio en todos los grados de Latitud de la superficie terrestre, en pulgadas, lineas, y milessimos de linea del *piè de Rey de Parìs*

Latit.	Longitud del Pendulo		Latit.	Longitud del Pendulo		Latit.	Longitud del Pendulo	
	pul.	lineas		pul.	lineas		pul.	lineas
0°	36.	7.250	30	36.	7.790	60	36.	8.870
1		250	31		823	61		902
2		253	32		856	62		934
3		256	33		890	63		965
4		261	34		925	64		995
5		266	35		960	65		9.025
6		274	36		996	66		053
7		282	37		8.032	67		080
8		292	38		069	68		106
9		303	39		105	69		132
10		315	40		142	70		157
11		328	41		180	71		181
12		343	42		217	72		203
13		359	43		254	73		225
14		376	44		292	74		246
15		395	45		330	75		265
16		414	46		367	76		283
17		435	47		405	77		300
18		456	48		443	78		316
19		479	49		480	79		331
20		503	50		517	80		345
21		527	51		554	81		357
22		553	52		591	82		368
23		580	53		627	83		378
24		607	54		663	84		386
25		636	55		699	85		393
26		665	56		734	86		399
27		695	57		769	87		404
28		726	58		803	88		407
29		758	56		837	89		409
30		790	60		870	90		410

LIBRO IX.

De la Navegacion ſobre la Elipſoide.

CAPITULO I.

Correccion, que ſe debe hacer à la Navegacion, y à la Tabla de partes Meridionales.

YA vimos en el Libro antecedente, como la Tierra es una Elipſoide Lata, cuya razon de Diametros es la de 266 à 265; ahora pues es muy conducente, y aun neceſſario manifeſtar à los Marineros, como no es lo proprio navegar ſobre ella, que ſobre una perfecta Eſphera, cuya figura ſe le ha atribuìdo haſta el preſente à la Tierra; y aſsimiſmo dàr el methodo de practicarlo, en la que ultimamente hemos reſuelto; y para ello eſcuſarémos quanto fuere dable los terminos geomètricos, los quales no ſirvieran ſino de confundir à los Marineros, y meramente practicos.

[a] Lam. 7.

La figura de la Tierra Lata, y ſemejante à la 14 [a], la concluìmos en el Libro VII, debaxo del principio de ſer los grados del Meridiano mayores, al paſſo que ſe apartan del Equador; pues tal ſe ha viſto, y encontrado por todas las medidas modernas, hechas con todo el cuydado, y aplicacion, que hemos viſto: y de la miſma figura ſe deduxo, que los grados del Equador ſon mayores, que ſus contiguos de Meridiano: luego ſi el Piloto navega, deba-

xo

xo del ſupueſto de que ſon iguales, no puede dexar de encontrar yerro en ſus operaciones. Si le dà à la corredera la diſtancia entre nudo, y nudo correſpondiente al grado mayor de la Tierra 57443 toeſas, que es el del Polo, en navegando Norte Sur en las cercanìas el Equador, es preciſo que encuentre las diſtancias menores de lo que hace ſu computo; y al contrario, ſi le dà à la corredera la diſtancia entre nudo, y nudo correſpondiente al menor grado 56800 toeſas, que es el contiguo à el Equador.

Procediendo toda la alteracion, que nos dà eſta nueva reſolucion, ſolo de la desigualdad de los grados, la mayor diferencia en la navegacion conſiſtirà, ſegun lo dicho, en 643 toeſas, que el grado del Meridiano en el Polo tiene demàs, que el contiguo à el Equador; diferencia, que ciertamente deſpreciaràn la mayor parte de Pilotos, pues de ordinario eſtàn hechos en ſu practica, à hacer poco caſo de cantidades mayores; pero eſto, bien lexos de hacerlos dignos de elogio, merece la mayor reprehenſion, ſi ſe mira el peligro, que de ordinario nos manifieſta, y en que muchas veces nos hace caer el Mar.

No fuera yo ſin embargo del parecer, que admitieran ninguna correccion corta, quando èſta les pidiera, que aumentaſſen ſu trabajo de forma, que les impidieſſe ſu primera atencion, y cuidado, que es el del Timòn; pero quando en eſto no ſe dà alteracion alguna, y el Piloto concluirà ſu derrota en el miſmo tiempo en que antes lo hacìa, no encuentro motivo para que abandonen lo demonſtrado por ſeguir ſu antigua, y errada idèa.

No recayendo la correccion, que pretendèmos hacer, como hemos dicho, mas que ſobre la medida de los grados, no tienen que alterarſe los fundamentos de la navega-

gacion; y ſobre ellos podrà el Piloto hacer ſus operaciones en adelante, de igual forma, que antes, con ſolo atender à eſta desigualdad, y alterar la magnitud de los grados en la Carta Eſphérica, y Tabla de partes Meridionales, que ſon las unicas guias por las quales ſe lleva exactamente un diario en la navegacion. Debemos ſu invencion à *M. Eduardo Wright*, quien por ella repreſentò con toda juſtificacion la Eſphera en plano: conſiſte en eſtablecer los Meridianos paralelos los unos à los otros, y por conſiguiente todos los grados de Longitud iguales; y como la propriedad de las lineas de Rumbos ſea la de formar iguales angulos con todos los Meridianos, eſtas lineas que en la Eſphera ſon Eſpirales, vienen en la proyeccion rectas; lo que facilita à los Pilotos, el modo de hallar, à què Rumbo quedan unos lugares de otros; pero para conſervar *M. Eduardo Wright* la razon, que tienen entre sì los grados de Longitud con los de Latitud, aumentò èſtos en la miſma razon, que havìa aumentado los de los paralelos: eſto es, como los Senos de los complementos de Latitud ſon al Radio, ò como el Radio es à las Secantes de las Latitudes.

Los grados de los Meridianos en eſta proyeccion ſobre la Eſphera, ſiendo mayores que los del Equador, contienen mayor numero de partes iguales, en que ſe dividen èſtos, que ſon las que llamamos Meridionales. La cantidad de èſtas, què encierra qualquier arco de Meridiano, *M. Eduardo Wright* la dedùxo ſumando todas las Secantes contenidas en el miſmo arco; y como cada parte la tomò por un minuto del Equador, ſe reduxo eſto à ſumar todas las Secantes de 1′, 2′, 3′, &c minutos, que comprehendìa el arco, con lo qual formò la Tabla, que haſta hoy lla-

ma-

mamos de partes Meridionales, que es la que se usa con gran propiedad en la practica de la navegacion, por los Pilotos perítos, y zelosos. El methodo de formar esta Tabla se ha hecho despues de la invencion de los infinitos, sumamente facil, y exacta, y por ellos se evita el molesto trabajo, que tendrìa en construirla su primer Author; sobre lo qual no nos detendrèmos, estando explicado por varios Estrangeros, y no siendo de nuestro assunto.

La misma proyeccion pues, que *M. Wright* le diò à la Esphera, podemos darle nosotros à la Elipsoide; porque aunque en esta no sean los grados de Meridiano iguales, no quita para que los aumentèmos en la misma razon, que tiene el Radio con las Secantes de las Latitudes, dexando tambien los Meridianos, paralelos, y los grados de Longitud todos iguales al del Equador, que yà establecìmos de $57228\frac{1}{2}$ toesas.

Esta operacion se vè yà practicada por *M. Murdoch* en un Tomo, que diò à luz intitulado *Nuevas Tablas Loxodromicas*, en el qual no solo dà el methodo de construir la Tabla de partes Meridionales de la Elipsoide por medio de las Séries infinitas, sino tambien una Tabla yà construìda de las mismas partes para cada grado; y aunque debemos apreciar su Obra, sin embargo, no la dà con la extension, que necessita la navegacion, y ademàs la Elipticidad, que supuso en la Elipsoide, es mayor, que la que verdaderamente tiene la Tierra. El methodo, que dà el mismo Author, para la construccion de las Tablas, es ciertamente muy geometrico; pero sin embargo, confiessa en la pagina 104 de la traduccion Francesa, que la solucion que diò *M. Mac-Laurin* al Problema, es mucho mas elegante, y facil. Este Geometra la dà en su tratado de *Fluxiones*, des-

desde el Parrafo 895 hasta el 899, donde lo puede vèr el curioso, pues aquì bastarà decir, que consiste, en que suponiendo

$V =$ al Seno del arco de quien se buscan las partes Meridionales en la Elipsoide

$T =$ à la Tangente de la mitad del complemento del mismo arco

$b =$ à el Radio del Equador

$a =$ à el Semi-Exe

$c = (b^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}$

$u = \frac{c}{b} V =$ à el Seno de otro arco

$t =$ à la Tangente de la mitad del complemento del arco antecedente

el Logarithmo Hyperbolico de $\frac{b}{T}$ seràn las partes Meridionales del arco, cuyo Seno es V en la Esphera; y el Logarithmo Hyperbolico de $\frac{b}{T}$, menos el Logarithmo Hyperbolico de $\frac{b}{t}$, multiplicado por $\frac{c}{b}$, seràn las partes Meridionales del arco, cuyo Seno es V en la Elipsoide; de donde concluye un methodo facil, de deducir las partes Meridionales de la Elipsoide, por las yà construìdas de la Esphera; porque el Logarithmo Hyperbolico de $\frac{b}{t}$ son las partes Meridionales en la Esphera del arco, cuyo Seno es u; con que multiplicando èstas por $\frac{c}{b}$, y substrayendo el producto de las partes Meridionales en la Esphera, cuyo Seno es V, el residuo seràn las partes en la Elipsoide, cuyo Seno es tambien V.

Con

Con eſta guia podémos calcular nueva Tabla de partes Meridionales, que ſervirà para hallar la Longitud ſobre la Elipſoide; de la qual ſe pueden ſervir como de ordinario los Pilotos, ſin que ſe les ſiga por ello mayor trabajo, y conſiguiendo ſin embargo mayor exactitud. Para ello, no tenemos mas, que deducir del Libro antecedente los valores, que les correſponden à las Letras de *M. de Mac-Laurin* b, y c; pero ſi ſe procede con atencion, ſe verà, que no es neceſſario mas, que hallar la razon en que eſtàn eſtas Letras, para concluir el valor de u, que es lo que ſe neceſſita.

Eſtablecímos $a = 265$
$b = 266$

luego $c = (b^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} = 23.04+$. Es pues b à c, como 266 à 23.04+; ò como 11.54+, à 1. Con eſto calcularémos las partes Meridionales de los arcos de 60°, y 70°, que ſervirà de exemplo, para concebir mejor el methodo de conſtruir toda la Tabla.

Del Logarithmo de 60°	9.93753,06317
ſubſtraigaſe el Logarithmo de 11.54+	1.06233,43761
y quedarà el Logarithmo del Seno de u	8.87519,62576
Las partes Meridionales del arco, cuyo Seno es u, ſon 258.4095, y ſu Logarithmo	2.41230,84738
del qual ſe ſubſtrae el Logarit. de 11.54	1.09233,43761
quedarà el Logarithmo de 22.3858	1.34997,40977

De las partes Merid. en la Esph. del arco 60°	4527.3677
ſubſtraiganſe	22.3858
y quedaràn las partes Meridionales en la Elipſoide del arco 60°	4504.9819

Del Logarithmo de 70°	9.97298,58164
ſubſtraiganſe el Logarithmo de 11.54	1.06233,43761
y quedarà el Logarithmo del Seno de *u*	8.91065,14403
Las partes Meridionales del arco, cuyo Seno es *u*, ſon 280.4772, y ſu Logatith.	2.44789,75583
del qual ſi ſe ſubſtrae el Log. de 11.54	1.06233,43761
quedarà el Logarithmo de 24.2976	1.38556,31822

De las partes Meridionales en la Eſphera del arco 70°	5965.9179
ſubſtraiganſe	24.2976
y quedaràn las partes Meridionales en la Elipſoide del arco 70°	5941.6203

Con igual proceder ſe ha conſtruìdo la Tabla ſiguiente, que ſervirà para el uſo practico.

NUE-

NUEVA
TABLA
DE
PARTES MERIDIONALES
PARA LA ELIPSOIDE,

Cuya razon de Diametros es la de 266 à 265.

Minutos.	0° Partes Meridionales.	1° Partes Meridionales.	2° Partes Meridionales.	3° Partes Meridionales.	4° Partes Meridionales.	5° Partes Meridionales.
1	00001.0	60.5	120.1	179.7	239.4	299.1
2	2.0	61.5	121.1	180.7	240.4	300.1
3	3.0	62.5	122.1	181.7	241.4	301.1
4	4.0	63.5	123.1	182.7	242.4	302.1
5	5.0	64.5	124.1	183.7	243.4	303.1
6	6.0	65.5	125.1	184.7	244.4	304.1
7	6.9	66.5	126.1	185.7	245.4	305.1
8	7.9	67.5	127.1	186.7	246.4	306.1
9	8.9	68.5	128.1	187.7	247.4	307.1
10	9.9	69.5	129.1	188.7	248.3	308.1
11	10.9	70.5	130.0	189.7	249.3	309.1
12	11.9	71.5	131.0	190.7	250.3	310.1
13	12.9	72.5	132.0	191.7	251.3	311.1
14	13.9	73.5	133.0	192.6	252.3	312.1
15	14.9	74.4	134.0	193.6	253.3	313.1
16	15.9	75.4	135.0	194.6	254.3	314.1
17	16.9	76.4	136.0	195.6	255.3	315.1
18	17.9	77.4	137.0	196.6	256.3	316.1
19	18.9	78.4	138.0	197.6	257.3	317.1
20	19.8	79.4	139.0	198.6	258.3	318.1
21	20.8	80.4	140.0	199.6	259.3	319.1
22	21.8	81.4	141.0	200.6	260.3	320.1
23	22.8	82.4	142.0	201.6	261.3	321.1
24	23.8	83.4	143.0	202.6	262.3	322.1
25	24.8	84.4	144.0	203.6	263.3	323.1
26	25.8	85.4	144.9	204.6	264.3	324.0
27	26.8	86.3	145.9	205.6	265.3	325.0
28	27.8	87.3	146.9	206.6	266.3	326.0
29	28.8	88.3	147.9	207.6	267.3	327.0
30	29.8	89.3	148.9	208.6	268.3	328.0

Minutos.	0° Partes Meridionales.	1° Partes Meridionales.	2° Partes Meridionales.	3° Partes Meridionales.	4° Partes Meridionales.	5° Partes Meridionales.
31	30.8	90.3	149.9	209.6	269.2	329.0
32	31.8	91.3	150.9	210.5	270.2	330.0
33	32.8	92.3	151.9	211.5	271.2	331.0
34	33.7	93.3	152.9	212.5	272.2	332.0
35	34.7	94.3	153.9	213.5	273.2	333.0
36	35.7	95.3	154.9	214.5	274.2	334.0
37	36.7	96.3	155.9	215.5	275.2	335.0
38	37.7	97.3	156.9	216.5	276.2	336.0
39	38.7	98.3	157.9	217.5	277.2	337.0
40	39.7	99.3	158.9	218.5	278.2	338.0
41	40.7	100.3	159.9	219.5	279.2	339.0
42	41.7	101.2	160.8	220.5	280.2	340.0
43	42.7	102.2	161.8	221.5	281.2	341.0
44	43.7	103.2	162.8	222.5	282.2	342.0
45	44.7	104.2	163.8	223.5	283.2	343.0
46	45.7	105.2	164.8	224.5	284.2	344.0
47	46.6	106.2	165.8	225.5	285.2	345.0
48	47.6	107.2	166.8	226.5	286.2	346.0
49	48.6	108.2	167.8	227.5	287.2	347.0
50	49.6	109.2	168.8	228.4	288.2	348.0
51	50.6	110.2	169.8	229.4	289.2	349.0
52	51.6	111.2	170.8	230.4	290.2	350.0
53	52.6	112.2	171.8	231.4	291.2	351.0
54	53.6	113.2	172.8	232.4	292.2	352.0
55	54.6	114.2	173.8	233.4	293.2	353.0
56	55.6	115.2	174.8	234.4	294.1	354.0
57	56.6	116.1	175.8	235.4	295.1	355.0
58	57.6	117.1	176.7	236.4	296.1	356.0
59	58.6	118.1	177.7	237.4	297.1	357.0
60	59.6	119.1	178.7	238.4	298.1	358.0

Minutos.	6° Partes Meridionales.	7° Partes Meridionales.	8° Partes Meridionales.	9° Partes Meridionales.	10° Partes Meridionales.	11° Partes Meridionales.
1	359.0	418.9	479.0	539.2	599.6	660.2
2	360.0	419.9	480.0	540.2	600.6	661.2
3	361.0	420.9	481.0	541.2	601.6	662.2
4	362.0	421.9	482.0	542.2	602.6	663.2
5	363.0	422.9	483.0	543.2	603.6	664.2
6	363.9	423.9	484.0	544.2	604.6	665.2
7	364.9	424.9	485.0	545.2	605.6	666.2
8	365.9	425.9	486.0	546.2	606.6	667.3
9	366.9	426.9	487.0	547.2	607.7	668.3
10	367.9	427.9	488.0	548.2	608.7	669.3
11	368.9	428.9	489.0	549.2	609.7	670.3
12	369.9	429.9	490.0	550.2	610.7	671.3
13	370.9	430.9	491.0	551.3	611.7	672.3
14	371.9	431.9	492.0	552.3	612.7	673.3
15	372.9	432.9	493.0	553.3	613.7	674.3
16	373.9	433.9	494.0	554.3	614.7	675.4
17	374.9	434.9	495.0	555.3	615.7	676.4
18	375.9	435.9	496.0	556.3	616.7	677.4
19	376.9	436.9	497.0	557.3	617.7	678.4
20	377.9	437.9	498.0	558.3	618.8	679.4
21	378.9	438.9	499.0	559.3	619.8	680.4
22	379.9	439.9	500.0	560.3	620.8	681.4
23	380.9	440.9	501.0	561.3	621.8	682.4
24	381.9	441.9	502.0	562.3	622.8	683.5
25	382.9	442.9	503.0	563.3	623.8	684.5
26	383.9	443.9	504.0	564.3	624.8	685.5
27	384.9	444.9	505.0	565.3	625.8	686.5
28	385.9	445.9	506.1	566.3	626.8	687.5
29	386.9	446.9	507.1	567.4	627.8	688.5
30	387.9	447.9	508.1	568.4	628.8	689.5

Minutos.	6° Partes Meridionales.	7° Partes Meridionales.	8° Partes Meridionales.	9° Partes Meridionales.	10° Partes Meridionales.	11° Partes Meridionales.
31	388.9	448.9	509.1	569.4	629.9	690.5
32	389.9	449.9	510.1	570.4	630.9	691.6
33	390.9	450.9	511.1	571.4	631.9	692.6
34	391.9	451.9	512.1	572.4	632.9	693.6
35	392.2	452.9	513.1	573.4	633.9	694.6
36	393.9	453.9	514.1	574.4	634.9	695.6
37	394.9	454.9	515.1	575.4	635.9	696.6
38	395.9	455.9	516.1	576.4	636.9	697.6
39	396.9	456.9	517.1	577.4	637.9	698.7
40	397.9	457.9	518.1	578.4	638.9	699.7
41	398.9	458.9	519.1	579.4	640.0	700.7
42	399.9	459.9	520.1	580.4	641.0	701.7
43	400.9	460.9	521.1	581.4	642.0	702.7
44	401.9	461.9	522.1	582.5	643.0	703.7
45	402.9	462.9	523.1	583.5	644.0	704.7
46	403.9	463.9	524.1	584.5	645.0	705.8
47	404.9	464.9	525.1	585.5	646.0	706.8
48	405.9	465.9	526.1	586.5	647.0	707.8
49	406.9	466.9	527.1	587.5	648.0	708.8
50	407.9	468.0	528.1	588.5	649.1	709.8
51	408.9	469.0	529.2	589.5	650.1	710.8
52	409.9	470.0	530.2	590.5	651.1	711.8
53	410.9	471.0	531.2	591.5	652.1	712.8
54	411.9	472.0	532.2	592.5	653.1	713.9
55	412.9	473.0	533.2	593.5	654.1	714.9
56	413.9	474.0	534.2	594.6	655.1	715.9
57	414.9	475.0	535.2	595.6	656.1	716.9
58	415.9	476.0	536.2	596.6	657.1	717.9
59	416.9	477.0	537.2	597.6	658.2	718.9
60	417.9	478.0	538.2	598.6	659.2	720.0

Minutos.	12° Partes Meridionales.	13° Partes Meridionales.	14° Partes Meridionales.	15° Partes Meridionales.	16° Partes Meridionales.	17° Partes Meridionales.
1	721.0	782.0	843.3	904.8	966.6	1028.8
2	722.0	783.0	844.3	905.8	967.7	1029.8
3	723.0	784.0	845.3	906.9	968.7	1030.9
4	724.0	785.0	846.3	907.9	969.7	1031.9
5	725.0	786.1	847.4	908.9	970.8	1033.0
6	726.0	787.1	848.4	910.0	971.8	1034.0
7	727.1	788.1	849.4	911.0	972.8	1035.0
8	728.1	789.1	850.4	912.0	973.9	1036.1
9	729.1	790.1	851.4	913.0	974.9	1037.1
10	730.1	791.2	852.5	914.1	975.9	1038.1
11	731.1	792.2	853.5	915.1	977.0	1039.2
12	732.1	793.2	854.5	916.1	978.0	1040.2
13	733.2	794.2	855.5	917.2	979.0	1041.3
14	734.2	795.2	856.6	918.2	980.1	1042.3
15	735.2	796.3	857.6	919.2	981.1	1043.3
16	736.2	797.3	858.6	920.2	982.2	1044.4
17	737.2	798.3	859.6	921.3	983.2	1045.4
18	738.2	799.3	860.7	922.3	984.2	1046.5
19	739.3	800.3	861.7	923.3	985.3	1047.5
20	740.3	801.4	862.7	924.4	986.3	1048.5
21	741.3	802.4	863.7	925.4	987.3	1049.6
22	742.3	803.4	864.8	926.4	988.4	1050.6
23	743.3	804.4	865.8	927.4	989.4	1051.7
24	744.3	805.5	866.8	928.5	990.4	1052.7
25	745.4	806.5	867.8	929.5	991.5	1053.8
26	746.4	807.5	868.9	930.5	992.5	1054.8
27	747.4	808.5	869.9	931.6	993.5	1055.8
28	748.4	809.5	870.9	932.6	994.6	1056.9
29	749.4	810.6	871.9	933.6	995.6	1057.9
30	750.4	811.6	873.0	934.7	996.6	1059.0

Minutos.	12° Partes Meridionales.	13° Partes Meridionales.	14° Partes Meridionales.	15° Partes Meridionales.	16° Partes Meridionales.	17° Partes Meridionales.
31	751.5	812.6	874.0	935.7	997.7	1060.0
32	752.5	813.6	875.0	936.7	998.7	1061.0
33	753.5	814.6	876.1	937.8	999.8	1062.1
34	754.5	815.7	877.1	938.8	1000.8	1063.1
35	755.5	816.7	878.1	939.8	1001.8	1064.2
36	756.5	817.7	879.1	940.8	1002.9	1065.2
37	757.6	818.7	880.2	941.9	1003.9	1066.2
38	758.6	819.8	881.2	942.9	1004.9	1067.3
39	759.6	820.8	882.2	943.9	1006.0	1068.3
40	760.6	821.8	883.2	945.0	1007.0	1069.4
41	761.6	822.8	884.3	946.0	1008.0	1070.4
42	762.6	823.8	885.3	947.0	1009.1	1071.5
43	763.7	824.9	886.3	948.1	1010.1	1072.5
44	764.7	825.9	887.3	949.1	1011.2	1073.5
45	765.7	826.9	888.4	950.1	1012.2	1074.6
46	766.7	827.9	889.4	951.2	1013.2	1075.6
47	767.7	828.9	890.4	952.2	1014.3	1076.7
48	768.8	830.0	891.5	953.2	1015.3	1077.7
49	769.8	831.0	892.5	954.3	1016.3	1078.8
50	770.8	832.0	893.5	955.3	1017.4	1079.8
51	771.8	833.0	894.6	956.3	1018.4	1080.8
52	772.8	834.1	895.6	957.4	1019.5	1081.9
53	773.8	835.1	896.6	958.4	1020.5	1082.9
54	774.9	836.1	897.6	959.4	1021.5	1084.0
55	775.9	837.1	898.7	960.4	1022.6	1085.0
56	776.9	838.2	899.7	961.5	1023.6	1086.1
57	777.9	839.2	900.7	962.5	1024.6	1087.1
58	778.9	840.2	901.7	963.5	1025.7	1088.2
59	780.0	841.2	902.8	964.6	1026.7	1089.2
60	781.0	842.2	903.8	965.6	1027.8	1090.2

Minutos.	18°	19°	20°	21°	22°	23°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	1091.3	1154.1	1217.4	1281.0	1345.1	1409.6
2	1092.3	1155.2	1218.4	1282.1	1346.2	1410.7
3	1093.4	1156.2	1219.5	1283.1	1347.2	1411.8
4	1094.4	1157.3	1220.5	1284.2	1348.3	1412.9
5	1095.5	1158.3	1221.6	1285.3	1349.4	1413.9
6	1096.5	1159.4	1222.7	1286.3	1350.4	1415.0
7	1097.6	1160.4	1223.7	1287.4	1351.5	1416.1
8	1098.6	1161.5	1224.8	1288.5	1352.6	1417.2
9	1099.6	1162.5	1225.8	1289.5	1353.7	1418.3
10	1100.7	1163.6	1226.9	1290.6	1354.7	1419.3
11	1101.7	1164.6	1227.9	1291.7	1355.8	1420.4
12	1102.8	1165.7	1229.0	1292.7	1356.9	1421.5
13	1103.8	1166.8	1230.1	1293.8	1358.0	1422.6
14	1104.9	1167.8	1231.1	1294.9	1359.0	1423.7
15	1105.9	1168.9	1232.2	1295.9	1360.1	1424.7
16	1107.0	1169.9	1233.2	1297.0	1361.2	1425.8
17	1108.0	1171.0	1234.3	1298.1	1362.3	1426.9
18	1109.1	1172.0	1235.4	1299.1	1363.3	1428.0
19	1110.1	1173.1	1236.4	1300.2	1364.4	1429.1
20	1111.1	1174.1	1237.5	1301.3	1365.5	1430.1
21	1112.2	1175.2	1238.5	1302.3	1366.5	1431.2
22	1113.2	1176.2	1239.6	1303.4	1367.6	1432.3
23	1114.3	1177.3	1240.7	1304.5	1368.7	1433.4
24	1115.3	1178.3	1241.7	1305.5	1369.8	1434.5
25	1116.4	1179.4	1242.8	1306.6	1370.8	1435.6
26	1117.4	1180.4	1243.8	1307.7	1371.9	1436.6
27	1118.5	1181.5	1244.9	1308.7	1373.0	1437.7
28	1119.5	1182.5	1246.0	1309.8	1374.1	1438.8
29	1120.6	1183.6	1247.0	1310.9	1375.1	1439.9
30	1121.6	1184.6	1248.1	1311.9	1376.2	1441.0

Minutos.	18° Partes Meridionales.	19° Partes Meridionales.	20° Partes Meridionales.	21° Partes Meridionales.	22° Partes Meridionales.	23° Partes Meridionales.
31	1122.7	1185.7	1249.1	1313.0	1377.3	1442.1
32	1123.7	1186.8	1250.2	1314.1	1378.4	1443.1
33	1124.8	1187.8	1251.3	1315.1	1379.4	1444.2
34	1125.8	1188.9	1252.3	1316.2	1380.5	1445.3
35	1126.9	1189.9	1253.4	1317.3	1381.6	1446.4
36	1127.9	1191.0	1254.4	1318.3	1382.7	1447.5
37	1128.9	1192.0	1255.5	1319.4	1383.7	1448.6
38	1130.0	1193.1	1256.6	1320.5	1384.8	1449 7
39	1131.0	1194.1	1257.6	1321.5	1385.9	1450.7
40	1132.1	1195.2	1258.7	1322.6	1387.0	1451.8
41	1133.1	1196.2	1259.7	1323.7	1388.1	1452.9
42	1134.2	1197.3	1260.8	1324.7	1389.1	1454.0
43	1135.2	1198.4	1261.9	1325.8	1390.2	1455.1
44	1136.3	1199.4	1262.9	1326.9	1391.3	1456.2
45	1137.3	1200.5	1264.0	1328.0	1392.4	1457.3
46	1138.4	1201.5	1265.1	1329.0	1393.4	1458.3
47	1139.4	1202.6	1266.1	1330.1	1394.5	1459.4
48	1140.5	1203.6	1267.2	1331.2	1395.6	1460.5
49	1141.5	1204.7	1268.2	1332.2	1396.7	1461.6
50	1142.6	1205.7	1269.3	1333.3	1397.7	1462.7
51	1143.6	1206.8	1270.4	1334.4	1398.8	1463.8
52	1144.7	1207.9	1271.4	1335.4	1399.9	1464.9
53	1145.7	1208.9	1272.5	1336.5	1401.0	1465.9
54	1146.8	1210.0	1273.6	1337.6	1402.1	1467.0
55	1147.8	1211.0	1274.6	1338.7	1403.1	1468.1
56	1148.9	1212.1	1275.7	1339.7	1404.2	1469.2
57	1149.9	1213.1	1276.8	1340.8	1405.3	1470.3
58	1151.6	1214.2	1277.8	1341.9	1406.4	1471.4
59	1152.0	1215.3	1278.9	1342.9	1407.4	1472.5
60	1153.1	1216.3	1279.9	1344.0	1408.5	1473.5

Minutos.	24° Partes Meridionales.	25° Partes Meridionales.	26° Partes Meridionales.	27° Partes Meridionales.	28° Partes Meridionales.	29° Partes Meridionales.
1	1474.6	1540.2	1606.3	1672.9	1740.2	1808.1
2	1475.7	1541.3	1607.4	1674.0	1741.3	1809.2
3	1476.8	1542.4	1608.5	1675.1	1742.4	1810.3
4	1477.9	1543.5	1609.6	1676.3	1743.5	1811.5
5	1479.0	1544.6	1610.7	1677.4	1744.7	1812.6
6	1480.1	1545.7	1611.8	1678.5	1745.8	1813.7
7	1481.2	1546.8	1612.9	1679.6	1746.9	1814.9
8	1482.3	1547.9	1614.0	1680.7	1748.1	1816.0
9	1483.3	1549.0	1615.1	1681.8	1749.2	1817.2
10	1484.4	1550.1	1616.2	1683.0	1750.3	1818.3
11	1485.5	1551.2	1617.3	1684.1	1751.4	1819.4
12	1486.6	1552.3	1618.4	1685.2	1752.6	1820.6
13	1487.7	1553.4	1619.5	1686.3	1753.7	1821.7
14	1488.8	1554.5	1620.7	1687.4	1754.8	1822.9
15	1489.9	1555.6	1621.8	1688.5	1756.0	1824.0
16	1491.0	1556.6	1622.9	1689.7	1757.1	1825.1
17	1492.1	1557.7	1624.0	1690.8	1758.2	1826.3
18	1493.2	1558.8	1625.1	1691.9	1759.3	1827.4
19	1494.2	1559.9	1626.2	1693.0	1760.5	1828.6
20	1495.3	1561.0	1627.3	1694.1	1761.6	1829.7
21	1496.4	1562.1	1628.4	1695.3	1762.7	1830.8
22	1497.5	1563.2	1629.5	1696.4	1763.9	1832.0
23	1498.6	1564.3	1630.6	1697.5	1765.0	1833.1
24	1499.7	1565.4	1631.7	1698.6	1766.1	1834.3
25	1500.8	1566.5	1632.8	1699.7	1767.2	1835.4
26	1501.9	1567.6	1634.0	1700.9	1768.4	1836.5
27	1503.0	1568.7	1635.1	1702.0	1769.5	1837.7
28	1504.1	1569.8	1636.2	1703.1	1770.6	1838.8
29	1505.2	1570.9	1637.3	1704.2	1771.8	1840.0
30	1506.2	1572.0	1638.4	1705.3	1772.9	1841.2

Minutos.	24° Partes Meridionales.	25° Partes Meridionales.	26° Partes Meridionales.	27° Partes Meridionales.	28° Partes Meridionales.	29° Partes Meridionales.
31	1507.3	1573.2	1639.5	1706.5	1774.0	1842.3
32	1508.4	1574.3	1640.6	1707.6	1775.2	1843.4
33	1509.5	1575.4	1641.7	1708.7	1776.3	1844.6
34	1510.6	1576.5	1642.8	1709.8	1777.4	1845.7
35	1511.7	1577.6	1644.0	1710.9	1778.6	1846.9
36	1512.8	1578.7	1645.1	1712.1	1779.7	1848.0
37	1513.9	1579.8	1646.2	1713.2	1780.8	1849.1
38	1515.0	1580.9	1647.3	1714.3	1782.0	1850.3
39	1516.1	1582.0	1648.4	1715.4	1783.1	1851.4
40	1517.2	1583.1	1649.5	1716.6	1784.2	1852.5
41	1518.3	1584.2	1650.6	1717.7	1785.4	1853.7
42	1519.4	1585.3	1651.7	1718.8	1786.5	1854.8
43	1520.5	1586.4	1652.9	1719.9	1787.6	1856.0
44	1521.6	1587.5	1654.0	1721.0	1788.8	1857.1
45	1522.7	1588.6	1655.1	1722.2	1789.9	1858.3
46	1523.7	1589.7	1656.2	1723.3	1791.0	1859.4
47	1524.8	1590.8	1657.3	1724.4	1792.2	1860.6
48	1525.9	1591.9	1658.4	1725.5	1793.3	1861.7
49	1527.0	1593.0	1659.5	1726.7	1794.4	1862.8
50	1528.1	1594.1	1660.7	1727.8	1795.6	1864.0
51	1529.2	1595.2	1661.8	1728.9	1796.7	1865.1
52	1530.3	1596.3	1662.9	1730.0	1797.8	1866.3
53	1531.4	1597.4	1664.0	1731.2	1799.0	1867.4
54	1532.5	1598.5	1665.1	1732.3	1800.1	1868.6
55	1533.6	1599.6	1666.2	1733.4	1801.2	1869.7
56	1534.7	1600.7	1667.3	1734.5	1802.4	1870.9
57	1535.8	1601.8	1668.5	1735.7	1803.5	1872.0
58	1536.9	1602.9	1669.6	1736.8	1804.6	1873.2
59	1538.0	1604.0	1670.7	1737.9	1805.8	1874.3
60	1539.1	1605.2	1671.8	1739.0	1806.9	1875.5

Minutos.	30°	31°	32°	33°	34°	35°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	1876.6	1945.9	2015.9	2086.6	2158.2	2230.7
2	1877.8	1947.0	2017.0	2087.8	2159.4	2231.9
3	1878.9	1948.1	2018.2	2089.0	2160.6	2233.1
4	1880.1	1949.3	2019.4	2090.2	2161.8	2234.3
5	1881.2	1950.5	2020.6	2091.4	2163.0	2235.5
6	1882.3	1951.7	2021.7	2092.6	2164.2	2236.8
7	1883.5	1952.8	2022.9	2093.8	2165.4	2238.0
8	1884.6	1954.0	2024.1	2095.0	2166.6	2239.2
9	1885.8	1955.2	2025.3	2096.1	2167.8	2240.4
10	1887.0	1956.3	2026.4	2097.3	2169.1	2241.6
11	1888.1	1957.5	2027.6	2098.5	2170.3	2242.8
12	1889.3	1958.7	2028.8	2099.7	2171.5	2244.1
13	1890.4	1959.8	2030.0	2100.9	2172.7	2245.3
14	1891.6	1961.0	2031.1	2102.1	2173.9	2246.5
15	1892.7	1962.1	2032.3	2103.3	2175.1	2247.7
16	1893.9	1963.3	2033.5	2104.5	2176.3	2248.9
17	1895.0	1964.5	2034.7	2105.7	2177.5	2250.2
18	1896.2	1965.6	2035.8	2106.9	2178.7	2251.4
19	1897.3	1966.8	2037.0	2108.0	2179.9	2252.6
20	1898.5	1968.0	2038.2	2109.2	2181.1	2253.8
21	1899.6	1969.1	2039.4	2110.4	2182.3	2255.0
22	1900.8	1970.3	2040.6	2111.6	2183.5	2256.3
23	1901.9	1971.5	2041.7	2112.8	2184.7	2257.5
24	1903.1	1972.6	2042.9	2114.0	2185.9	2258.7
25	1904.2	1973.8	2044.1	2115.2	2187.1	2259.9
26	1905.4	1974.9	2045.3	2116.4	2188.3	2261.1
27	1906.5	1976.1	2046.5	2117.6	2189.5	2262.4
28	1907.7	1977.3	2047.6	2118.8	2190.7	2263.6
29	1908.8	1978.4	2048.8	2120.0	2191.9	2264.8
30	1910.0	1979.6	2050.0	2121.1	2193.1	2266.0

Minutos.	30° Partes Meridionales.	31° Partes Meridionales.	32° Partes Meridionales.	33° Partes Meridionales.	34° Partes Meridionales.	35° Partes Meridionales.
31	1911.1	1980.8	2051.2	2122.3	2194.4	2267.3
32	1912.3	1982.0	2052.4	2123.5	2195.6	2268.5
33	1913.5	1983.2	2053.5	2124.7	2196.8	2269.7
34	1914.6	1984.3	2054.7	2125.9	2198.0	2270.9
35	1915.8	1985.5	2055.9	2127.1	2199.2	2272.1
36	1916.9	1986.6	2057.1	2128.3	2200.4	2273.4
37	1918.1	1987.8	2058.3	2129.5	2201.6	2274.6
38	1919.2	1989.0	2059.4	2130.7	2202.8	2275.8
39	1920.4	1990.1	2060.6	2131.9	2204.0	2277.0
40	1921.6	1991.3	2061.8	2133.1	2205.2	2278.3
41	1922.7	1992.5	2063.0	2134.3	2206.4	2279.5
42	1923.9	1993.6	2064.2	2135.5	2207.6	2280.7
43	1925.0	1994.8	2065.3	2136.7	2208.9	2281.9
44	1926.2	1996.0	2066.5	2137.9	2210.1	2283.2
45	1927.3	1997.1	2067.7	2139.1	2211.3	2284.4
46	1928.5	1998.3	2068.9	2140.3	2212.5	2285.6
47	1929.6	1999.5	2070.1	2141.5	2213.7	2286.8
48	1930.8	2000.6	2071.2	2142.7	2214.9	2288.1
49	1932.0	2001.8	2072.4	2143.9	2216.1	2289.3
50	1933.1	2003.0	2073.6	2145.1	2217.3	2290.5
51	1934.3	2004.2	2074.8	2146.2	2218.5	2291.7
52	1935.4	2005.3	2076.0	2147.4	2219.8	2293.0
53	1936.6	2006.5	2077.2	2148.6	2221.0	2294.2
54	1937.8	2007.7	2078.4	2149.8	2222.2	2295.4
55	1938.9	2008.8	2079.5	2151.0	2223.4	2296.7
56	1940.1	2010.0	2080.7	2152.2	2224.6	2297.9
57	1941.2	2011.2	2081.9	2153.4	2225.8	2299.1
58	1942.4	2012.4	2083.1	2154.6	2227.0	2300.3
59	1943.6	2013.5	2084.3	2155.8	2228.3	2301.5
60	1944.7	2014.7	2085.5	2157.0	2229.5	2302.8

Minutos.	36° Partes Meridionales.	37° Partes Meridionales.	38° Partes Meridionales.	39° Partes Meridionales.	40° Partes Meridionales.	41° Partes Meridionales.
1	2304.0	2378.3	2453.6	2529.9	2607.4	2686.0
2	2305.3	2379.6	2454.9	2531.2	2608.7	2687.3
3	2306.5	2380.8	2456.2	2532.5	2610.0	2688.6
4	2307.7	2382.1	2457.4	2533.8	2611.3	2689.9
5	2309.0	2383.3	2458.7	2535.1	2612.6	2691.3
6	2310.2	2384.6	2460.0	2536.4	2613.9	2692.6
7	2311.4	2385.8	2461.1	2537.7	2615.2	2693.9
8	2312.7	2387.1	2462.5	2538.9	2616.5	2695.2
9	2313.9	2388.3	2463.8	2540.2	2617.8	2696.5
10	2315.1	2389.6	2465.0	2541.5	2619.1	2697.9
11	2316.4	2390.8	2466.3	2542.8	2620.4	2699.2
12	2317.6	2392.1	2467.6	2544.1	2621.7	2700.5
13	2318.8	2393.3	2468.8	2545.4	2623.0	2701.8
14	2320.1	2394.6	2470.1	2546.6	2624.3	2703.2
15	2321.3	2395.8	2471.4	2547.9	2625.6	2704.5
16	2322.5	2397.1	2472.6	2549.2	2626.9	2705.8
17	2323.8	2398.3	2473.9	2550.5	2628.2	2707.1
18	2325.0	2399.6	2475.2	2551.8	2629.5	2708.5
19	2326.2	2400.8	2476.4	2553.1	2630.8	2709.8
20	2327.5	2402.1	2477.7	2554.4	2632.1	2711.1
21	2328.7	2403.3	2479.0	2555.6	2633.4	2712.4
22	2329.9	2404.6	2480.2	2556.9	2634.8	2713.8
23	2331.2	2405.8	2481.5	2558.2	2636.1	2715.1
24	2332.4	2407.1	2482.8	2559.5	2637.4	2716.4
25	2333.6	2408.3	2484.0	2560.8	2638.7	2717.7
26	2334.9	2409.6	2485.3	2562.1	2640.0	2719.1
27	2336.1	2410.8	2486.6	2563.4	2641.3	2720.4
28	2337.3	2412.1	2487.9	2564.7	2642.6	2721.7
29	2338.6	2413.3	2489.1	2566.0	2643.9	2723.1
30	2339.8	2414.6	2490.4	2567.2	2645.2	2724.4

Minutos.	36° Partes Meridionales.	37° Partes Meridionales.	38° Partes Meridionales.	39° Partes Meridionales.	40° Partes Meridionales.	41° Partes Meridionales.
31	2341.0	2415.9	2491.7	2568.5	2646.5	2725.7
32	2342.3	2417.1	2492.9	2569.8	2647.8	2727.1
33	2343.5	2418.4	2494.2	2571.1	2649.1	2728.4
34	2344.7	2419.6	2495.5	2572.4	2650.5	2729.7
35	2346.0	2420.9	2496.8	2573.7	2651.8	2731.1
36	2347.2	2422.1	2498.0	2575.0	2653.1	2732.4
37	2348.4	2423.4	2499.3	2576.3	2654.4	2733.7
38	2349.7	2424.7	2500.6	2577.6	2655.7	2735.1
39	2350.9	2425.9	2501.8	2578.9	2657.0	2736.4
40	2352.2	2427.2	2503.1	2580.2	2658.3	2737.7
41	2353.5	2428.4	2504.4	2581.4	2659.6	2739.0
42	2354.7	2429.7	2505.7	2582.7	2660.9	2740.4
43	2356.0	2430.9	2507.0	2583.0	2662.3	2741.7
44	2357.2	2432.2	2508.2	2585.3	2663.6	2743.0
45	2358.4	2433.5	2509.5	2586.6	2664.9	2744.4
46	2359.7	2434.7	2510.8	2587.9	2666.2	2745.7
47	2360.9	2436.0	2512.1	2589.2	2667.5	2747.0
48	2362.2	2437.2	2513.3	2590.5	2668.9	2748.4
49	2863.4	2438.5	2514.7	2591.8	2670.2	2749.7
50	2364.6	2439.8	2515.9	2593.1	2671.5	2751.0
51	2365.9	2441.0	2517.2	2594.4	2672.8	2752.4
52	2367.1	2442.3	2518.4	2595.7	2674.1	2753.7
53	2368.4	2443.5	2519.7	2597.0	2675.4	2755.0
54	2369.6	2444.8	2521.0	2598.3	2676.7	2756.4
55	2370.9	2446.1	2522.3	2599.6	2678.1	2757.7
56	2372.1	2447.3	2523.6	2600.9	2679.4	2759.1
57	2373.3	2448.6	2524.9	2602.2	2680.7	2760.4
58	2374.6	2449.8	2526.2	2603.5	2682.0	2761.7
59	2375.8	2451.1	2527.4	2604.8	2683.3	2763.1
60	2377.1	2452.4	2528.7	2606.1	2684.6	2764.4

Minutos.	42° Partes Meridionales.	43° Partes Meridionales.	44° Partes Meridionales.	45° Partes Meridionales.	46° Partes Meridionales.	47° Partes Meridionales.
1	2765.8	2846.8	2929.3	3013.1	3098.4	3185.3
2	2767.1	2848.2	2930.6	3014.5	3099.8	3186.7
3	2768.4	2849.6	2932.0	3015.9	3101.3	3188.2
4	2769.8	2850.9	2933.4	3017.3	3102.7	3189.7
5	2771.1	2852.3	2934.8	3018.7	3104.1	3191.1
6	2772.4	2853.7	2936.2	3020.1	3105.6	3192.6
7	2773.8	2855.0	2937.6	3021.5	3107.0	3194.1
8	2775.1	2856.4	2939.0	3023.0	3108.5	3195.5
9	2776.5	2857.8	2940.3	3024.4	3109.9	3197.0
10	2777.8	2859.1	2941.7	3025.8	3111.3	3198.4
11	2779.2	2860.5	2943.1	3027.2	3112.8	3199.9
12	2780.5	2861.8	2944.5	3028.6	3114.2	3201.4
13	2781.9	2863.2	2945.9	3030.0	3115.6	3202.9
14	2783.2	2864.6	2947.3	3031.4	3117.1	3204.3
15	2784.6	2866.0	2948.7	3032.9	3118.5	3205.8
16	2785.9	2867.3	2950.1	3034.3	3120.0	3207.3
17	2787.3	2868.7	2951.4	3035.7	3121.4	3208.7
18	2788.6	2870.1	2952.8	3037.1	3122.8	3210.2
19	2790.0	2871.4	2954.2	3038.5	3124.3	3211.7
20	2791.3	2872.8	2955.6	3039.9	3125.7	3213.1
21	2792.7	2874.2	2957.0	3041.3	3127.2	3214.6
22	2794.0	2875.5	2958.4	3042.8	3128.6	3216.1
23	2795.4	2876.9	2959.8	3044.2	3130.1	3217.5
24	2796.7	2878.3	2961.2	3045.6	3131.5	3219.0
25	2798.1	2879.6	2962.6	3047.0	3133.0	3220.5
26	2799.4	2881.0	2964.0	3048.4	3134.4	3222.0
27	2800.8	2882.4	2965.4	3049.9	3135.8	3223.4
28	2802.1	2883.8	2966.8	3051.3	3137.3	3224.9
29	2803.5	2885.1	2968.2	3052.7	3138.7	3226.4
30	2804.8	2886.5	2969.6	3054.1	3140.2	3227.9

Minutos.	42° Partes Meridionales.	43° Partes Meridionales.	44° Partes Meridionales.	45° Partes Meridionales.	46° Partes Meridionales.	47° Partes Meridionales.
31	2806.2	2887.9	2971.0	3055.5	3141.6	3229.3
32	2807.5	2889.2	2972.4	3057.0	3143.1	3230.8
33	2808.9	2890.6	2973.8	3058.4	3144.5	3232.3
34	2810.2	2892.0	2975.2	3059.8	3146.0	3233.8
35	2811.6	2893.4	2976.6	3061.2	3147.4	3235.2
36	2812.9	2894.7	2978.0	3062.7	3148.9	3236.7
37	2814.3	2896.1	2979.4	3064.1	3150.3	3238.2
38	2815.6	2897.5	2980.8	3065.5	3151.8	3239.7
39	2817.0	2898.9	2982.2	3066.9	3153.2	3241.2
40	2818.3	2900.3	2983.6	3068.4	3154.7	3242.6
41	2819.7	2901.6	2985.0	3069.8	3156.1	3244.1
42	2821.0	2903.0	2986.4	3071.2	3157.6	3245.6
43	2822.3	2904.4	2987.8	3072.6	3159.1	3247.1
44	2823.7	2905.8	2989.2	3074.1	3160.5	3248.6
45	2825.0	2907.1	2990.6	3075.5	3162.0	3250.0
46	2826.4	2908.5	2992.0	3076.9	3163.4	3251.5
47	2827.7	2909.9	2993.4	3078.4	3164.9	3253.0
48	2829.1	2911.3	2994.8	3079.8	3166.3	3254.5
49	2830.5	2912.7	2996.2	3081.2	3167.8	3256.0
50	2831.9	2914.0	2997.6	3082.6	3169.2	3257.5
51	2833.2	2915.4	2999.0	3084.1	3170.7	3258.9
52	2834.6	2916.8	3000.4	3085.5	3172.1	3260.4
53	2836.0	2918.2	3001.8	3086.9	3173.6	3261.9
54	2837.3	2919.6	3003.2	3088.4	3175.1	3263.4
55	2838.7	2921.0	3004.6	3089.8	3176.5	3264.9
56	2840.0	2922.3	3006.0	3091.2	3178.0	3266.4
57	2841.4	2923.7	3007.5	3092.7	3179.4	3267.9
58	2842.8	2925.1	3008.9	3094.1	3180.9	3269.4
59	2844.1	2926.5	3010.3	3095.5	3182.4	3270.8
60	2845.5	2927.9	3011.7	3097.0	3183.8	3272.3

Minutos.	48° Partes Meridionales.	49° Partes Meridionales.	50° Partes Meridionales.	51° Partes Meridionales.	52° Partes Meridionales.	53° Partes Meridionales.
1	3273.8	3364.1	3456.2	3550.3	3646.4	3744.8
2	3275.3	3365.6	3457.8	3551.9	3648.1	3746.4
3	3276.8	3367.1	3459.3	3553.5	3649.7	3748.1
4	3278.3	3368.7	3460.9	3555.1	3651.3	3749.8
5	3279.8	3370.2	3462.4	3556.7	3652.9	3751.4
6	3281.3	3371.7	3464.0	3558.2	3654.6	3753.1
7	3282.8	3373.2	3465.5	3559.8	3656.2	3754.7
8	3284.3	3374.8	3467.1	3561.4	3657.8	3756.4
9	3285.7	3376.3	3468.7	3563.0	3659.4	3758.1
10	3287.2	3377.8	3470.2	3564.6	3661.1	3759.7
11	3288.7	3379.3	3471.8	3566.2	3662.7	3761.4
12	3290.2	3380.8	3473.3	3567.8	3664.3	3763.1
13	3291.7	3382.4	3474.9	3569.4	3665.9	3764.7
14	3293.2	3383.9	3476.4	3571.0	3667.6	3766.4
15	3294.7	3385.4	3478.0	3572.6	3669.2	3768.1
16	3296.2	3387.0	3479.6	3574.1	3670.8	3769.7
17	3297.7	3388.5	3481.1	3575.7	3672.5	3771.4
18	3299.2	3390.0	3482.7	3577.3	3674.1	3773.1
19	3300.7	3391.5	3484.2	3578.9	3675.7	3774.7
20	3302.2	3393.1	3485.8	3580.5	3677.3	3776.4
21	3303.7	3394.6	3487.4	3582.1	3679.0	3778.1
22	3305.2	3396.1	3488.9	3583.7	3680.6	3779.7
23	3306.7	3397.7	3490.5	3585.3	3682.2	3781.4
24	3308.2	3399.2	3492.1	3586.9	3683.9	3783.1
25	3309.7	3400.7	3493.6	3588.5	3685.5	3784.8
26	3311.2	3402.3	3495.2	3590.1	3687.2	3786.4
27	3312.7	3403.8	3496.8	3591.7	3688.8	3788.1
28	3314.2	3405.3	3498.3	3593.3	3690.4	3789.8
29	3315.7	3406.8	3499.9	3594.9	3692.1	3791.5
30	3317.2	3408.4	3501.4	3596.5	3693.7	3793.1

Minutos.	48° Partes Meridionales.	49° Partes Meridionales.	50° Partes Meridionales.	51° Partes Meridionales.	52° Partes Meridionales.	53° Partes Meridionales.
31	3318.7	3409.9	3503.0	3598.1	3695.3	3794.8
32	3320.2	3411.5	3504.6	3599.7	3697.0	3796.5
33	3321.7	3413.0	3506.2	3601.3	3698.6	3798.2
34	3323.3	3414.5	3507.7	3602.9	3700.3	3799.8
35	3324.8	3416.0	3509.3	3604.5	3701.9	3801.5
36	3326.3	3417.6	3510.9	3606.1	3703.5	3803.2
37	3327.8	3419.1	3512.4	3607.7	3705.2	3804.9
38	3329.3	3420.7	3514.0	3609.3	3706.8	3806.6
39	3330.8	3422.2	3515.6	3611.0	3708.5	3808.2
40	3332.3	3423.7	3517.1	3612.6	3710.1	3809.9
41	3333.8	3425.3	3518.7	3614.2	3711.7	3811.6
42	3335.3	3426.8	3520.3	3615.8	3713.4	3813.3
43	3336.8	3428.4	3521.9	3617.4	3715.0	3815.0
44	3338.3	3429.9	3523.5	3619.0	3716.7	3816.7
45	3339.9	3431.5	3525.0	3620.6	3718.3	3818.3
46	3341.4	3433.0	3526.6	3622.2	3720.0	3820.0
47	3342.9	3434.6	3528.2	3623.8	3721.6	3821.7
48	3344.4	3436.1	3529.8	3625.4	3723.3	3823.4
49	3345.9	3437.6	3531.3	3627.1	3724.9	3825.1
50	3347.4	3439.2	3532.9	3628.7	3726.6	3826.8
51	3348.9	3440.7	3534.5	3630.3	3728.2	3828.5
52	3350.4	3442.3	3536.1	3631.9	3729.9	3830.2
53	3352.0	3443.8	3537.6	3633.5	3731.5	3831.9
54	3353.5	3445.4	3539.2	3635.1	3733.2	3833.6
55	3355.0	3446.9	3540.8	3636.7	3734.8	3835.3
56	3356.5	3448.5	3542.4	3638.3	3736.5	3837.0
57	3358.0	3450.0	3544.0	3640.0	3738.2	3838.6
58	3359.5	3451.6	3545.6	3641.6	3739.8	3840.3
59	3361.1	3453.1	3547.1	3643.2	3741.5	3842.0
60	3362.6	3454.7	3548.7	3644.8	3743.1	3843.7

Minutos.	54°	55°	56°	57°	58°	59°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	3845.4	3948.5	4054.3	4162.8	4274.3	4388.9
2	3847.1	3950.3	4056.0	4164.6	4276.1	4390.9
3	3848.8	3952.0	4057.8	4166.4	4278.0	4392.8
4	3850.5	3953.8	4059.6	4168.3	4279.9	4394.7
5	3852.2	3955.5	4061.4	4170.1	4281.8	4396.7
6	3853.9	3957.2	4063.2	4172.0	4283.7	4398.6
7	3855.6	3959.0	4065.0	4173.8	4285.6	4400.6
8	3857.3	3960.7	4066.8	4175.6	4287.5	4402.5
9	3859.0	3962.5	4068.6	4177.5	4289.4	4404.5
10	3860.7	3964.2	4070.4	4179.3	4291.2	4406.4
11	3862.4	3966.0	4072.1	4181.1	4293.1	4408.4
12	3864.1	3967.7	4073.9	4183.0	4295.0	4410.3
13	3865.8	3969.5	4075.7	4184.8	4296.9	4412.3
14	3867.6	3971.2	4077.5	4186.7	4298.8	4414.2
15	3869.3	3973.0	4079.3	4188.5	4300.7	4416.2
16	3871.0	3974.7	4081.1	4190.4	4302.6	4418.1
17	3872.7	3976.5	4082.9	4192.2	4304.5	4420.1
18	3874.4	3978.2	4084.7	4194.1	4306.4	4422.0
19	3876.1	3980.0	4086.5	4195.9	4308.3	4424.0
20	3877.8	3981.7	4088.3	4197.7	4310.2	4425.9
21	3879.5	3983.5	4090.1	4199.6	4312.1	4427.9
22	3881.2	3985.2	4091.9	4201.4	4314.0	4429.8
23	3882.9	3987.0	4093.7	4203.3	4315.9	4431.8
24	3884.7	3988.8	4095.5	4205.2	4317.8	4433.8
25	3886.4	3990.5	4097.3	4207.0	4319.7	4435.7
26	3888.1	3992.3	4099.1	4208.9	4321.6	4437.7
27	3889.8	3994.0	4100.9	4210.7	4323.5	4439.6
28	3891.5	3995.8	4102.7	4212.6	4325.5	4441.6
29	3893.2	3997.5	4104.5	4214.4	4327.4	4443.6
30	3894.9	3999.3	4106.3	4216.3	4329.3	4445.5

Minutos.	54° Partes Meridionales.	55° Partes Meridionales.	56° Partes Meridionales.	57° Partes Meridionales.	58° Partes Meridionales.	59° Partes Meridionales.
31	3896.7	4001.1	4108.2	4218.1	4331.2	4447.5
32	3898.4	4002.8	4110.0	4220.0	4333.1	4449.5
33	3900.1	4004.6	4111.8	4221.9	4335.0	4451.5
34	3901.8	4006.4	4113.6	4223.7	4336.9	4453.4
35	3903.5	4008.1	4115.4	4225.6	4338.8	4455.4
36	3905.3	4009.9	4117.2	4227.4	4340.8	4457.4
37	3907.0	4011.7	4119.0	4229.3	4342.7	4459.3
38	3908.7	4013.4	4120.8	4231.2	4344.6	4461.3
39	3910.4	4015.2	4122.7	4233.0	4346.5	4463.3
40	3912.2	4016.9	4124.5	4234.9	4348.4	4465.3
41	3913.9	4018.7	4126.3	4236.8	4350.3	4467.2
42	3915.6	4020.5	4128.1	4238.6	4352.2	4469.2
43	3917.3	4022.3	4129.9	4240.5	4354.1	4471.2
44	3919.1	4024.0	4131.7	4242.4	4356.1	4473.2
45	3920.8	4025.8	4133.6	4244.2	4358.0	4475.2
46	3922.5	4027.6	4135.4	4246.1	4359.9	4477.1
47	3924.3	4029.4	4137.2	4248.0	4361.8	4479.1
48	3926.0	4031.1	4139.0	4249.8	4363.8	4481.1
49	3927.7	4032.9	4140.8	4251.7	4365.7	4483.1
50	3929.4	4034.7	4142.7	4253.6	4367.6	4485.1
51	3931.2	4036.5	4144.5	4255.5	4369.6	4487.1
52	3932.9	4038.2	4146.3	4257.3	4371.5	4489.0
53	3934.6	4040.0	4148.1	4259.2	4373.4	4491.0
54	3936.4	4041.8	4150.0	4261.1	4375.4	4493.0
55	3938.1	4043.6	4151.8	4263.0	4377.3	4495.0
56	3939.8	4045.4	4153.6	4264.9	4379.2	4497.0
57	3941.6	4047.2	4155.5	4266.7	4381.2	4499.0
58	3943.3	4048.9	4157.3	4268.6	4383.1	4501.0
59	3945.1	4050.7	4159.1	4270.5	4385.1	4503.0
60	3946.8	4052.5	4160.9	4272.4	4387.0	4505.0

Minutos.	60°	61°	62°	63°	64°	65°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	4507.0	4628.7	4754.3	4884.1	5018.5	5157.7
2	4509.0	4630.7	4756.4	4886.3	5020.7	5160.1
3	4511.0	4632.8	4758.5	4888.5	5023.0	5162.5
4	4513.0	4634.9	4760.7	4890.7	5025.3	5164.9
5	4515.0	4636.9	4762.8	4892.9	5027.6	5167.2
6	4517.0	4639.0	4764.9	4895.1	5029.9	5169.6
7	4519.0	4641.1	4767.1	4897.3	5032.2	5172.0
8	4521.0	4643.1	4769.2	4899.5	5034.5	5174.3
9	4523.0	4645.2	4771.3	4901.7	5036.7	5176.7
10	4525.0	4647.3	4773.5	4904.0	5039.0	5179.1
11	4527.0	4649.3	4775.6	4906.2	5041.3	5181.5
12	4529.0	4651.4	4777.8	4908.4	5043.6	5183.8
13	4531.0	4653.5	4779.9	4910.6	5045.9	5186.2
14	4533.0	4655.6	4782.1	4912.8	5048.2	5188.6
15	4535.0	4657.6	4784.2	4915.0	5050.5	5191.0
16	4537.0	4659.7	4786.3	4917.3	5052.8	5193.4
17	4539.0	4661.8	4788.5	4919.5	5055.1	5195.8
18	4541.1	4663.8	4790.6	4921.7	5057.4	3198.2
19	4543.1	4665.9	4792.8	4923.9	5059.7	5200.5
20	4545.1	4668.0	4794.9	4926.1	5062.0	5202.9
21	4547.1	4670.1	4797.1	4928.4	5064.3	5205.3
22	4549.1	4672.2	4799.2	4930.6	5066.6	5207.7
23	4551.2	4674.3	4801.4	4932.8	5068.9	5210.1
24	4553.2	4676.4	4803.5	4935.1	5071.3	5212.5
25	4555.2	4678.4	4805.7	4937.3	5073.6	5214.9
26	4557.2	4680.5	4807.9	4939.5	5075.9	5217.3
27	4559.3	4682.6	4810.0	4941.8	5078.2	5219.7
28	4561.3	4684.7	4812.2	4944.0	5080.5	5222.1
29	4563.3	4686.8	4814.3	4946.2	5082.8	5224.5
30	4565.3	4688.9	4816.5	4948.5	5085.1	5226.9

Minutos.	60° Partes Meridionales.	61° Partes Meridionales.	62° Partes Meridionales.	63° Partes Meridionales.	64° Partes Meridionales.	65° Partes Meridionales.
31	4567.4	4691.0	4818.6	4950.7	5087.5	5229.3
32	4569.4	4693.1	4820.8	4952.9	5089.8	5231.8
33	4571.4	4695.2	4823.0	4955.2	5092.1	5234.2
34	4573.5	4697.3	4825.2	4957.4	5094.4	5236.6
35	4575.5	4699.4	4827.3	4959.7	5096.8	5239.0
36	4577.5	4701.5	4829.5	4961.9	5099.1	5241.4
37	4579.5	4703.6	4831.7	4964.2	5101.4	5243.8
38	4581.6	4705.7	4833.8	4966.4	5103.8	5246.3
39	4583.6	4707.8	4836.0	4968.6	5106.1	5248.7
40	4585.6	4709.9	4838.2	4970.9	5108.4	5251.1
41	4587.7	4712.0	4840.3	4973.1	5110.7	5253.5
42	4589.7	4714.1	4842.5	4975.4	5113.1	5256.0
43	4591.8	4716.2	4844.7	4977.7	5115.4	5258.4
44	4593.8	4718.3	4846.9	4979.9	5117.8	5260.8
45	4595.9	4720.4	4849.1	4982.2	5120.1	5263.2
46	4597.9	4722.5	4851.2	4984.4	5122.5	5265.7
47	4599.9	4724.6	4853.4	4986.7	5124.8	5268.1
48	4602.0	4726.7	4855.6	4988.9	5127.1	5270.5
49	4604.0	4728.8	4857.8	4991.2	5129.5	5273.0
50	4606.1	4730.9	4860.0	4993.5	5131.8	5275.4
51	4608.1	4733.1	4862.2	4995.7	5134.2	5277.9
52	4610.2	4735.2	4864.4	4998.0	5136.5	5280.3
53	4612.2	4737.3	4866.5	5000.3	5138.9	5282.7
54	4614.3	4739.4	4868.7	5002.6	5141.2	5285.2
55	4616.4	4741.5	4870.9	5004.8	5143.6	5287.6
56	4618.4	4743.7	4673.1	5007.1	5145.9	5290.1
57	4620.5	4745.8	4875.3	5009.4	5148.3	5292.5
58	4622.5	4747.9	4877.5	5011.6	5150.7	5295.0
59	4624.6	4750.0	4879.7	5013.9	5153.0	5297.4
60	4626.6	4752.2	4881.9	5016.2	5155.4	5299.9

Minutos.	66°	67°	68°	69°	70°	71°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	5302.3	5452.8	5609.5	5773.2	5944.5	6124.3
2	5304.8	5455.3	5612.2	5776.0	5947.5	6127.4
3	5307.3	5457.9	5614.9	5778.8	5950.4	6130.5
4	5309.7	5460.5	5617.5	5781.6	5953.3	6133.6
5	5312.2	5463.0	5620.2	5784.4	5956.3	6136.7
6	5314.7	5465.6	5622.9	5787.2	5959.2	6139.7
7	5317.1	5468.2	5625.6	5790.0	5962.1	6142.8
8	5319.6	5470.7	5628.2	5792.8	5965.1	6145.9
9	5322.1	5473.3	5630.9	5795.6	5968.0	6148.0
10	5324.5	5475.9	5633.6	5798.4	5970.9	6152.1
11	5327.0	5478.4	5636.3	5801.2	5973.9	6155.2
12	5329.5	5481.0	5639.0	5804.0	5976.8	6158.3
13	5332.0	5483.6	5641.7	5806.8	5979.8	6161.4
14	5334.4	5486.2	5644.4	5809.7	5982.8	6164.5
15	5336.9	5488.8	5647.1	5812.5	5985.7	6167.6
16	5339.4	5491.3	5649.8	5815.3	5988.7	6170.7
17	5341.9	5493.9	5652.5	5818.1	5991.6	6173.8
18	5344.4	5496.5	5655.2	5820.9	5994.6	6176.9
19	5346.8	5499.1	5657.9	5823.8	5997.6	6180.0
20	5349.3	5501.7	5660.6	5826.6	6000.5	6183.2
21	5351.8	5504.3	5663.3	5829.4	6003.5	6186.3
22	5354.3	5506.9	5666.0	5832.3	6006.5	6189.4
23	5356.8	5509.5	5668.7	5835.1	6009.4	6192.6
24	5359.3	5512.1	5671.4	5838.0	6012.4	6195.7
25	5361.8	5514.7	5674.1	5840.8	6015.4	6198.8
26	5364.3	5517.3	5676.9	5843.6	6018.4	6202.0
27	5366.8	5519.9	5679.6	5846.5	6021.4	6205.1
28	5369.3	5522.5	5682.3	5849.3	6024.4	6208.2
29	5371.8	5525.1	5685.0	5852.2	6027.3	6211.4
30	5374.3	5527.7	5687.7	5855.0	6030.3	6214.5

Minutos.	66° Partes Meridionales.	67° Partes Meridionales.	68° Partes Meridionales.	69° Partes Meridionales.	70° Partes Meridionales.	71° Partes Meridionales.
31	5376.8	5530.3	5690.4	5857.9	6033.3	6217.7
32	5379.3	5532.9	5693.2	5860.7	6036.3	6220.8
33	5381.8	5535.5	5695.9	5863.6	6039.3	6224.0
34	5384.3	5538.2	5698.7	5866.5	6042.3	6227.2
35	5386.8	5540.8	5701.4	5869.3	6045.3	6230.3
36	5389.4	5543.4	5704.1	5872.2	6048.3	6233.5
37	5391.9	5546.0	5706.9	5875.1	6051.4	6236.6
38	5394.4	5548.6	5709.6	5877.9	6054.4	6239.8
39	5396.9	5551.3	5712.3	5880.8	6057.4	6243.0
40	5399.4	5553.9	5715.1	5883.7	6060.4	6246.1
41	5401.9	5556.5	5717.8	5886.5	6063.4	6249.3
42	5404.5	5559.2	5720.6	5889.4	6066.4	6252.5
43	5407.0	5561.8	5723.3	5892.3	6069.5	6255.7
44	5409.5	5564.4	5726.1	5895.2	6072.5	6258.9
45	5412.1	5567.1	5728.8	5898.1	6075.5	6262.1
46	5414.6	5569.7	5731.6	5901.0	6078.6	6265.3
47	5417.1	5572.4	5734.3	5903.9	6081.6	6268.5
48	5419.7	5575.0	5737.1	5906.7	6084.6	6271.7
49	5422.2	5577.6	5739.8	5909.6	6087.7	6274.9
50	5424.7	5580.3	5742.6	5912.5	6090.7	6278.1
51	5427.3	5582.9	5745.4	5915.4	6093.7	6281.3
52	5429.8	5585.6	5748.2	5918.3	6096.8	6284.5
53	5432.4	5588.2	5751.0	5921.2	6099.8	6287.7
54	5434.9	5590.9	5753.7	5924.1	6102.9	6290.9
55	5437.5	5593.5	5756.5	5927.1	6106.0	6294.1
56	5440.0	5596.2	5759.3	5930.0	6109.0	6297.4
57	5442.5	5598.8	5762.1	5932.9	6112.1	6300.6
58	5445.1	5601.5	5764.9	5935.8	6115.1	6303.8
59	5447.7	5604.1	5767.6	5938.7	6118.2	6307.0
60	5450.2	5606.8	5770.4	5941.6	6121.2	6310.2

Minutos.	72°	73°	74°	75°	76°	77°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	6313.5	6513.1	6724.5	6949.2	7189.1	7446.4
2	6316.7	6516.5	6728.2	6953.1	7193.3	7450.9
3	6320.0	6520.0	6731.8	6957.0	7197.4	7455.4
4	6323.2	6523.4	6735.4	6960.9	7201.6	7459.9
5	6326.4	6526.9	6739.1	6964.8	7205.7	7464.3
6	6329.7	6530.3	6742.7	6968.6	7209.9	7468.8
7	6332.9	6533.7	6746.4	6972.5	7214.1	7473.3
8	6336.2	6537.2	6750.0	6976.4	7218.2	7477.8
9	6339.4	6540.6	6753.7	6980.3	7222.4	7482.2
10	6342.7	6544.0	6757.3	6984.2	7226.5	7486.7
11	6346.0	6547.5	6761.0	6988.1	7230.7	7491.2
12	6349.3	6551.0	6764.7	6992.0	7234.9	7495.7
13	6352.6	6554.4	6768.4	6995.9	7239.1	7500.3
14	6355.8	6557.9	6772.0	6999.9	7243.2	7504.8
15	6359.1	6561.4	6775.7	7003.8	7247.4	7509.3
16	6362.4	6564.8	6779.4	7007.7	7251.7	7513.8
17	6365.7	6568.3	6783.1	7011.6	7255.9	7518.4
18	6368.9	6571.8	6786.8	7015.6	7260.1	7522.9
19	6372.2	6575.2	6790.5	7019.5	7264.4	7527.5
20	6375.5	6578.7	6794.2	7023.4	7268.6	7532.0
21	6378.8	6582.2	6797.9	7027.4	7272.8	7536.6
22	6382.1	6585.7	6801.6	7031.4	7277.1	7541.2
23	6385.4	6589.2	6805.3	7035.3	7281.3	7545.7
24	6388.7	6592.7	6809.0	7039.3	7285.6	7550.3
25	6392.0	6596.2	6812.7	7043.3	7289.8	7554.9
26	6395.3	6599.7	6816.5	7047.3	7294.1	7559.5
27	6398.7	6603.2	6820.2	7051.2	7298.3	7564.1
28	6402.0	6606.7	6823.9	7055.2	7302.6	7568.7
29	6405.3	6610.2	6827.6	7059.2	7306.9	7573.3
30	6408.6	6613.7	6831.4	7063.1	7311.2	7577.9

Minutos.	72° Partes Meridionales.	73° Partes Meridionales.	74° Partes Meridionales.	75° Partes Meridionales.	76° Partes Meridionales.	77° Partes Meridionales.
31	6411.9	6617.2	6835.1	7067.1	7315.4	7582.5
32	6415.2	6620.8	6838.9	7071.1	7319.7	7587.2
33	6418.6	6624.3	6842.6	7075.2	7324.0	7591.8
34	6421.9	6627.9	6846.4	7079.2	7328.3	7596.4
35	6425.3	6631.4	6850.1	7083.2	7332.6	7601.1
36	6428.6	6634.9	6853.9	7087.2	7336 9	7605.7
37	6431.9	6638.5	6857.7	7091.2	7341.3	7610.4
38	6435.3	6642.0	6861.4	7095.3	7345.6	7615.1
39	6438.6	6645.5	6865.2	7099.3	7349.9	7619.7
40	6442.0	6649.1	6868.9	7103.3	7354.2	7624.4
41	6445.3	6652.6	6872.7	7107.3	7358.6	7629.1
42	6448.7	6656.2	6876.5	7111.4	7362.9	7633.8
43	6452.0	6659.8	6880.3	7115.4	7367.3	7638.5
44	6455.4	6663.4	6884.1	7119.5	7371.7	7643.2
45	6458.8	6666.9	6887.9	7123.5	7376.0	7647.9
46	6462.2	6670.5	6891.7	7127.6	7380.4	7652.6
47	6465.6	6674.1	6895.5	7131.7	7384.8	7657.3
48	6468.9	6677.7	6899.3	7135.8	7389.1	7662.0
49	6472.3	6681.2	6903.1	7139.8	7393.5	7666.8
50	6475.7	6684.8	6906.9	7143.9	7397.8	7671.5
51	6479.1	6688.4	6910.8	7148.0	7402.2	7676.3
52	6482.5	6692.0	6914.6	7152.1	7406.6	7681.0
53	6485.9	6695.6	6918.4	7156.2	7411.1	7685.8
54	6489.3	6699.2	6922.3	7160.3	7415.5	7690.6
55	6492.7	6702.8	6926.1	7164.4	7419.9	7695.3
56	6496.1	6706.5	6930.0	7168.5	7424.3	7700.1
57	6499.5	6710.1	6933.8	7172.6	7428.7	7704.9
58	6502.9	6713.7	6937.7	7176.8	7433.2	7709.7
59	6506.3	6717.3	6941.5	7180.9	7437.6	7714.5
60	6509.7	6720.9	6945.4	7185.0	7442.0	7719.3

Minutos.	78° Partes Meridionales.	79° Partes Meridionales.	80° Partes Meridionales.	81° Partes Meridionales.	82° Partes Meridionales.	83° Partes Meridionales.
1	7724.1	8025.5	8355.5	8719.9	9127.0	9588.3
2	7728.9	8030.8	8361.3	8726.3	9134.2	9596.6
3	7733.7	8036.1	8367.1	8732.7	9141.5	9604.8
4	7738.6	8041.3	8372.8	8739.2	9148.7	9613.1
5	7743.4	8046.6	8378.6	8745.6	9156.0	9621.4
6	7748.2	8052.9	8384.5	8752.1	9163.2	9629.7
7	7753.1	8057.2	8390.3	8758.5	9170.5	9638.0
8	7757.9	8062.5	8396.1	8765.0	9177.8	9646.4
9	7762.8	8067.8	8402.0	8771.5	9185.1	9654.8
10	7767.7	8073.1	8407.8	8778.0	9192.4	9663.2
11	7772.6	8078.4	8413.6	8784.5	9199.8	9671.6
12	7777.4	8083.8	8419.5	8791.1	9207.1	9680.0
13	7782.3	8089.2	8425.4	8797.6	9214.5	9688.5
14	7787.2	8094.5	8431.3	8804.2	9221.9	9696.9
15	7792.1	8099.8	8437.2	8810.7	9229.3	9705.4
16	7797.1	8105.2	8443.1	8817.3	9236.7	9714.0
17	7802.0	8110.6	8449.0	8823.9	9244.2	9722.5
18	7806.9	8115.9	8455.0	8830.5	9251.6	9731.1
19	7811.8	8121.3	8460.9	8837.1	9259.1	9739.6
20	7816.8	8126.7	8466.8	8843.7	9266.6	9748.2
21	7821.7	8132.1	8472.8	8850.4	9274.1	9756.9
22	7826.7	8137.5	8478.7	8857.0	9281.6	9765.5
23	7831.6	8142.9	8484.7	8863.7	9289.1	9774.2
24	7836.6	8148.4	8490.7	8870.4	9296.7	9782.9
25	7841.6	8153.8	8496.7	8877.1	9304.3	9791.6
26	7846.6	8159.3	8502.7	8883.8	9311.9	9800.3
27	7851.5	8164.7	8508.7	8890.5	9319.5	9809.1
28	7856.5	8170.2	8514.8	8897.2	9327.1	9817.8
29	7861.6	8175.7	8520.8	8904.0	9334.7	9826.6
30	7866.6	8181.1	8526.9	8910.7	9342.4	9835.5

Minutos.	78° Partes Meridionales.	79° Partes Meridionales.	80° Partes Meridionales.	81° Partes Meridionales.	82° Partes Meridionales.	83° Partes Meridionales.
31	7871.6	8186.6	8532.9	8917.5	9350.0	9844.3
32	7876.6	8192.1	8539.0	8924.3	9357.7	9853.2
33	7881.6	8197.6	8545.1	8931.1	9365.4	9862.1
34	7886.7	8203.2	8551.2	8937.9	9373.1	9871.0
35	7891.7	8208.7	8557.3	8944.7	9380.9	9879.9
36	7896.8	8214.2	8563.4	8951.5	9388.6	9888.9
37	7901.8	8219.7	8569.5	8958.4	9396.4	9897.9
38	7906.9	8225.3	8575.7	8965.3	9404.2	9906.9
39	7912.0	8230.9	8581.8	8972.1	9412.0	9915.9
40	7917.1	8236.4	8588.0	8979.0	9419.8	9924.0
41	7922.2	8242.0	8594.1	8986.0	9427.7	9934.0
42	7927.3	8247.6	8600.3	8992.9	9435.5	9943.1
43	7932.4	8253.2	8606.5	8999.8	9443.4	9952.2
44	7937.5	8258.8	8612.7	9006.8	9451.3	9961.4
45	7942.6	8264.4	8618.9	9013.7	9458.2	9970.6
46	7947.7	8270.0	8625.2	9020.7	9467.2	9979.8
47	7952.9	8275.7	8631.4	9027.7	9475.1	9989.0
48	7958.0	8281.3	8637.7	9034.7	9483.1	9998.2
49	7963.2	8287.0	8643.9	9041.7	9491.1	10007.5
50	7968.3	8292.6	8650.2	9044.7	9499.1	10016.8
51	7973.5	8298.3	8656.5	9055.8	9507.1	10026.1
52	7978.7	8304.0	8662.8	9062.8	9515.1	10035.5
53	7983.8	8309.6	8669.1	9069.9	9523.2	10044.8
54	7989.0	8315.3	8675.4	9077.0	9531.3	10054.2
55	7994.2	8321.1	8681.7	9084.1	9539.4	10063.6
56	7999.4	8326.8	8688.1	9091.2	9547.5	10073.1
57	8004.6	8332.5	8694.4	9098.4	9555.6	10082.6
58	8009.8	8338.2	8700.8	9105.5	9563.8	10092.1
59	8015.0	8344.0	8707.1	9112.7	9562.0	10101.6
60	8020.3	8349.7	8713.5	9119.8	9580.1	10111.2

Minutos.	84°	85°	86°	87°	88	89°
	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.	Partes Meridionales.
1	10120.7	10750.3	11521.1	12515.4	13919.3	16331.5
2	10130.3	10761.9	11535.5	12534.7	13948.4	16390.2
3	10140.0	10773.4	11550.0	12554.1	13977.6	16450.0
4	10149.6	10785.0	11564.5	12573.6	14007.1	16510.9
5	10159.3	10796.7	11579.1	12593.2	14036.9	16573.8
6	10169.0	10808.4	11593.8	12612.9	14066.9	16635.9
7	10178.8	10820.1	11608.5	12632.7	14097.2	16700.2
8	10188.5	10831.9	11623.3	12652.6	14127.8	16765.7
9	10198.3	10843.7	11638.2	12672.7	14158.6	16832.4
10	10208.2	10855.5	11653.1	12692.8	14189.8	16900.5
11	10218.0	10867.4	11668.1	12713.1	14221.1	16969.9
12	10227.9	10879.3	11683.2	12733.5	14252.8	17040.8
13	10237.8	20891.3	11698.3	12754.1	14284.8	17113.2
14	10247.7	10903.3	11713.5	12774.7	14317.1	17187.1
15	10257.7	10915.4	11728.7	12795.5	14349.7	17262.7
16	10267.7	10927.5	11744.1	12816.4	14382.6	17340.0
17	10277.7	10939.6	11759.5	12837.5	14415.8	17419.0
18	10287.8	10951.8	11774.9	12858.6	14449.4	17499.9
19	10297.9	10964.0	11790.4	12879.9	14483.2	17582.7
20	10308.0	10976.3	11806.0	12901.3	14511.5	17667.6
21	10318.1	10988.6	11821.7	12922.9	14552.0	17754.7
22	10328.3	11001.0	11837.5	12944.6	14586.9	17844.0
23	10338.5	11013.4	11853.3	12966.4	14622.2	17935.6
24	10348.7	11025.8	11869.2	12988.4	14657.8	18029.8
25	10359.0	11038.3	11885.1	13010.5	14693.8	18126.7
26	10369.3	11050.8	11901.2	13032.8	14730.2	18226.3
27	10379.6	11063.4	11917.3	13055.2	14767.0	18329.0
28	10390.0	11076.0	11933.5	13077.7	14804.1	18434.7
29	10400.3	11088.7	11949.7	13100.4	14841.7	18543.9
30	10410.8	11101.4	11967.1	13123.3	14879.7	18656.6

Minutos.	84° Partes Meridionales.	85° Partes Meridionales.	86° Partes Meridionales.	87° Partes Meridionales.	88° Partes Meridionales.	89° Partes Meridionales.
31	10421.2	11114.2	11982.5	13146.3	14918.1	18773.2
32	10431.7	11127.0	11999.0	13169.4	14957.0	18893.8
33	10442.2	11139.9	12015.6	13192.7	14996.3	19018.8
34	10452.7	11152.8	12032.2	13216.2	15036.0	19148.6
35	10463.3	11165.8	12049.0	13239.9	15076.2	19283.4
36	10473.9	11178.8	12065.8	13263.7	15116.9	19423.7
37	10484.6	11191.8	12082.7	13287.6	15158.1	19569.9
38	10495.3	11204.9	12099.7	13311.7	15199.8	19722.9
39	10505.0	11218.1	12116.7	13336.0	15241.9	19882.8
40	10516.7	11231.3	12133.9	13360.5	15284.6	20050.5
41	10527.5	11244.6	12151.1	13385.2	15327.9	20226.8
42	10538.3	11257.9	12168.5	13410.0	15371.7	20412.7
43	10549.1	11271.2	12185.9	13435.0	15416.1	20609.2
44	10560.0	11284.7	12203.4	13460.2	15461.0	20817.6
45	10570.9	11298.1	12221.0	13485.6	15506.5	21039.5
46	10581.9	11311.6	12238.7	13511.1	15552.7	21276.7
47	10592.8	11325.2	12256.4	13536.9	15599.5	21531.4
48	10603.9	11338.8	12274.3	13562.9	15646.9	21806.6
49	10614.8	11352.5	12292.3	13589.0	15695.0	22105.7
50	10626.0	11366.3	12310.3	13615.4	15743.7	22433.4
51	10637.1	11380.1	12328.5	13641.9	15793.2	22795.6
52	10648.3	11393.9	12346.7	13668.7	15843.4	23200.5
53	10659.5	11407.8	12365.1	13695.6	15894.3	23659.5
54	10670.7	11421.8	12383.5	13722.8	15946.0	24189.5
55	10682.0	11435.8	12402.1	13750.2	15998.5	24816.3
56	10693.3	11449.8	12420.7	13777.8	16051.8	25583.4
57	10704.6	11464.0	12439.4	13805.7	16106.0	26572.3
58	10716.0	11478.2	12458.3	13833.7	16161.0	27966.2
59	10727.4	11492.4	12477.2	13862.0	16216.9	30349.1
60	10738.8	11506.7	12496.3	13890.6	16273.7	∞

CAPITULO II.

De la Correccion, que de la desigualdad de los grados en Latitud, se origina en las diferencias en Latitud, y Distancias.

TEniendo con la Tabla antecedente lo ſuficiente para hallar la Longitud en el Mar ſobre la Elipſoide, paſſarémos à dàr el methodo de corregir, lo que la deſigualdad de los grados en Latitud produce de alteracion en las diferencias de Latitud, y diſtancias. Para ello es neceſſario notar, que en la proyeccion de la Eſphera de *M. Eduardo Wright*, de la qual deducimos las Tablas de partes Meridionales, todos los grados de Longitud ſe ſuponen iguales: eſto es, iguales al del Equador; con que para la exactitud en la practica, es meneſter, que el Piloto ſeñale ſu Corredera debaxo de eſte principio, dandole la longitud correſpondiente à la magnitud de eſte grado; pero como los de Latitud ſean en unos parages mayores, y en otros menores que èl, debemos paràr la atencion à eſta desigualdad; porque ſupueſto que el Piloto navegue en las immediaciones del Equador Norte Sur, en donde los grados de Latitud ſon menores, que los de Longitud, haviendole dado à la Corredera el largo correſpondiente al grado del miſmo Equador, ſu diferencia en Latitud de la eſtima ſerà menor, que la efectiva, en una cantidad proporcional al exceſſo de los grados de Longitud ſobre los de Latitud; y lo miſmo la Diſtancia. El methodo de corregir eſte yerro, ſe vè practicado por *M. Murdoch* en ſus *Tablas Loxodromicas*; y ſe reduce à formar una Tabla del

del valor de todos los grados de Latitud, por la qual ſe conſiguen, con la ſimple regla de tres, las correciones deſeadas, en la forma que ſe verà mas adelante.

En el Libro VII. Corolario VII. demonſtramos, que los exceſſos de los grados de Latitud, ſobre el contiguo à el Equador, ſon como los quadrados de los Senos de ſus Latitudes; y [a] que en la Latitud de 54° 44′ 08″, el grado del Meridiano es igual al del Equador; eſto pues, nos facilita el modo, de hallar los exceſſos de todos los grados de Latitud, ſobre el contiguo al Equador, y de formar la Tabla que neceſsitamos; porque el quadrado del Seno de la Latitud 54° 44′ 08″, ſerà al quadrado del Seno de Latitud, cuyo exceſſo de grado ſe buſca, como el exceſſo del grado del Equador ſobre el de Meridiano contiguo à eſte Circulo, à el exceſſo del grado que ſe buſca. No neceſsitamos pues ſegun eſto mas, que hallar el exceſſo del grado del Equador ſobre el immediato à eſte Circulo de Meridiano; y haviendo dicho, que eſtos dos grados ſon como $1+2\delta$, à 1 [b]; ò como 267 à 265, ſe ſigue, que ſuponiendo el grado del Equador de 60 minutos, el exceſſo de èſte ſobre el que le es contiguo de Meridiano, ſerà de 0.449. Con eſto, para hallar, por exemplo, el exceſſo del grado de Latitud, en la de 40°, ſobre el de Meridiano contiguo al Equador, dirémos.

El quadrado del Seno de 54° 44′ 08″
es al quadrado del Seno de 40°
como 0.449
à 0.281

Cc 2 Si

a Corolario 14. Lib. 7
b Corolario 11. Lib. 7

Si eſte exceſſo ſe añade à el grado de Meridiano contiguo al Equador, ſe tendrà el grado de la Latitud 40°; y con igual proceder continuando ſe conſtruirà la Tabla ſiguiente, que nos ſervirà en el Capitulo tercero, para corregir las diferencias en Latitud de la eſtima, y las diſtancias navegadas. O bien, ſi eſte methodo pareciere algo dilatado, ſe podrà conſtruir la miſma Tabla, reduciendo la que dimos en el Libro antecedente pagina 346 en toeſas, à minutos del Equador, que ſe hace partiendo las toeſas, que alli ſe dieron de valor à cada grado, y arco por $\frac{81}{112}$ toeſas, que vale el minuto del Equador.



TA-

Tabla del valor de Grados, y Arcos del Meridiano terreſtre en minutos, y centabos de minuto del Equador.

Latitud.	Valor de los grados del Meridiano	Valor de los arcos del Meridiano	Latitud.	Valor de los grados del Meridiano	Valor de los arcos del Meridiano	Latitud.	Valor de los grados del Meridiano	Valor de los arcos del Meridiano
	Minutos.	Minutos.		Minutos.	Minutos.		Minutos.	Minutos.
0°		0000.00	30°		1788.26	60°		3584.88
1	59.55	59.55	31	59.72	1847.98	61	60.06	3644.94
2	59.55	119.10	32	59.74	1907.72	62	60.07	3705.01
3	59.55	178.65	33	59.74	1967.46	63	60.08	3765.09
4	59.56	238.21	34	59.76	2027.22	64	60.09	3825.18
5	59.55	297.76	35	59.77	2086.99	35	60.10	3885.28
6	59.55	357.31	36	59.77	2146.76	66	60.11	3945.39
7	59.56	416.87	37	59.79	2206.55	67	60.11	4005.50
8	59.57	476.44	38	59.80	2266.35	68	60.13	4065.63
9	59.56	536.00	39	59.81	2326.16	69	60.13	4125.76
10	59.57	595.57	40	59.82	2385.98	70	60.14	4185.90
11	59.57	655.14	41	59.84	2445.82	71	60.15	4246.05
12	59.58	714.72	42	59.85	2505.67	72	60.16	4306.21
13	59.58	774.30	43	59.86	2565.53	73	60.16	4366.37
14	59.59	833.89	44	59.87	2625.40	74	60.17	4426.54
15	59.59	893.48	45	59.88	2685.28	75	60.18	4486.72
16	59.60	953.08	46	59.89	2745.17	76	60.18	4546.90
17	59.61	1012.69	47	59.90	2805.07	77	60.19	4607.09
18	59.61	1072.30	48	59.92	1864.99	78	60.19	4667.28
19	59.61	1131.91	49	59.93	2924.92	79	60.20	4727.48
20	59.63	1191.54	50	59.94	2984.86	80	60.20	4787.68
21	59.63	1251.17	51	59.95	3044.81	81	60.21	4847.89
22	59.64	1310.81	52	59.96	3104.77	82	60.21	4908.10
23	59.65	1370.46	53	59.97	3164.74	83	60.21	4968.31
24	59.66	1430.12	54	59.99	3224.73	84	60.22	5028.53
25	59.67	1489.79	55	60.00	3284.73	85	60.22	5088.75
26	59.67	1549.46	56	60.01	3344.74	86	60.22	5148.97
27	59.69	1609.15	57	60.02	3404.76	87	60.22	5209.19
28	59.69	1668.84	58	60.03	3464.79	88	60.22	5269.41
29	59.70	1728.54	59	60.04	3524.83	89	60.22	5329.63
30	59.72	1788.26	60	60.05	3584.88	90	60.22	5389.85

CAPITULO III.

Practica de la Navegacion sobre la Elipsoide.

SI los Capitulos antecedentes fueſſen algo dificiles de comprehender por los meros Pilotos, el ſiguiente ſe les harà mas inteligible, pues ſe reduce à las operaciones, que deben practicar en la Navegacion; pero ante todas coſas ſe debe eſtàr en la inteligencia, de que la Corredera ſe ha de marcar ſegun la magnitud del grado del Equador, que yà diximos ſer de $57228\frac{1}{2}$ toeſas del piè de Rey de *Parìs*; y porque entre nudo, y nudo debe tener eſte Inſtrumento $\frac{1}{120}$ de milla, reſpecto de que la Ampolleta de ordinario ſe fabrica de $\frac{1}{120}$ de hora; ſerà eſta cantidad de $\frac{57228\frac{1}{2}}{60.(120)}$: eſto es, de 47 pies, 8 pulgadas, que equivalen à 50 pies, 10 pulgadas de Londres. Con eſte fundamento podemos reſolver los Problemas de Navegacion por las dos Tablas antecedentes.

PRO-

PROBLEMA I.

Dada la diſtancia navegada debaxo del Meridiano, hallar la diferencia en Latitud.

SUpongaſe, que un Navio ſaliò de la Latitud Norte 1 grado, y navegò al Septentrion 240 millas de diſtancia, la qual fuera aſsimiſmo, en la ſupoſicion de la Tierra Eſphérica, la diferencia en Latitud 4 grados, que llamarémos en adelante *diferencia en Latitud Eſphèrica*; agregaſe èſta à la Latitud ſalida, y ſe tendrà la arribada 5 grados, baxo de la miſma ſupoſicion. Para hallar la verdadera, tomeſe en la Tabla del valor de los grados, y arcos de Meridiano la diferencia entre el arco de 5°, que es de 297.′76, y el de 1°, que es de 59.′55, y ſe hallarà de 238.21; reſteſe eſta cantidad de la *diferencia en Latitud Eſphérica* 240′, y el reſiduo 1.′79 agregado à la miſma *diferencia en Latitud Eſphèrica*, darà 241.′79, ò 242 minutos por la diferencia en Latitud verdadera, que hacen 4° 02′; los quales agregados à la Latitud ſalida 1°, daràn 5° 02′ por la Latitud arribada.

NOTA. El reſiduo, que en eſte exemplo es 1.′79, ſe ha de añadir à la *diferencia en Latitud Eſphèrica*, ſiempre que la navegacion ſe hiciere entre el Equador, y la Latitud de 54° 44′; pero ſi ſe hiciere en mayores Latitudes, ſe ha de ſubſtraer, para obtener la diferencia en Latitud verdadera.

PRO-

PROBLEMA II.

Dada la diſtancia navegada debaxo de un Rumbo Obliquo, hallar la Latitud, y Longitud.

SUpongaſe, que un Navio ſaliendo de la Latitud Norte 1 grado, navegò al N.N.E. 240 millas; y aſsimiſmo, que en el Triangulo CAB [a], C repreſente el punto de la ſalida, ACB el angulo del Rumbo, C*b* la diſtancia navegada, C*a* la *diferencia en Latitud Eſphérica*, CA la diferencia en Latitud en partes Meridionales, y AB la Longitud. Segun eſto, para hallar la *diferencia en Latitud Eſphérica*, dirémos

[a] Fig. 8. Lam. 8.

El Radio		10.0000000
es al Seno 2 de ACB	$67^\circ\ 30'$	9.9656153
como la diſtancia C*b*	240	2.3802112
à la *diferencia en Latitud Eſphérica* C*a*	221.73	2.3458265

Para hallar la verdadera, ſe notarà, que eſta navegacion ſe hizo entre el 1 y 5 grados de Latitud; entre los quales hay 240′ de *diferencia en Latitud Eſphérica*, à quienes correſponden, ſegun el Problema antecedente, y la Tabla del valor de los grados, y arcos de Meridiano, 238′.21 de diferencia en Latitud verdadera; hagaſe pues eſta analogìa 240 : 238.21 = 221.73 : 220.08; reſteſe eſte quarto termino del tercero, y ſe tendrà por reſiduo 1.′65; que agregado al tercer termino, ſe tendràn ... 223.′38, ò 223′ juſtos, por la diferencia en Latitud verdadera, que hacen $3^\circ\ 43'$; los quales añadidos à la Latitud ſalida 1°, ſe tendrà la arribada $4^\circ\ 43.'$

Pa-

Para hallar la diferencia en Longitud, se subſtraeràn las partes Meridionales de 1°, 59.6, de las miſmas de 4° 43′, 281.2, y el reſiduo 221.6, ſerà la diferencia en Latitud en partes Meridionales CA; y ſe dirà

El Radio		10.0000000
es à la Tangente de ACB	22° 30′	9.6172243
como la diferencia en Latitud en partes Meridionales	CA=221.6	2.3455698
à la diferencia en Longitud AB	91.8	1.9627941

No ſe haga aqui eſtraño à los Pilotos, que la diferencia en Latitud en partes Meridionales ſea menor, que la diferencia en Latitud verdadera, pues aſsi debe ſuceder; porque el primer valor de minutos es mayor, que el ſegundo.

PROBLEMA III.

Dada la diferencia en Latitud verdadera, y el Rumbo, hallar la diſtancia, y Longitud.

SUpongaſe, que un Navio ſaliendo de la Latitud Norte 1 grado, navegò al N. N. E, haſta que obſervò 5 grados de Latitud tambien Norte; y que en el Triangulo CAB, ACB repreſente el angulo del Rumbo, *a*C la diferencia en Latitud verdadera, C*b* la diſtancia, que llamarè *Eliptica*, CA la diferencia en Latitud como antes en partes Meridionales, y AB la Longitud. Para hallar la *diſtancia Eliptica*, dirémos

El Seno 2 de ACB	67° 30′	9.9656153
es al Radio		10.0000000

como la diferencia en Lat.verdad. *a*C 240. 2.3802112
à la *diſtancia Eliptica* C*b* 259.8 2.4145959

Para hallar la verdadera, ſe ſubſtraerà como en el Problema I, el arco de 5 grados de la Tabla de los grados, y arcos de Meridiano, del arco de 1°, y ſe tendrà por reſiduo 238′ 21; con lo qual, ſe dirà, 240 : 238′. 21=259.8 : 254.5; y eſte quarto termino ſerà la diſtancia verdadera.

Nota; quando ſe navega entre el Equador, y la Latitud de 54° 44′, la diſtancia verdadera debe ſer menor que la *Eliptica*; y al contrario, quanto ſe navegare en mayores Latitudes. La Longitud ſe hallarà como en el Problema antecedente.

PROBLEMA IV.

Dada la diferencia en Latitud verdadera, y la diſtancia aſsimiſmo verdadera, hallar el Rumbo, y la Longitud.

SUpongaſe, que un Navio ſaliendo de la Latitud Norte 1 grado, navegò en el primer Quadrante 260 millas, haſta que obſervò 5° de Latitud Norte; y que en el Triangulo CAB, C*b* repreſenta la diſtancia verdadera, C*a* la *diferencia en Latitud Eſphèrica*, y las demàs lineas, y angulos como en los Problemas antecedentes. Para hallar el Rumbo, es preciſo buſcar primero la *diferencia en Latitud Eſphèrica* C*a*; que ſegun las operaciones antecedentes es de 238′.21, y dirémos
La diſtancia verdadera C*b* 260 2.4149733

es

es à la *diferencia en Lat.Eſph.* Ca 238.21 2.3769598
como el Radio 10.0000000
al Seno 2 de $66^\circ\ 22\frac{1}{2}'$ 9.9619865

Para hallar la Longitud, ſe ſubſtraeràn las partes Meridionales de 5°, de las de 1°, y quedaràn 238.5 por la diferencia en Latitud en partes Meridionales, y ſe dirà

El Radio 10.0000000
es à la Tangente de $23^\circ\ 37\frac{1}{2}'$ 9.6408877
como la difer. en Lat. en part. Merid. 238.5 2.3774884
à la Longitud AB 104.3 2.0183761

PROBLEMA V.

Dadas la Latitud, y Longitud, hallar el Rumbo, y Diſtancia.

SUpongaſe, que de un Puerto, que eſtà en la Latitud Norte 1 grado, ſe quiere navegar à otro, que eſtà en la de 20, aſsimiſmo Norte; y que entre ellos haya 10 grados de diferencia en Longitud. La diferencia en Latitud en partes Meridionales ſerà de 1156.'7; y para hallar el Rumbo, dirémos

La dif.en Lat.en part.Merid. CA 1156.'7 3.0632207
es à la diferencia en Longit. AB 600 2.7781513
como el Radio 10.0000000
à la Tangente del Rumbo ACB $27^\circ\ 25'$ 9.7149306

Para hallar la diſtancia, ſe reducirà primero por la Tabla de los grados, y arcos de Meridiano la diferencia en Latitud verdadera, à *Eſphèrica*, y ſe hallarà èſta de 1132; y ſe dirà

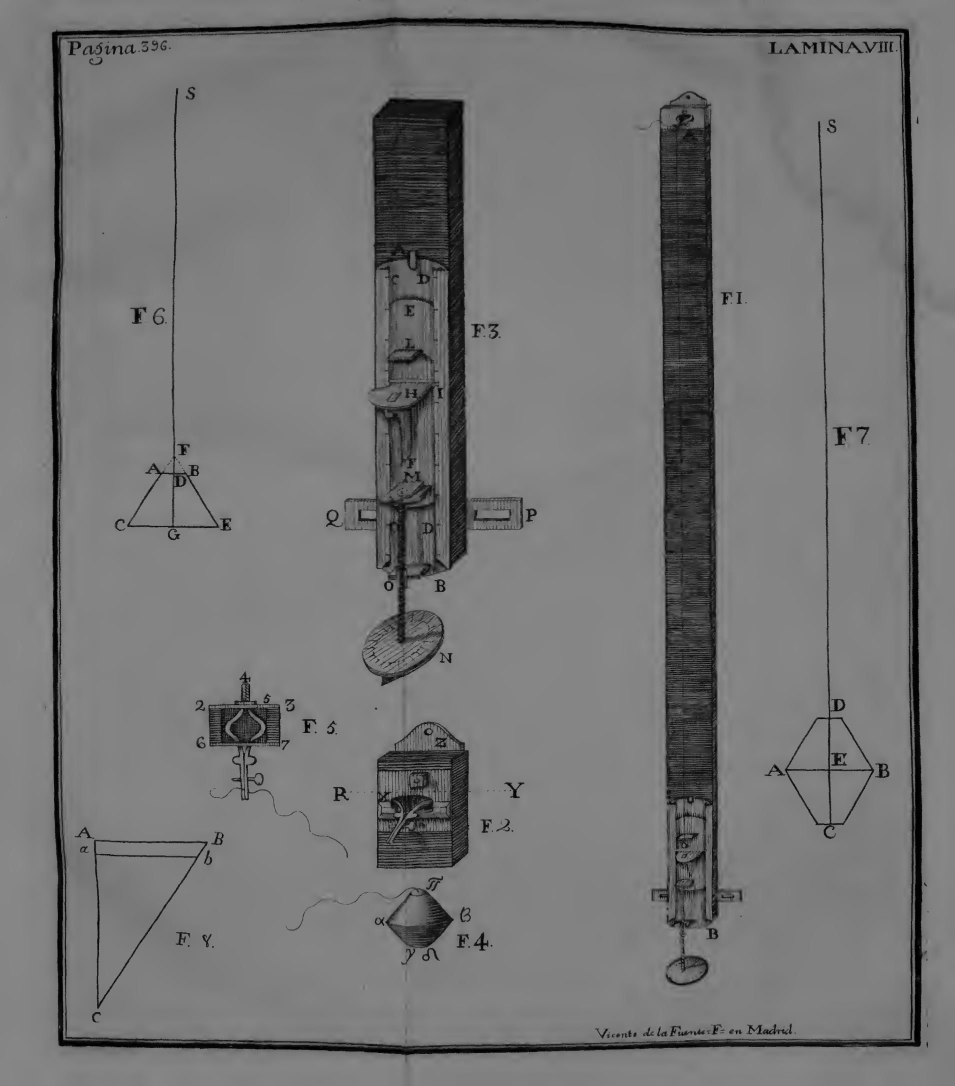
El Seno 2 del ang. del Rumbo ACB		62° 35′	9.9482899
es al Radio			10.0000000
como la *dif. en Latitud Esphèrica*	Ca	1131	3.0538464
à la diſtancia verdadera	Cb	1275	3.1055575

Eſtos ſon los unicos Problemas uſuales de Navegacion, porque los otros dos, que ſobre el Triangulo CAB ſe pueden formar, mas ſon de mera curioſidad, que de provecho; y aſsi ſerà mejor omitirlos, por no confundir los Pilotos, poco verſados; pues los que fueren habiles, podràn ellos miſmos reſolverlos, quedando inſtruìdos de lo que antes ſe dixo.

En quanto à la Navegacion Eſte Oeſte, no he pueſto Exemplo alguno, porque eſtos Problemas ſe deben reſolver ſegun el methodo antiguo, que conviene igualmente à èſte. Entre ellos ſe havrà notado una diferencia conſiderable, para los que aprecian la exactitud; y deſeo que ſu utilidad haga, que todos reflexionen ſobre el methodo, que huvieren de elegir, para la practica, y uſar, para el total acierto de coſa tan importante.



IN-


Pagina.396.
LAMINA.VIII.
F6.
F7.
F.I.
F.3.
F.5.
F.2.
F.4.
F.8.
Vicente de la Fuente F. en Madrid.

INDICE
Alphabetico de las Materias.

Los Numeros Romanos denotan las paginas de la Introduccion, y los otros las de la Obra.

A

ſe

B

de-

C

D

Dia-

sus

F

maxi-

G

I

L

La-

M

Me-

Ob-

Pen-

Q

R

Se-

S

T

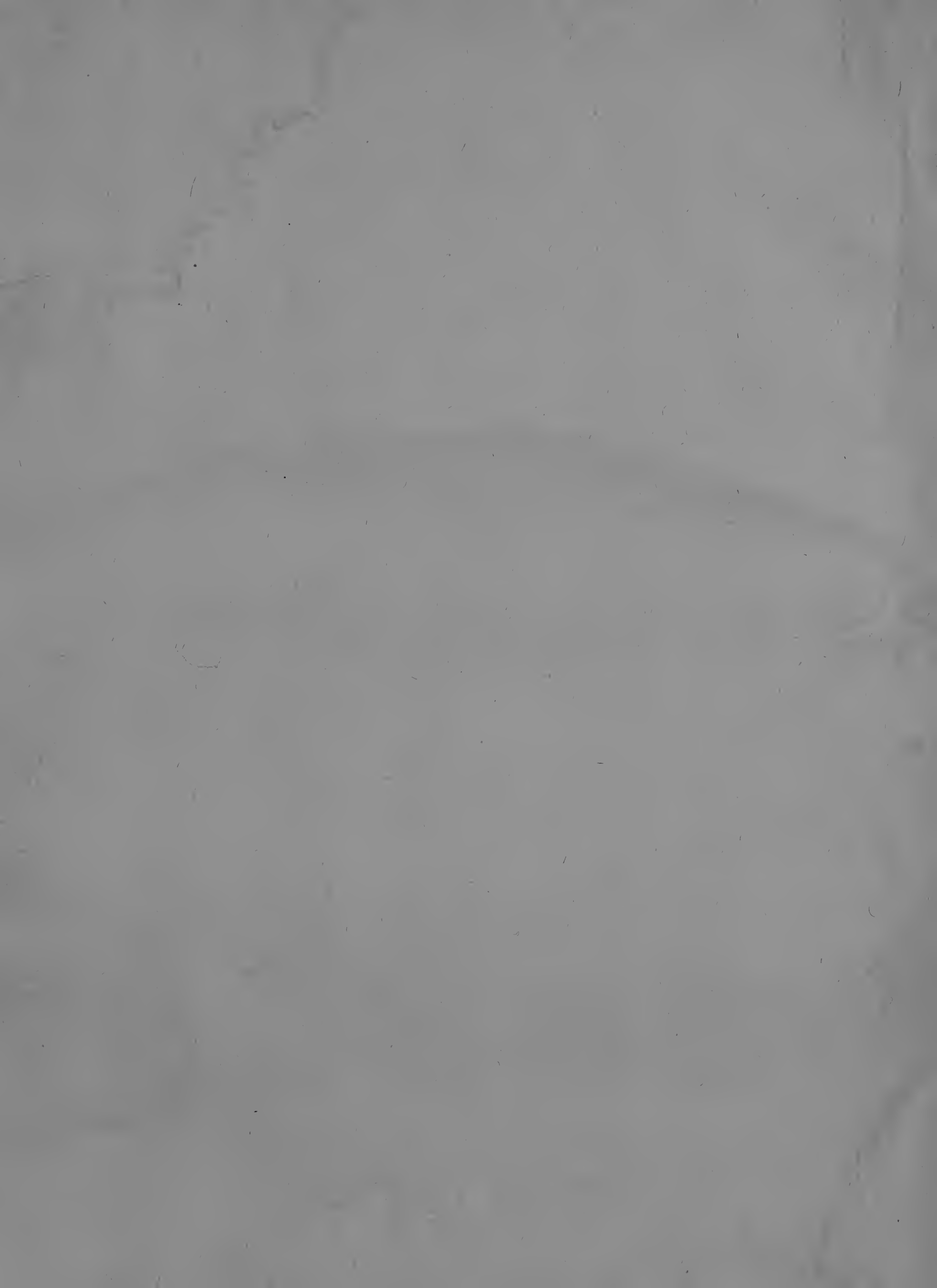
V

Y









OBSER
vacion
Astron
micas
Y
Phisica